

## Исследование пик-фактора N-OFDM-сигналов

В. А. Майстренко, Е. Д. Бычков, В. В. Майстренко

Одним из основных недостатков OFDM и N-OFDM-систем является большое значение пик-фактора. Использование N-OFDM-сигналов позволяет снизить значение пик-фактора практически теми же методами, какие используются для классической OFDM. При этом система N-OFDM обеспечивает существенный выигрыш по спектральной эффективности по сравнению с классической OFDM. В статье приведены результаты исследований по снижению пик-фактора N-OFDM-сигналов. Реализация ФЧХ канала в соответствии с аналитической формулой для расчёта оптимальной начальной фазы каждой поднесущей позволяет минимизировать значение пик-фактора N-OFDM-сигнала в среднем на 12 дБ для числа поднесущих до 155.

*Ключевые слова:* N-OFDM, пик-фактор, поднесущие, спектральная эффективность.

Как известно из литературных источников [1–6], одним из существенных недостатков OFDM-сигналов является большое значение пик-фактора ( $PAR$ ), который определяется как:

$$PAR = \frac{\max(S_k^2)}{\sum_k S_k^2}, \quad (1)$$

где  $S_k^2$  – квадрат амплитуды  $k$ -й поднесущей.

В работе [1] показано, что для одной гармоники пик-фактор (ПФ) равен 3 дБ, а максимальный ПФ для суммы  $N$ -гармоник равен  $2N$ .

Пик-фактор определяет жёсткие требования к линейности аналоговых трактов передачи и разрядности ЦАП/АЦП [2]. Очевидно, чем выше его значение, тем сложнее реализация устройств, поддерживающих данный тип сигнала. Для OFDM-сигналов  $\max(S_k^2)$  определяется как сумма амплитуд всех используемых поднесущих, а  $\sum_k S_k^2$  определяется статистиче-

ским усреднением амплитуды на тех же поднесущих. Следовательно, при большом количестве поднесущих пик-фактор может исчисляться сотнями.

Известен ряд алгоритмов для уменьшения значения пик-фактора. Одним из таких алгоритмов является ограничение сигнала по уровню (Clipping), в результате чего возникают искажения в спектре сигнала и увеличивается внеполосное излучение [3]. Другим методом является динамическое изменение уровней модуляционных созвездий. Этот метод достаточно эффективен, но требует весьма сложных вычислений и ограничивается применением для созвездий уровня КАМ-16 [4]. Также применяются итеративные методы, алгоритм которых позволяет поворачивать поднесущие на случайный угол и производить оценку полученного пик-фактора. Если не наблюдается уменьшения значения пик-фактора, то выносится решение о еще одном повороте созвездия. Эти методы тяжело реализуются в системах реального времени.

Еще одним методом является добавление в сигнал поднесущих частот, формирующих защитный интервал. Данный метод имеет недостаток, состоящий в значительном увеличении

объема вычислений, связанного с выбором амплитуды и фазы поднесущих, а также происходит нарушение спектральной маски сигнала [5].

Таким образом, проблема большого пик-фактора сигнала имеет ряд решений, однако данные решения имеют те или иные недостатки.

Так, в работе [1] для уменьшения пик-фактора OFDM-сигналов решается задача оптимального выбора фазо-частотной характеристики (ФЧХ) канала:

$$\varphi(k) = \frac{\pi \cdot k^2}{2N}, \quad (2)$$

где  $k$  – текущий номер поднесущей частоты OFDM-сигнала,  $N$  – число поднесущих частот в спектре OFDM-сигнала.

Как видно, ФЧХ изменяется по квадратичному закону. Значение начальной фазы для каждой поднесущей частоты вычисляется посредством выражения (2). В работе [1] графически показана зависимость начальной фазы сигнала OFDM от частоты, произведен оптимальный выбор ФЧХ канала связи с OFDM. Авторами статьи были проведены экспериментальные исследования системы передачи данных N-OFDM с системой адаптации при воздействии сосредоточенных по спектру помех.

