

Модель надежности объекта с учетом мониторинга технического состояния

Б. П. Зеленцов

Приведена аналитическая модель функционирования объекта при мониторинге технического состояния с постоянным периодом между проверками. Получена зависимость уровня надежности объекта от скрытых и явных отказов. Исследовано влияние доли явных отказов в общем потоке отказов на показатели надежности.

Ключевые слова: мониторинг технического состояния с постоянным периодом, скрытые и явные отказы.

1. Введение

Известно, что надежность объекта зависит не только от видов и параметров отказов, но и от системы технического обслуживания, составной частью которой является мониторинг технического состояния, который заключается в наблюдении за объектом с целью получения информации о его техническом состоянии и рабочих параметрах. Поэтому исследования надежности объектов с учетом мониторинга технического состояния остаются актуальными. Моделирование мониторинга позволяет решать проблемы исследования, проектирования и совершенствования технических систем. Для этих целей используют теорию дискретных марковских процессов в непрерывном и дискретном времени. Как в нашей стране, так и за рубежом проводятся разнообразные исследования в этой области.

Во многих исследованиях переходы между состояниями рассматриваются в непрерывном времени. Эти переходы описаны системой дифференциальных уравнений. Этот подход использован в [21, 23, 25] при составлении моделей надежности сложных систем. В [19] на основе системы дифференциальных уравнений описаны различные технические системы.

Системы со встроенным контролем изучались многими авторами. Так, в [24] исследован контроль правильности выполнения функции в системах с восстановлением. Модель основана на теории марковских процессов в непрерывном времени, при этом переходы между состояниями описаны с помощью системы дифференциальных уравнений.

В исследованиях широко используются модели на основе полумарковских процессов [20, 26]. В [18] приведены теория и примеры применения полумарковских процессов. Применен метод вложенных цепей Маркова, на основе которого исследованы характеристики процессов в нестационарном режиме, в частности, временные характеристики в системах массового обслуживания.

В работе [21] исследовано влияние полноты, глубины и безотказности контроля при моделировании надежности резервированных систем. Разработаны модели типовых структур надежности. Результаты моделирования позволяют обоснованно выдвигать требования к характеристикам систем контроля.

В [29] на основе аналитических методов мониторинга составлены модели обнаружения и диагностики отказов и повреждений в сложных системах. Конкретные исследования, связанные с периодичностью профилактических мероприятий, приведены в [23].

С системой мониторинга тесно связаны задачи по эксплуатационным испытаниям, которые являются достоверным источником получения информации об исходных характеристиках надежности [4, 22, 28]. Эти характеристики используются при построении различных моделей, реально отражающих процессы в технических системах. От рациональной организации эксплуатационных испытаний зависит достоверность получаемой информации и стоимость системы мониторинга.

Мониторинг технического состояния применяется в разных областях техники с учетом специфических особенностей. Так, в области энергетики одной из основных проблем является релейная защита энергосистем, где требуется контролировать такие события, как ложное срабатывание системы мониторинга, отказ в функционировании, внутренние и внешние короткие замыкания [30, 31]. Аналитическая модель функционирования релейной защиты энергосистем, в которой учтены три вида отказов и система контроля работоспособности системы, рассмотрена в [27]. Модель позволила получить частоты отказов и спрогнозировать уровень готовности системы и установить необходимую частоту проверок технического состояния системы релейной защиты.

Оборудование телекоммуникационных сетей относится к системам длительного использования, в которых проводится непрерывный и периодический мониторинг различных участков сети, что позволяет установить необходимый уровень готовности сети с учетом резервирования оборудования и характеристик восстановления [3].

2. Концептуальная модель

Во время эксплуатации объект может находиться в разных состояниях при использовании по назначению, подвергаться разным видам технического обслуживания, в том числе проверкам технического состояния. С этой точки зрения эксплуатацию объекта можно представить в виде трех фаз, диаграмма которых приведена на рис. 1. На рисунке обозначено: Ф – функционирование объекта, М – мониторинг технического состояния, В – восстановление. Под функционированием будем понимать все состояния объекта, в которых он используется по назначению.

