

Применение фильтра Калмана для оценки координат цели в РЛС

К.В. Машаров

В работе разрабатывается и исследуется алгоритм оценки координат и навигационных параметров воздушной скоростной цели для РЛС малой дальности, на основе аппарата фильтрации Калмана. Обсуждаются результаты исследований, выполненные с помощью имитационного моделирования. Результаты демонстрируют работоспособность алгоритма и позволяют определить его точность оценивания.

Ключевые слова: фильтр Калмана, радиолокатор.

1. Введение

РЛС являются основными средствами получения радиолокационной информации в любых системах наблюдения за воздушной обстановкой как ВВС, так и ПВО. Однако они также являются её самой уязвимой составляющей как в смысле помехового воздействия, так и непосредственного уничтожения.

В настоящее время, несмотря на наличие хорошо разработанных методов анализа и синтеза радиолокационных станций и систем (РЛС) различного назначения, существуют проблемы при проектировании, создании и эксплуатации новых образцов данного вида радиолокационной техники. Это связано, прежде всего, с усложнением целей и решаемых РЛС задач, повышением требований к показателям качества функционирования (точности, информативности, помехоустойчивости и т.д.), что, в свою очередь, приводит к усложнению их структуры и процессов функционирования.

Основными тенденциями усложнения радиолокационной обстановки являются: рост количества целей в зоне действия РЛС; повышение скоростей и маневренных возможностей целей; наращивание мощностей помех прикрития и совершенствование помех самоприкрития; снижение радиолокационной заметности целей, в том числе за счёт применения технологии «Стелс»; применение высокоточного противорадиолокационного оружия.

Ввиду отмеченных тенденций развития радиолокационной обстановки актуальными являются совершенствование РЛС в следующих направлениях: повышение энергетического потенциала РЛС; увеличение пропускной способности РЛС; совершенствование методов и технических средств адаптации к быстроменяющейся помеховой обстановке; использование информации от различных РЛС; повышение безопасности и живучести, в том числе, внедрение средств защиты РЛС от высокоточного оружия; повышение мобильности; реализация принципов многопозиционной радиолокации [1].

В данной работе рассматривается алгоритм определения координат и параметров движения подвижной воздушной цели по измерениям, полученным от активной РЛС малой дальности. Задача решена в полярной системе координат, при этом алгоритм синтезирован на основе фильтра Калмана.

2. Общая постановка задачи

Рассмотрим систему, состоящую из неподвижной РЛС и воздушной цели (рис. 1).

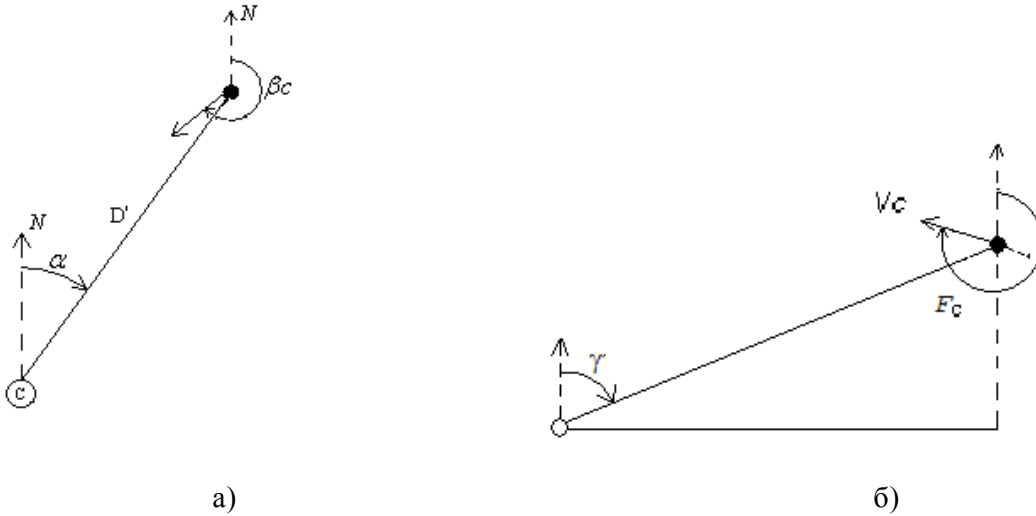


Рис. 1. Модель динамической системы в горизонтальной а) и вертикальной б) плоскости

В качестве наблюдений выступают данные текущих измерений на станции C , которые содержат случайные ошибки. Измерения осуществляются в дискретные моменты времени с периодом T . РЛС измеряет: D – наклонную дальность от РЛС до цели (на рис.1. D' – проекция наклонной дальности на горизонтальную плоскость); α – азимут цели, который отсчитывается от направления на север (N) и показывает, под каким углом находится цель по отношению к РЛС; γ – угол места цели, отсчитывается от направления в зенит.