В работе [6] приведены структурная схема модулятора N-OFDM, основанного на вещественном преобразовании Хартли, и структурная схема демодулятора с блоком временной синхронизации. Обработка амплитуд сигналов в канале с АБГШ проводилась с помощью предложенного модифицированного метода Коши.

Программная модель системы вошла в Объединённый фонд электронных ресурсов «Наука и образование» [7].

Рассмотрены вопросы временной синхронизации модема N-OFDM-сигналов и снижения пик-фактора. При расчётах использована разработанная авторами библиотека программ для расчёта параметра BER для N-OFDM-сигналов, также вошедшая в Объединённый фонд электронных ресурсов «Наука и образование» [8].

В ходе проведения исследования пик-фактора был осуществлен выбор ФЧХ канала для N-OFDM по методике, указанной в работе [1]. Для проведения эксперимента использовалась звуковая карта ПК с 16-битными ЦАП/АЦП с частотой дискретизации 8 кГц для эквивалентного низкочастотного канала в диапазоне (300–3400) Гц без кодирования для модуляции BPSK с информационной скоростью передачи 200 бит/с. При реализации имитационного моделирования использовался математический пакет MATLAB.

По каналу связи (ЦАП, АЦП, усилительные каскады) передавались пакеты данных, состоящие из шести блоков: одного синхронизирующего по времени и пяти информационных (данные распределены по гауссовскому закону). Вычислялся пик-фактор N-OFDM для каждого из шести информационных пакетов при нулевой начальной фазе поднесущих частот при различном частотном разnose и числе поднесущих. При этом расчет начальной фазы несущих проводился по формуле (3), полученной авторами при обработке экспериментальных данных:

$$\varphi(k) = \frac{3\pi \cdot k^2}{2N}. \quad (3)$$

Отличие (2) от (3) заключается лишь в множителе 3. Показано, что для сигнала N-OFDM именно выражение (3) является оптимальным с точки зрения понижения значения пик-фактора.

На рис. 1 изображены ФЧХ для случая ортогонального размещения поднесущих при  $\Delta f = 200$  Гц и числе поднесущих  $N = 16$  и для случая неортогонального размещения поднесущих для:  $\Delta f = 100$  Гц,  $N = 31$ ;  $\Delta f = 50$  Гц,  $N = 62$ ;  $\Delta f = 20$  Гц,  $N = 155$ .