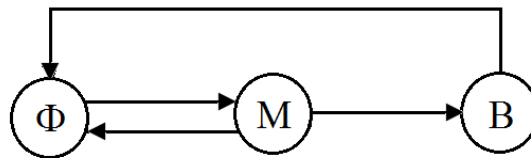


Рис. 1. Диаграмма фаз эксплуатации объекта

Во время функционирования объект может находиться в двух состояниях: работоспособном и неработоспособном. В неработоспособное состояние объект переходит при наступлении отказа, который не обнаруживается в момент его возникновения. Такие отказы обнаруживаются при проверках технического состояния в рамках проведения контрольных операций.

При использовании объекта по назначению производится мониторинг его технического состояния – процесс наблюдения за объектом с целью получения информации о его техническом состоянии и рабочих параметрах. Мониторинг реализуется в виде операций контроля технического состояния, которые проводятся непрерывно или периодически. Рассматривается два варианта технического состояния, связанного с отказами: отказ обнаруживается или не обнаруживается в момент его возникновения. С этой точки зрения говорят о скрытых и явных отказах. Система мониторинга заключается в том, что периодически проводятся проверки, контроль функционирования, измерения параметров и на основании этого устанавливается факт наличия скрытого отказа.

Мониторинг и регистрацию параметров можно проводить только для наблюдаемых значений признаков событий и состояний. Ненаблюдаемые, то есть скрытые, события и состояния не поддаются непосредственному наблюдению и регистрации.

Объект функционирует и периодически подвергается проверкам. Между проверками может произойти отказ объекта, в результате чего он переходит из работоспособного состояния в неработоспособное. Объект используется по назначению как в работоспособном, так и в неработоспособном состоянии. Если проверке подвергается работоспособный объект, то после проверки он возвращается на функционирование. Если же проверке подвергается неработоспособный объект, то он направляется на восстановление, после которого он возвращается на функционирование.

Наблюдение за объектом во время эксплуатации с целью получения информации о его техническом состоянии производится в следующих случаях:

- 1) при наступлении скрытого отказа объект переходит в неработоспособное состояние, которое обнаруживается при проведении очередной проверки;
- 2) при наступлении явного отказа он обнаруживается системой непрерывного мониторинга, после чего объект направляется на восстановление.

Явные отказы обнаруживаются системой непрерывного мониторинга в момент их возникновения, а скрытые отказы обнаруживаются при периодических проверках. Поэтому продолжительность периода между проверками может быть:

- 1) установленной, если явный отказ не произошел;
- 2) меньше установленной, если происходит явный отказ.

При функционировании объект используется по назначению. При этом он может находиться в работоспособном или в неработоспособном состоянии. Отказы объекта, возникающие при его функционировании, обнаруживаются при проведении проверок.

В данной модели рассматриваются разные периоды, связанные с отказами объекта. Установленный период между двумя последовательными проверками может быть:

- 1) работоспособным, если объект является работоспособным на всем периоде;
- 2) с отказом, если в течение периода происходит скрытый отказ, при этом скрытый отказ не изменяет продолжительности периода.

В данной модели приняты следующие условия и допущения:

- 1) при функционировании объекта могут произойти скрытые и/или явные отказы;
- 2) скрытые и явные отказы происходят с постоянными интенсивностями, то есть отказы наступают в случайный момент времени, а время до отказа распределено по показательному закону;
- 3) контроль состояния объекта производится с постоянным периодом, при этом начало каждого периода отсчитывается от начала функционирования после восстановления или очередной проверки;
- 4) при обнаружении отказа объект поступает на восстановление, после которого начинается функционирование в работоспособном состоянии.
- 5) продолжительность проведения проверок и восстановления принята пренебрежимо малой.

Последнее допущение принято для упрощения модели. Такое допущение позволяет оценить влияние различных факторов в чистом виде. В частности, в соответствии с установленными нормами коэффициент готовности является вероятностью работоспособного состояния без учета планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусмотрено. В случае необходимости учесть конечное время нахождения в состояниях контроля и восстановления в рамках данной модели не составляет затруднений.