Для полярной системы координат, из геометрических соображений, динамика взаимного перемещения объектов может быть описана системой дифференциальных уравнений первого порядка в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{D} = V_C \cdot \cos(\alpha - B_C) \cdot \cos(\gamma - F_C), \\ \dot{\alpha} = \frac{-V_C \cdot \sin(\alpha - B_C)}{D} \cdot \cos(\gamma - F_C), \\ \dot{\gamma} = \frac{-V_C \cdot \sin(\gamma - F_C)}{D} \cdot \cos(\alpha - B_C), \\ \dot{V}_C = 0, \\ \dot{B}_C = 0, \\ \dot{F}_C = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где D, α, γ – дальности до цели, азимут и угол места цели относительно станций C ; F_C – тангаж цели, отсчитывается от вертикали; V_C – скорость цели; B_C – курс цели, отсчитывается от направления на север.

Введём вектор состояний, включающий неизвестные и подлежащие оцениванию переменные системы (1):

$$X(k) = \begin{pmatrix} D \\ \alpha \\ \gamma \\ V_C \\ B_C \\ F_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

В разностной форме система уравнений (1) с учётом (2) приобретает следующий вид:

$$\begin{cases} X_1(k+1) = X_1(k) + T \cdot X_4(k) \cdot \cos(X_2(k) - X_5(k)) \cdot \cos(X_3(k) - X_6(k)), \\ X_2(k+1) = X_2(k) - \frac{X_4(k)}{X_1(k)} \cdot T \cdot \sin(X_2(k) - X_5(k)) \cdot \cos(X_3(k) - X_6(k)), \\ X_3(k+1) = X_3(k) - \frac{X_4(k)}{X_1(k)} \cdot T \cdot \sin(X_3(k) - X_6(k)) \cdot \cos(X_2(k) - X_5(k)), \\ X_4(k+1) = X_4(k), \\ X_5(k+1) = X_5(k), \\ X_6(k+1) = X_6(k). \end{cases} \quad (3)$$

Здесь и далее k – номер текущего отсчёта (дискретное время).

Зададим функциональные связи между выбранным вектором состояния и измерительными каналами, т.е. запишем уравнения наблюдений:

$$\begin{cases} Z_1(k) = X_1(k) + \varepsilon_1, \\ Z_2(k) = X_2(k) + \varepsilon_2, \\ Z_3(k) = X_3(k) + \varepsilon_3, \end{cases} \quad (4)$$

где $X_1(k) \dots X_3(k)$ – текущие координаты цели, $\varepsilon_1(k) \dots \varepsilon_3(k)$ – эквивалентные шумы наблюдений. Таким образом, выражения (2), (3) и (4) являются исходными для синтеза алгоритма определения текущих координат и параметров движения цели на основе фильтра Калмана [2].

3. Синтез структуры фильтра Калмана

Для учёта нелинейности, возникшей при записи системы уравнений (1), будем использовать методику расширенного фильтра Калмана [2]. При этом в качестве уравнений состояния используем вектор-функцию (3). Соответственно, функция перехода для системы уравнений (3) в векторной форме будет представлена следующим выражением:

$$\Phi(X, k) = \begin{pmatrix} \Phi_1(X, k) \\ \Phi_2(X, k) \\ \Phi_3(X, k) \\ \Phi_4(X, k) \\ \Phi_5(X, k) \\ \Phi_6(X, k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 + T \cdot X_4 \cdot \cos(X_2 - X_5) \cdot \cos(X_3 - X_6) \\ X_2 - \frac{X_4}{X_1} \cdot T \cdot \sin(X_2 - X_5) \cdot \cos(X_3 - X_6) \\ X_3 - \frac{X_4}{X_1} \cdot T \cdot \sin(X_3 - X_6) \cdot \cos(X_2 - X_5) \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Для синтеза алгоритма используем уравнение оптимального оценивания:

$$\hat{X}(k+1) = \hat{X}(k+1|k) + G(k+1) \cdot (Z(k+1) - H(k+1) \cdot \hat{X}(k+1|k)), \quad (6)$$

где $\hat{X}(k+1)$ – оценка вектора состояния на момент времени $(k+1)$;

$\hat{X}(k+1|k)$ – вектор предсказанных оценок на момент времени $(k+1)$ по данным на шаге k ;

$G(k+1)$ – матрица весовых коэффициентов;

$\hat{X}(k+1|k) = \Phi(\hat{X}, k)$ – матричное уравнение для расчёта вектора предсказания.