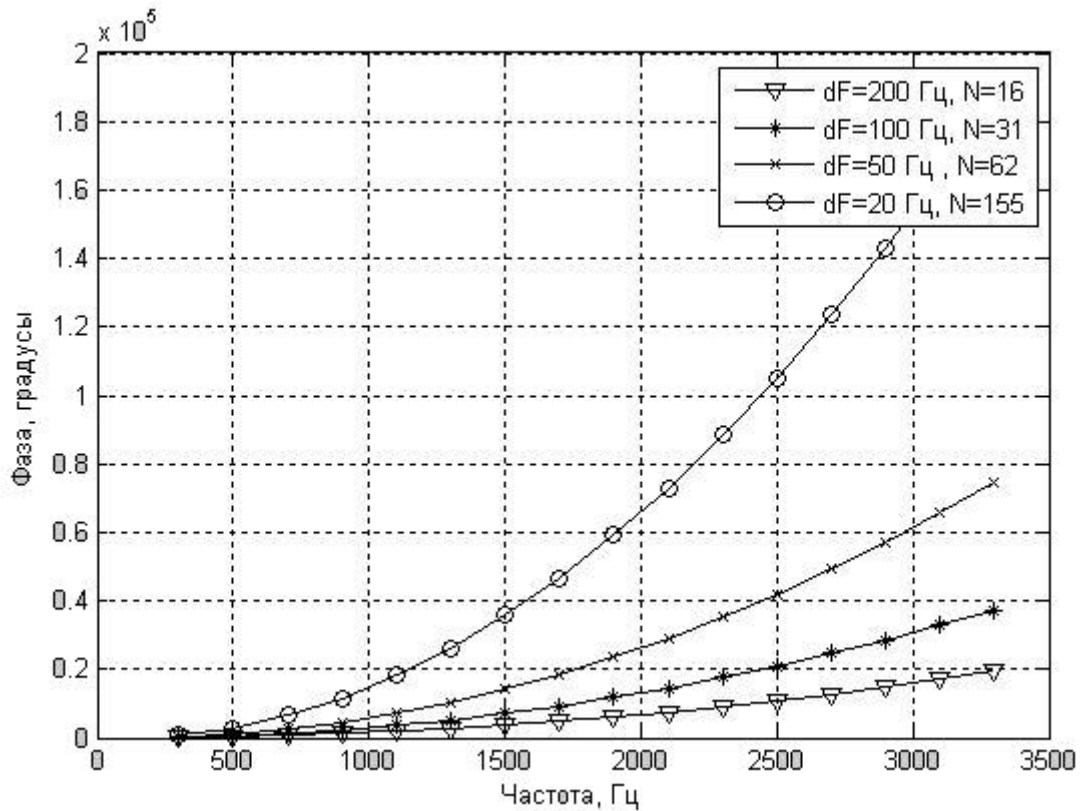


Рис. 1. Фазо-частотная характеристика канала N-OFDM

В табл. 1 сведены результаты, полученные в ходе проведения эксперимента при исследовании пик-фактора N-OFDM-сигнала для нулевой начальной фазы поднесущих и расчете значений начальной фазы для каждой поднесущей по формуле (3).

Оценка пик-фактора проводилась для пяти информационных пакетов (ИП) и одного синхропакета (СП), сформированного в виде меандра с амплитудой 1, -1. Информационные пакеты задавались при помощи генератора случайных значений, распределенных по гауссовскому закону в интервале  $\{1, -1\}$ , реализованного в MATLAB. Пик-фактор вычислялся согласно (1).

Таблица 1. Пик-фактор сигнала N-OFDM

N	СП	ИП1	ИП2	ИП3	ИП4	ИП5
Число поднесущих	PAR, дБ, при $\varphi(k) = 0$					
16	15.0514	9.9781	10.2729	9.7523	10.9691	9.5424
31	17.8824	11.6109	11.4300	10.1516	11.1438	10.3292
62	20.7973	11.4527	12.4579	13.1530	11.2064	11.5526
155	24.8695	13.9698	13.1524	13.8157	12.4449	13.2032
	PAR, дБ, при $\varphi(k) = \frac{3\pi \cdot k^2}{2N}$					
16	9.9589	12.4304	10.7969	11.1571	11.3599	10.1327
31	11.8173	11.6894	12.3726	11.5265	11.9194	12.1752
62	12.1422	11.8240	12.4385	11.7182	12.9965	13.0689
155	12.9166	13.3724	13.5333	11.6590	12.4830	13.1892

Как видно из полученных результатов (табл. 1), пик-фактор N-OFDM при передаче по каналу связи периодической последовательности синхропакета (СП) имеет величину, практически равную значению  $PAR_{sp} = 10 \log_{10}(2N)$  при значении начальной фазы  $\varphi = 0$ . Информационные пакеты (ИП) имеют, по сути дела, случайную фазу, задаваемую генератором случайных значений, распределенных по гауссовскому закону, и в этом случае пик-фактор остается неизменным как при  $\varphi = 0$ , так и при расчете начальной фазы поднесущих по формуле (3). При больших значениях числа поднесущих пик-фактор для синхронизирующей последовательности при нулевой начальной фазе достигает очень большой величины, равной  $2N$ . Например, для  $N = 155$ ,  $PAR_{sp} = 2 \times 155 = 310$  (25 дБ). При задании начальной фазы для каждой поднесущей частоты N-OFDM по формуле (3) выигрыш по пик-фактору может достигать 12 дБ, что является вполне приемлемым показателем.