Целью работы является составление модели надежности объекта с постоянным периодом между проверками с учетом приведенных условий и ограничений.

3. Методы исследования

Модели, приведенные в данной статье, основаны на теории марковских процессов. Применяются модели двух типов: модель дискретного процесса в непрерывном времени и полумарковская модель. В непрерывном времени происходят как скрытые, так и явные отказы. Особенностью модели является то обстоятельство, что эти отказы могут происходить только в течение установленного периода между проверками. При этом, если происходит скрытый отказ, то очередная проверка проводится с установленным периодом, то есть в момент времени $t = T$, отсчитываемый от предыдущей проверки или от восстановления. Если же происходит явный отказ, то его обнаружение происходит в случайный момент времени $t, t \in [0; T]$. Таким образом, процесс мониторинга не может быть описан в дискретном времени, так как изменения состояний не могут быть представлены в заранее установленные моменты времени. Ввиду этого такой процесс изменения состояний описан с помощью полумарковского процесса.

Во многих исследованиях принято, что периодические проверки проводятся в случайные моменты времени с постоянными интенсивностями. Такое допущение сделано для упрощения модели. В частности, с таким допущением построены модели пассивной оптической сети доступа [10, 11, 32], система релейной защиты энергосистем [14, 27], функционирование линии связи [12]. Мнение специалистов по вопросам контроля технического состояния однозначно: регулярный период между проверками более адекватно отражает систему технического обслуживания систем, связанных с электронным оборудованием.

Использование в моделях мониторинга разных способов задания периодичности проверок может приводить к разным расчетным значениям показателей надежности. В частности, коэффициент неготовности при постоянном периоде между проверками может существенно отличаться от коэффициента неготовности при случайном периоде, используемом в математической модели в непрерывном времени [13, 15].

Основными параметрами процесса в непрерывном времени являются вероятности состояний. Как правило, эти вероятности получают путем составления и решения системы дифференциальных уравнений. Например, в [16] при исследовании системы релейной защиты составлена и вручную решена система из 6 дифференциальных уравнений. В данной статье задача нахождения вероятностей состояний находится методами компьютерной математики в матричном виде, при этом исходной характеристикой является матрица интенсивностей переходов между состояниями.

По марковской модели в непрерывном времени находят вероятности состояний. Исходными являются интенсивности переходов между состояниями λ_{ij} , представленные в виде матрицы интенсивностей $\Lambda = \|\lambda_{ij}\|$ на некотором множестве состояний. По матрице Λ находится изображение вероятностей состояний в матричном виде:

$$P(s) = (sE - \Lambda)^{-1}, \quad (1)$$

где s – комплексная переменная преобразования Лапласа; E – единичная матрица.

С помощью обратного преобразования Лапласа находится матрица вероятностей состояний $P(t) \div P(s)$, где матрица $P(t) = \|p_{ij}(t)\|$, $p_{ij}(t)$ – вероятность того, что в момент времени t процесс находится в j -м состоянии при условии, что i -е состояние является начальным. Если известно начальное распределение вероятностей состояний $p(0)$, то вероятности состояний можно представить в виде строки:

$$p(t) = p(0) \cdot P(t). \quad (2)$$

Таким образом, для нахождения вероятностей состояний не требуется составлять и решать систему дифференциальных уравнений. Вероятности состояний находятся с помощью простых (стандартных) операций, которые реализуются методами компьютерного моделиро-

вания. Задача решается по исходной матрице интенсивностей. Обоснование этого подхода приведено в специальной литературе и в [5, 6].

Далее в данной модели использован метод относительных частот, основанный на теории полумарковских процессов. Обоснование и доказательство метода относительных частот приведены в [5, 7]. Исходными параметрами при этом являются вероятности проходов. Вероятность прохождения q_{ij} – это вероятность перехода из i -го состояния в j -е состояние при условии, что происходит выход из i -го состояния.