Матрица весовых коэффициентов:

$$G(k+1) = P(k+1|k) \cdot H^T \cdot [H \cdot P(k+1|k) \cdot H^T + R_E(k+1)]^{-1}, \quad (7)$$

где $P(k+1|k) = F \cdot P(k|k) \cdot F^T + R_w(k)$ – апостериорная матрица ковариаций ошибок предсказания;

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ – матрица наблюдений;}$$

при этом $F(\hat{X}, k) = \frac{\partial \Phi(\hat{X}, k)}{\partial \hat{X}}$ является матрицей Якоби от $\Phi(\hat{X}, k)$;

$P(k+1|k+1) = [I - G(k+1) \cdot H] \cdot P(k+1|k)$ – априорная матрица ковариации ошибок оценивания;

I – диагональная единичная матрица;

$R_E(k+1), R_w(k)$ – диагональные ковариационные матрицы шумов наблюдения и состояния.

Для инициации работы алгоритма необходимо задать начальные значения матрицы ковариации ошибок оценивания $P(0|0)$, начальный вектор оценок $\hat{X}(0)$ и диагональные элементы корреляционных матриц ошибок наблюдения $R_E(k+1)$ и состояния $R_w(k)$.

Начальные значения вектора $\hat{X}(0)$ могут быть заданы как средние величины исходя из предполагаемых значений максимальной и минимальной дистанций, а также максимальной и минимальной скорости. Априорная корреляционная матрица ошибок оценивания является диагональной. Значения диагональных элементов соответствуют дисперсиям ошибок оценивания в начальный момент времени.

4. Методика и результаты исследования алгоритма

Для исследования качества работы синтезированного алгоритма в среде Borland Delphi v.7.0 была разработана программа имитационного моделирования. Программа состоит из 3-х блоков: имитатор, фильтр Калмана, блок статистической обработки.

Первый блок имитирует перемещение цели относительно станций, рассчитывая текущие значения дальностей, пеленгов и углов места цели. Полученные значения суммируются с шумами, тем самым имитируется работа соответствующих каналов наблюдений. Блок статистической обработки предназначен для оценки качества работы фильтра при многократной реализации сеансов измерений. Данные, полученные в имитаторе, и оценки алгоритма сравниваются, и вычисляется среднеквадратическая ошибка оценивания.

Для исследований были выбраны следующие параметры цели: $B_C=180^\circ$ – курс цели, $F_C=270^\circ$ – тангаж цели, $V_C=1500$ км/ч – скорость цели. Количество сеансов, использованных для набора статистики $N=300$, $T=10$ мс.

Также заданы начальные координаты цели относительно первой станции: $D(0)=10$ км, $\alpha(0)=2^\circ$. Т.о. предполагается, что цель движется с севера, по направлению к станции на неизменной высоте.

Работа алгоритма была исследована при различных ошибках в каналах измерений, σ_D – СКО шумов в канале наблюдений дальности цели, σ_α – СКО шумов в каналах наблюдений азимута, σ_γ – СКО шумов в каналах наблюдений угла места цели. Ошибки задавались в пределах: $\sigma_D=10-100\text{м}$; $\sigma_\alpha=0.3-1^\circ$; $\sigma_\gamma=0.3-1^\circ$.

На рис. 2 приведены результаты исследований сходимости оценок дальности. При расчётах ошибки измерения угловых координат цели для всех станций задавались значениями $\sigma_\alpha=0.3^\circ$; $\sigma_\gamma=0.3^\circ$. Ошибки в канале наблюдений дальности варьировались. Графики представляют поведение среднеквадратической ошибки оценивания дальности $\sigma_{\tilde{X}_1}$ для следующих ошибок измерений: 1 – $\sigma_D=100\text{ м}$; 2 – $\sigma_D=50\text{ м}$; 3 – $\sigma_D=30\text{ м}$; 4 – $\sigma_D=10\text{ м}$, где $\tilde{X}_1(k) = X_1(k) - \hat{X}_1(k)$.