## Заключение

В ходе проведенного эксперимента на основе звуковой карты ПК авторами статьи был исследован пик-фактор N-OFDM-сигнала. В результате полученных данных была выведена формула (3), задающая ФЧХ канала, позволяющая для случая периодического сигнала уменьшить значение пик-фактора в среднем на 12 дБ для числа поднесущих 155. Экспериментально доказано, что при использовании модуляции N-OFDM величина пик-фактора поддается уменьшению так же, как и для классической модуляции OFDM.

Перспективным направлением дальнейших исследований является изучение особенностей применения преобразования Хартли при демодуляции сигналов с замираниями.

## Литература

1. Рухлин С. Н. Вопросы формирования и применения OFDM-сигналов в современных системах связи и телекоммуникаций // III Всероссийские Арmandовские чтения, 2013. С. 201–207.
2. Шинаков Ю. С. Пик-фактор сигналов OFDM и нелинейные искажения в радиооборудовании систем беспроводного доступа // Цифровая обработка сигналов. 2012. № 4. С. 58–65.
3. Лукса А. О. Уменьшение пик-фактора OFDM-сигнала с помощью методов, основанных на ограничении сигналов // Международный научно-исследовательский журнал. 2017. Вып. 12 (66). С. 124–127.
4. Pun M., Morelli M., Kuo C.-C. J. Multi-carrier techniques for broadband wireless communications. Imperial College Press, 2007.
5. Heiskala J., Terry J. OFDM wireless LANs: A theoretical and practical guide. Sams, 2001.
6. Майстренко В. А., Майстренко В. В. Временная синхронизация модема N-OFDM и оценка пик-фактора // НТК студентов, аспирантов и молодых учёных «Современные проблемы радиоэлектроники», Красноярск, 2017.
7. Майстренко В. А., Майстренко В. В. Программная модель системы передачи данных N-OFDM с системой адаптации при воздействии сосредоточенных по спектру помех // Хроники Объединенного фонда электронных ресурсов «Наука и образование». 2017. № 2 (93). С. 59.
8. Майстренко В. А., Майстренко В. В. Библиотека программ для расчёта параметра BER для N-OFDM-сигналов // Хроники Объединенного фонда электронных ресурсов «Наука и образование». 2017. № 2 (93). С. 60.

Статья поступила в редакцию 21.05.2018;  
переработанный вариант – 12.07.2018.

**Майстренко Василий Андреевич**

д.т.н., профессор, заведующий кафедрой «Средства связи и информационная безопасность» Омского государственного технического университета (644050, Омск, проспект Мира, 11), IEEE Senior Member, тел. (3812) 65-85-60, e-mail: mva@omgtu.ru.

**Бычков Евгений Дмитриевич**

д.т.н., профессор кафедры «Средства связи и информационная безопасность» Омского государственного технического университета, e-mail: bychkov\_ev@mail.ru.

**Майстренко Владимир Васильевич**

инженер кафедры «Средства связи и информационная безопасность» Омского государственного технического университета, e-mail: vvm2004ok@mail.ru.

**Analysis of peak-to-average power ratio of N-OFDM signals**

**V. A. Maystrenko, E. D. Bychkov, V. V. Maystrenko**

One of the significant drawbacks of OFDM and N-OFDM systems is high peak-to-average power ratio (PAPR). The use of N-OFDM signals gives an opportunity to reduce PAPR practically with the same methods that are applied to traditional OFDM. In this way, N-OFDM gives a considerable gain in spectral efficiency with a comparison to OFDM. In the article, the results of PAPR reduction of N-OFDM signals are presented. The implementation of phase response according to the analytical expression for the initial phase calculation of each subcarrier allows PAPR minimization an average of 12 dB for 155 subcarriers.

*Keywords:* N-OFDM, peak-to-average power ratio (PAPR), subcarrier, spectral efficiency.