Пусть U – некоторое множество несущественных состояний. В матрице вероятностей проходов на множестве U (Q_{UU}) отображены переходы только между состояниями множества U . По матрице Q_{UU} находится матрица относительных частот N_U на множестве U :

$$N_U = \|n_U(i, j)\| = (E - Q_{UU})^{-1}, \quad (3)$$

где $n_U(i, j)$ – среднее число вхождений (попаданий) в j -е состояние до выхода из множества U при условии, что i -е состояние является начальным при вхождении в множество U . Элементы матрицы относительных частот названы относительными частотами состояний. Если известно начальное распределение вероятностей состояний $q(0)$, то относительные частоты состояний можно представить в виде строки

$$n_U = \|n_U(j)\| = q(0) \cdot N_U. \quad (4)$$

По относительным частотам состояний и вероятностям состояний в непрерывном времени находятся показатели надежности объекта. В рамках приведенной модели будут вычислены:

- средняя продолжительность работоспособного и неработоспособного состояния;
- средняя периодичность восстановления;
- коэффициент готовности и коэффициент неготовности.

Операции, выполняемые при построении модели, могут быть реализованы вручную или в какой-либо системе компьютерной математики.

4. Модель системы мониторинга при наличии только скрытых отказов

Пусть во время функционирования объекта может произойти только скрытый отказ. Тогда на одном периоде установленной продолжительности имеет место процесс в непрерывном времени, при этом могут быть два состояния: работоспособное состояние 1Р и неработоспособное состояние со скрытым отказом 2С (рис. 2). Переход из состояния 1 в состояние 2 происходит с интенсивностью скрытых отказов λ_c .

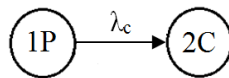


Рис. 2. Диаграмма состояний в непрерывном времени на одном периоде при наличии только скрытого отказа

Исходная матрица интенсивностей:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} -\lambda_c & \lambda_c \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Здесь и далее матрица-изображение и матрица-оригинал (матрица вероятностей состояний) не приводятся.

С учетом того, что состояние 1 является начальным на периоде, распределение вероятностей состояний получаем в виде первой строки матрицы $P(t)$ при $t \in [0; T]$, где T – установленный (постоянный) период между проверками:

$$p_1(t) = \begin{vmatrix} p_{11}(t) & p_{12}(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \exp(-\lambda_c \cdot t) & 1 - \exp(-\lambda_c \cdot t) \end{vmatrix}. \quad (5)$$

При $t = T$ получаем вероятности работоспособного и неработоспособного состояний в конце периода:

$$p_p = p_{11}(T) = \exp(-\lambda_c \cdot T); \quad p_c = p_{12}(T) = 1 - \exp(-\lambda_c \cdot T). \quad (6)$$

Средние времена нахождения в этих состояниях на одном периоде:

$$\theta_p = \int_0^T p_1(t) dt = \frac{1 - \exp(-\lambda_c \cdot T)}{\lambda_c}; \quad \theta_c = \int_0^T p_2(t) dt = \frac{\lambda_c \cdot T - (1 - \exp(-\lambda_c \cdot T))}{\lambda_c}. \quad (7)$$

Итак, время эксплуатации объекта состоит из периодов между проверками, самих проверок и восстановления. Диаграмма состояний эксплуатации приведена на рис. 3. На диаграмме обозначено: 1P₁ – работоспособное состояние объекта в начале периода; 2P₂ – работоспособное состояние объекта в конце периода; 3Н – неработоспособное состояние объекта в конце периода; 4ПР и 5ПН – проверка работоспособного и неработоспособного объекта; 6В – восстановление объекта.

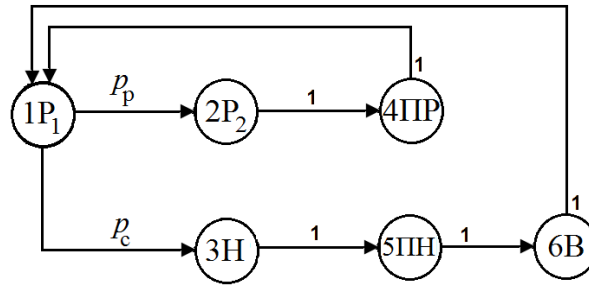


Рис. 3. Диаграмма состояний эксплуатации при наличии только скрытых отказов

Из приведенной диаграммы видно, что работоспособное состояние является начальным после восстановления или очередной проверки работоспособного объекта. Следующий за этим период может быть работоспособным (переход 1→2) или с отказом (переход 1→3). Таким образом, работоспособное состояние 2 и неработоспособное состояние 3 – это состояния в конце периода.