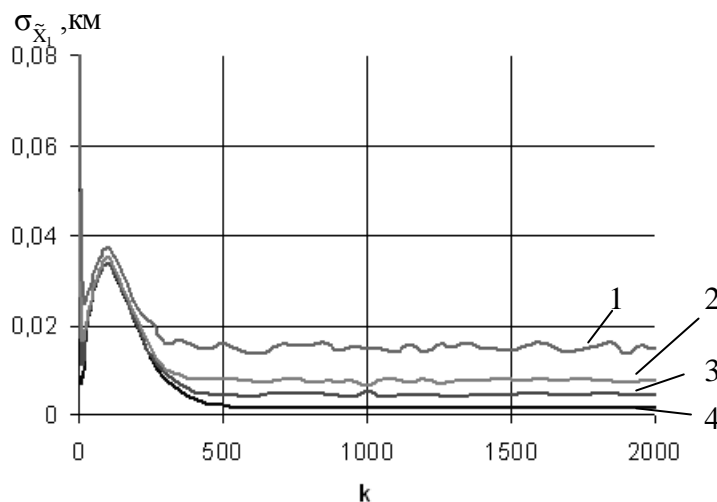


Рис. 2. Графики СКО оценивания дальности цели при различных ошибках в каналах измерения

Результаты исследований сходимости фильтра по азимуту и углу места приведены на рис. 3, 4. На графиках показана эволюция во времени среднеквадратической ошибки оценивания азимута $\sigma_{\tilde{X}_2}$ и угла места $\sigma_{\tilde{X}_3}$, при ошибках измерения по дальности $\sigma_D=10\text{ м}$, по угловым координатам: 1 – $\sigma_\alpha=\sigma_\gamma=1^\circ$; 2 – $\sigma_\alpha=\sigma_\gamma=0.5^\circ$; 3 – $\sigma_\alpha=\sigma_\gamma=0.3^\circ$.

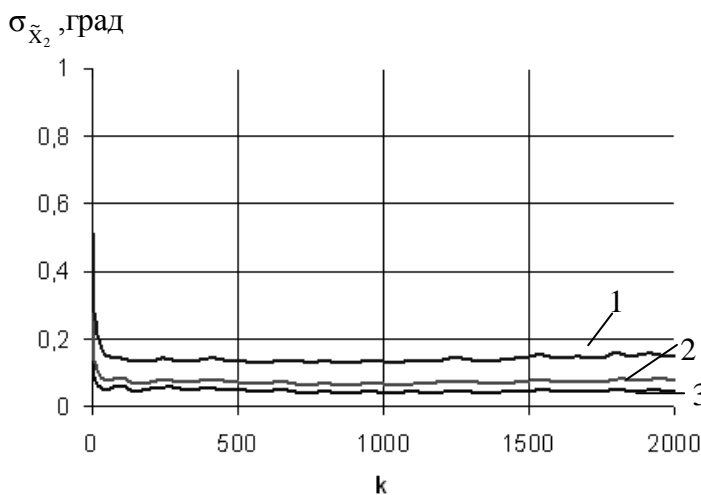


Рис. 3. Графики СКО оценивания азимута цели при различных ошибках в канале измерения

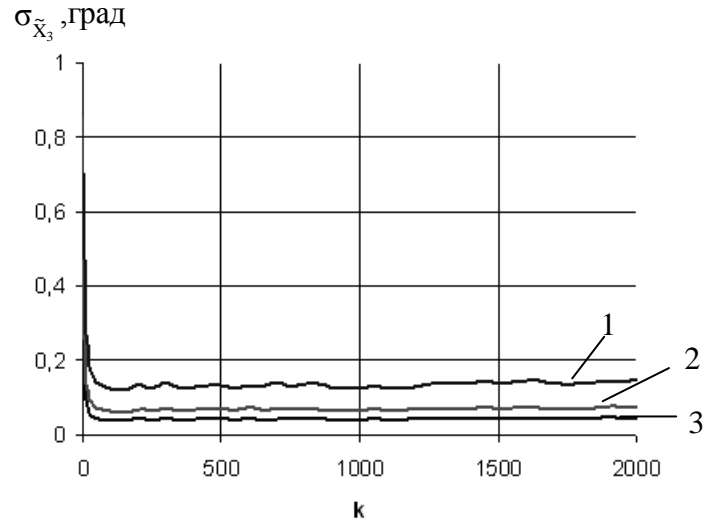


Рис. 4. Графики СКО оценивания угла места цели при различных ошибках в канале измерения