В рамках контроля технического состояния производится проверка работоспособного и неработоспособного объекта после состояний 2 и 3 соответственно. Если объект является работоспособным, то после проверки он возвращается на функционирование, а если он является неработоспособным, то направляется на восстановление. После восстановления объект направляется на функционирование в работоспособном состоянии.

Разобьем множество состояний на два подмножества: $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $V = \{6\}$. В результате такого разбиения эксплуатацию объекта можно представить с помощью переходов между этими подмножествами: $U \rightarrow V \rightarrow U \rightarrow V \dots$. Нахождение объекта в состояниях подмножества U и следующее за ним нахождение в состояниях подмножества V будем называть циклом. Из диаграммы на рис. 3 следует, что подмножество U всегда начинается с состояния 1.

Переходы между состояниями описываются с помощью матрицы вероятностей прохождений. Матрицы вероятностей прохождений на всем множестве состояний и на подмножестве U , Q и Q_{UU} соответственно:

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & p_p & p_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad Q_{UU} = \begin{pmatrix} 0 & p_p & p_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

По матрице Q_{UU} вычисляется матрица относительных частот N_U по формуле (3). Сейчас и далее приводится только первая строка матрицы N_U , так как состояние 1 является начальным при переходе $V \rightarrow U$. Первая строка матрицы N_U :

$$n_U(1) = \|n_U(i, j)\| = \frac{1}{1 - p_p} \cdot \|1 \quad p_p \quad p_c \quad p_p \quad p_c\|. \quad (8)$$

Средние относительные частоты состояний:

$$n_U(1,1) = \frac{1}{1 - \exp(-\lambda_c \cdot T)}; \quad n_U(1,2) = n_U(1,4) = \frac{\exp(-\lambda_c \cdot T)}{1 - \exp(-\lambda_c \cdot T)}; \quad n_U(1,3) = n_U(1,5) = 1. \quad (9)$$

Для лучшего понимания процесса приведем некоторые пояснения:

- 1) состояние 3 имеет место один раз на одном цикле, то есть $n_U(1,3) = 1$;
- 2) разность между числами попаданий в состояния 1 и 2 на одном цикле равна 1, то есть $n_U(1,2) = n_U(1,3) = n_U(1,1)$.

5. Модель системы мониторинга при наличии отказов двух типов

На одном периоде могут произойти как скрытые, так и явные отказы, при этом явный отказ может произойти как в работоспособном состоянии, так и в неработоспособном состоянии, а явный отказ происходит после скрытого отказа. Однако скрытый отказ после явного произойти не может, так как явный отказ обнаруживается системой мониторинга в момент его возникновения и объект направляется на восстановление.

Диаграмма состояний в непрерывном времени на одном периоде приведена на рис. 4, где обозначено: 1Р – работоспособное состояние; 2С – состояние со скрытым отказом; 3СЯ – состояние с двумя типами отказов; 4Я – состояние только с явным отказом.

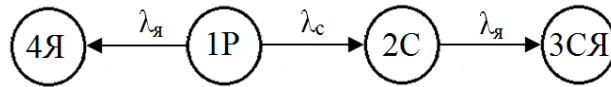


Рис. 4. Диаграмма состояний в непрерывном времени на одном периоде при наличии отказов двух типов

Исходная матрица интенсивностей переходов на одном периоде:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} -\lambda & \lambda_c & 0 & \lambda_я \\ 0 & -\lambda_я & \lambda_я & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

где $\lambda_я$ – интенсивность явных отказов; $\lambda = \lambda_c + \lambda_я$ – суммарная интенсивность отказов.

Выполнив необходимые преобразования (1) и (2), получим вероятности состояний на одном периоде при начальном состоянии 1, которые являются элементами первой строки матрицы $P(t)$:

$$\begin{aligned}
 p_1(t) &= \exp(-\lambda \cdot t); & p_2(t) &= \exp(-\lambda_{\text{я}} \cdot t) - \exp(-\lambda \cdot t); & p_3(t) &= \frac{\lambda_{\text{я}}}{\lambda} \cdot (1 - \exp(-\lambda \cdot t)); \\
 p_4(t) &= \frac{\lambda_{\text{с}}}{\lambda} \cdot (1 - \exp(-\lambda_{\text{я}} \cdot t)) - \frac{\lambda_{\text{я}}}{\lambda} \cdot (\exp(-\lambda_{\text{я}} \cdot t) - \exp(-\lambda \cdot t)).
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

Видно, что $p_1(t) + p_2(t) + p_3(t) + p_4(t) = 1$. Кроме того, при отсутствии явных отказов, то есть при $\lambda_{\text{я}} = 0$, получаем модель со скрытым отказом: $p_3(t) = p_4(t) = 0$.

Вероятности работоспособного и неработоспособного состояний в конце периода:

$$p_{\text{р}} = p_1(T) = 1 - \exp(-\lambda \cdot T); \quad p_{\text{с}} = p_2(T) = \exp(-\lambda_{\text{я}} \cdot T) - \exp(-\lambda \cdot T). \tag{11}$$

Вероятность наступления явного отказа на одном периоде равна сумме вероятностей состояний 3 и 4 в момент времени $t = T$:

$$p_{\text{я}} = p_3(T) + p_4(T) = 1 - \exp(-\lambda_{\text{я}} \cdot T). \tag{12}$$

Следует иметь в виду, что состояния 1 и 2 фиксируются в конце интервала, то есть при $t = T$, а состояния 3 и 4 – в момент наступления явного отказа.

Найдем продолжительности работоспособных и неработоспособных состояний на последнем периоде цикла:

$$\theta_{\text{р}} = \int_0^T p_1(t) dt = \frac{1 - \exp(-\lambda \cdot T)}{\lambda}; \quad \theta_{\text{с}} = \int_0^T p_2(t) dt = \frac{1 - \exp(-\lambda_{\text{я}} \cdot T)}{\lambda_{\text{я}}} - \frac{1 - \exp(-\lambda \cdot T)}{\lambda}. \tag{13}$$

Явный отказ обнаруживается системой непрерывного контроля, после чего объект направляется на восстановление. Ввиду этого последний период (период с отказом) уменьшается в среднем на величину

$$\theta_{\text{я}} = \int_0^T p_{\text{я}}(t) dt = T - \frac{1 - \exp(-\lambda_{\text{я}} \cdot T)}{\lambda_{\text{я}}}. \tag{14}$$

Проверка показывает, что $\theta_{\text{р}} + \theta_{\text{с}} + \theta_{\text{я}} = T$.

Итак, вероятности $p_{\text{р}}$, $p_{\text{с}}$, $p_{\text{я}}$ являются вероятностями прохождений между состояниями на одном периоде. Они отражены на диаграмме состояний (рис. 5).

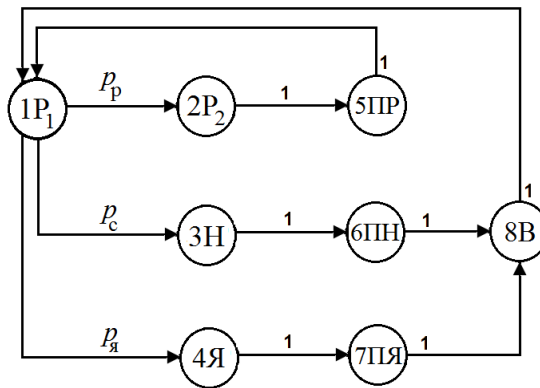


Рис. 5. Диаграмма состояний на одном цикле при наличии отказов двух типов

Матрица вероятностей прохождений на всем множестве состояний и на подмножестве $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$:

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & p_p & p_c & p_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad Q_{UU} = \begin{pmatrix} 0 & p_p & p_c & p_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Последний период цикла заканчивается наступлением скрытого или явного отказа.