Также было исследовано влияние интенсивности шумов в каналах измерений на сходимость фильтра при оценке скорости, курса и тангажа цели. При этом ошибки наблюдений изменялись в пределах: $\sigma_D=10-50$ м; $\sigma_\alpha=0.3-1^\circ$; $\sigma_\gamma=0.3-1^\circ$. На рис. 5–7 представлены графики: $\sigma_{\tilde{x}_{13}}$ – СКО оценивания скорости цели; $\sigma_{\tilde{x}_{14}}$ – СКО оценивания курса; $\sigma_{\tilde{x}_{15}}$ – СКО оценивания тангажа цели. Графики получены для следующих ошибок в каналах измерений:

- 1 - $\sigma_D=10$ м; $\sigma_\alpha=0.3^\circ$; $\sigma_\gamma=0.3^\circ$; 2 - $\sigma_D=30$ м; $\sigma_\alpha=0.3^\circ$; $\sigma_\gamma=0.3^\circ$;
 3 - $\sigma_D=50$ м; $\sigma_\alpha=0.3^\circ$; $\sigma_\gamma=0.3^\circ$; 4 - $\sigma_D=50$ м; $\sigma_\alpha=1^\circ$; $\sigma_\gamma=1^\circ$.

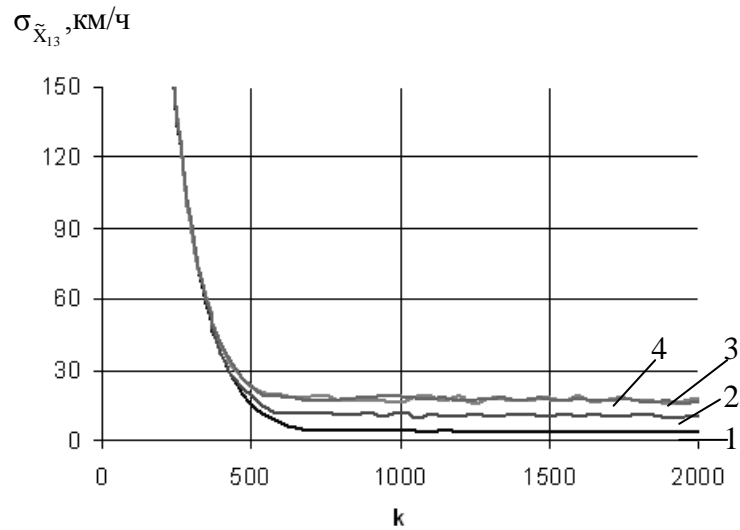


Рис. 5. Графики СКО оценивания скорости цели при различных ошибках в канале измерения

$\sigma_{\tilde{x}_{14}}$, град

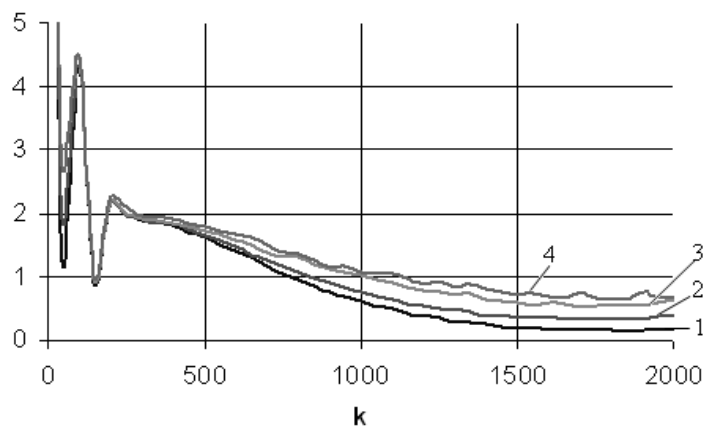


Рис. 6. Графики СКО оценивания курса цели при различных ошибках в канале измерения $\sigma_{\tilde{x}_{15}}$, град