Средние относительные частоты состояний приведены в первой строке матрицы N_U , вычисленной по (3):

$$n_U(1) = \|n_U(i, j)\| = \frac{1}{1 - p_p} \cdot \|1 \quad p_p \quad p_c \quad p_y \quad p_p \quad p_c \quad p_y\|. \quad (15)$$

Средние относительные частоты состояний, выраженные через исходные характеристики с учетом (11) и (12):

$$\begin{aligned} n_U(1,1) &= \frac{1}{1 - \exp(-\lambda \cdot T)}; & n_U(1,2) = n_U(1,5) &= \frac{\exp(-\lambda \cdot T)}{1 - \exp(-\lambda \cdot T)}; \\ n_U(1,3) = n_U(1,6) &= \frac{\exp(-\lambda_y \cdot t) - \exp(-\lambda \cdot t)}{1 - \exp(-\lambda \cdot t)}; & n_U(1,4) = n_U(1,7) &= \frac{1 - \exp(-\lambda_y \cdot t)}{1 - \exp(-\lambda \cdot t)}. \end{aligned} \quad (16)$$

Проверка показывает, что $n_U(1,3) + n_U(1,4) = 1$ и $n_U(1,2) + n_U(1,3) + n_U(1,4) = n_U(1,1)$.

6. Показатели надежности объекта

Перейдем к вычислению показателей надежности с учетом принятых условий и допущений. Для модели системы мониторинга при наличии только скрытых отказов средняя периодичность восстановления, или средняя продолжительность цикла, составляет

$$t_{\text{ц}} = n_U(1,1) \cdot T = \frac{T}{1 - \exp(-\lambda_c \cdot T)}. \quad (17)$$

Среднее время работоспособного состояния на одном цикле:

$$t_p = n_U(1,2) \cdot T + \theta_p = \frac{\lambda_c \cdot T \cdot \exp(-\lambda_c \cdot T) + (1 - \exp(-\lambda_c \cdot T))^2}{\lambda_c \cdot (1 - \exp(-\lambda_c \cdot T))}. \quad (18)$$

Среднее время неработоспособного состояния на одном цикле:

$$t_{\text{н}} = \theta_c = \frac{\lambda_c \cdot T - (1 - \exp(-\lambda_c \cdot T))}{\lambda_c}. \quad (19)$$

Коэффициент готовности K_{Γ} и коэффициент неготовности $K_{\text{н}}$:

$$K_{\Gamma} = \frac{t_p}{t_{\text{ц}}} = \frac{\lambda_c \cdot T \cdot \exp(-\lambda_c \cdot T) + (1 - \exp(-\lambda_c \cdot T))^2}{\lambda_c \cdot T}; \quad (20)$$

$$K_{\text{н}} = \frac{t_{\text{н}}}{t_{\text{ц}}} = \frac{[\lambda_c \cdot T - (1 - \exp(-\lambda_c \cdot T))] \cdot (1 - \exp(-\lambda_c \cdot T))}{\lambda_c \cdot T}. \quad (21)$$

Проверка показывает, что $t_p + t_{\text{н}} = t_{\text{ц}}$ и $K_{\Gamma} + K_{\text{н}} = 1$.

В модели при наличии скрытых и явных отказов среднее значение продолжительности одного цикла уменьшается за счет явных отказов на величину $\theta_{\text{я}}$, или его следует вычислять с учетом продолжительности последнего периода:

$$t_{\text{ц}} = n_U(1,1) \cdot T - \theta_{\text{я}} = n_U(1,2) \cdot T + \theta_{\text{р}} + \theta_{\text{с}} = \left(\frac{\exp(-\lambda \cdot T)}{1 - \exp(-\lambda \cdot T)} + \frac{1 - \exp(-\lambda_{\text{я}} \cdot T)}{\lambda_{\text{я}} \cdot T} \right) \cdot T. \quad (22)$$