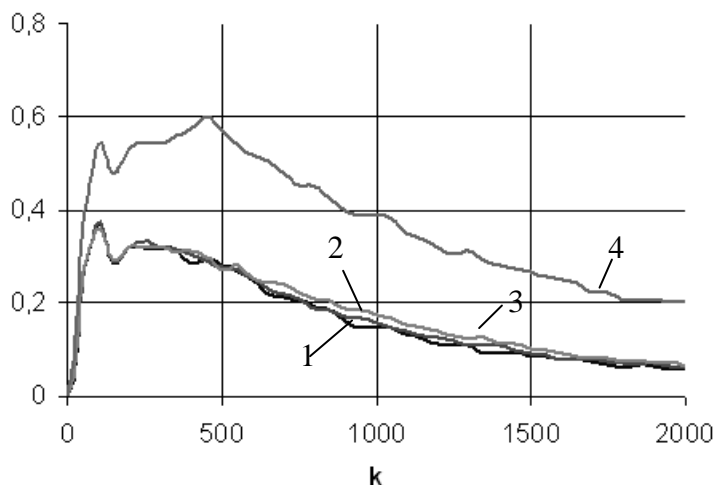


Рис. 7. Графики СКО оценивания тангажа цели при различных ошибках в канале измерения

Приведённые результаты исследований показывают работоспособность алгоритма и позволяют определить точность оценивания координат и параметров движения цели.

Результаты исследований показывают, что алгоритм обеспечивает:

- уменьшение ошибки оценивания дальности до цели в 6 – 7 раз по сравнению с начальными значениями при ошибках в канале измерения $\sigma_D=100$ м;
- точность оценивания азимута цели до 0.2° при ошибках в канале измерения до $\sigma_\alpha=1^\circ$;
- точность оценивания угла места цели до 0.2° при ошибках в канале измерения до $\sigma_\gamma=1^\circ$;
- точность оценивания скорости цели 1 – 5 м/с при ошибках измерения до $\sigma_D=50$ м, $\sigma_\alpha=1^\circ$, $\sigma_\gamma=1^\circ$;
- точность оценивания тангажа цели 0.2° при ошибках измерения до $\sigma_D=50$ м, $\sigma_\alpha=1^\circ$, $\sigma_\gamma=1^\circ$;
- точность оценивания курса цели $0.2 - 0.7^\circ$ при ошибках измерения до $\sigma_D=50$ м, $\sigma_\alpha=1^\circ$, $\sigma_\gamma=1^\circ$.

На основании полученных результатов можно сделать вывод, что исследуемый алгоритм оценивания работает устойчиво. Ошибки оценивания обусловлены в первую очередь шумами в каналах измерения. При этом скорость сходимости оценок в фильтре тем выше, чем выше точность априорной информацией. Поэтому в качестве начального вектора оценивания $\hat{X}(0)$ следует использовать измерения соответствующих переменных, полученные в момент времени $k=0$. В соответствии с этим, значения диагональных элементов матрицы ковариаций ошибок оценивания в момент времени $k=0$ должны быть уменьшены.

Литература

1. Зайцев Д.В. Многопозиционные радиолокационные системы. Методы и алгоритмы обработки информации в условиях помех. – М.: Радиотехника, 2007. – 96 с.
2. Сейдж Э. Теория оценивания и её применение в связи и управлении/ Э.П. Сейдж, Дж.Л. Мелс. – М.: Связь, 1976. – 496 с.
3. Гришин Ю.П. Динамические системы, устойчивые к отказам/ Ю.П. Гришин, Ю.М. Казаринов. – М.: Радио и связь, 1985. – 176 с.

Статья поступила в редакцию 06.06.2011

Машаров Константин Викторович

Аспирант Сургутского государственного университета (Тюменская обл., г. Сургут, проспект Ленина, 1)

тел.: 89224341181, эл. почта: mkostya232@mail.ru

Application of Kalman Filter for Estimation of Target's Coordinates in RLS

Masharov K.V.

In this article we develop and investigate the algorithm of coordinates estimation and navigating parameters of high-speed aerial target for short-range RLS on the basis of Kalman filter. Results of the research done with the help of simulation technique are discussed. The obtained results demonstrate algorithm's efficiency and allow to define its estimation accuracy.

Keywords: Kalman filter, radar.