По известным относительным частотам состояний и временам $\theta_{\text{р}}$ и $\theta_{\text{с}}$ на последнем периоде можно вычислить среднее значение продолжительности работоспособного $t_{\text{р}}$ и неработоспособного $t_{\text{н}}$ состояний на одном цикле, а также коэффициенты готовности и неготовности:

$$t_{\text{р}} = \frac{\lambda \cdot T \cdot \exp(-\lambda \cdot T) + (1 - \exp(-\lambda \cdot T))^2}{\lambda \cdot (1 - \exp(-\lambda \cdot T))}; \quad t_{\text{н}} = \frac{1 - \exp(-\lambda_{\text{я}} \cdot T)}{\lambda_{\text{я}}} - \frac{1 - \exp(-\lambda \cdot T)}{\lambda}. \quad (23)$$

$$K_{\text{Г}} = t_{\text{р}} / t_{\text{ц}}; \quad K_{\text{Н}} = t_{\text{н}} / t_{\text{ц}}. \quad (24)$$

Проверка показывает, что $t_{\text{р}} + t_{\text{н}} = t_{\text{ц}}$.

Развернутые формулы для вычисления коэффициентов готовности и неготовности являются громоздкими и поэтому не приводятся.

7. Результаты исследования

Введем новые параметры, которые назовем приведенными интенсивностями отказов: $\rho_{\text{с}} = \lambda_{\text{с}} \cdot T$, $\rho_{\text{я}} = \lambda_{\text{я}} \cdot T$, $\rho = \lambda \cdot T$. Приведенная интенсивность отказа – это среднее число отказов определенного вида за период T : $\rho_{\text{с}}$ – приведенная интенсивность скрытых отказов; $\rho_{\text{я}}$ – приведенная интенсивность явных отказов; ρ – приведенная суммарная интенсивность скрытых и явных отказов. Использование одного параметра вместо двух позволяет упростить исследование. Выразим через приведенные интенсивности параметры и показатели надежности. Соответствующие формулы приведены в табл. 1.

Таблица 1. Показатели надежности объекта в приведенных интенсивностях

	при наличии только скрытых отказов	при наличии отказов двух типов
1. Средняя периодичность восстановления	$t_{\text{ц}} = \frac{T}{1 - \exp(-\rho_{\text{с}})}$	$t_{\text{ц}} = \left(\frac{\exp(-\rho)}{1 - \exp(-\rho)} + \frac{1 - \exp(-\rho_{\text{я}})}{\rho_{\text{я}}} \right) \cdot T$
2. Среднее время работоспособного состояния на одном цикле	$t_{\text{р}} = \frac{\rho_{\text{с}} \cdot \exp(-\rho_{\text{с}}) + (1 - \exp(-\rho_{\text{с}}))^2}{\rho_{\text{с}} \cdot (1 - \exp(-\rho_{\text{с}}))} \cdot T$	$t_{\text{р}} = \left(\frac{\exp(-\rho)}{1 - \exp(-\rho)} + \frac{1 - \exp(-\rho)}{\rho} \right) \cdot T$
3. Среднее время неработоспособного состояния на одном цикле	$t_{\text{н}} = \frac{\rho_{\text{с}} - (1 - \exp(-\rho_{\text{с}}))}{\rho_{\text{с}}} \cdot T$	$t_{\text{н}} = \frac{1 - \exp(-\rho_{\text{я}})}{\rho_{\text{я}}} \cdot T - \frac{\exp(-\rho_{\text{я}}) - \exp(-\rho)}{\rho} \cdot T$
4. Коэффициент готовности	$K_{\text{Г}} = \frac{\rho_{\text{с}} \cdot \exp(-\rho_{\text{с}}) + (1 - \exp(-\rho_{\text{с}}))^2}{\rho_{\text{с}}}$	$K_{\text{Г}} = t_{\text{р}} / t_{\text{ц}}$
5. Коэффициент неготовности	$K_{\text{Н}} = \frac{[\rho_{\text{с}} - (1 - \exp(-\rho_{\text{с}}))] \cdot (1 - \exp(-\rho_{\text{с}}))}{\rho_{\text{с}}}$	$K_{\text{Н}} = t_{\text{н}} / t_{\text{ц}}$

В табл. 2 приведены расчеты значений среднего времени цикла, среднего времени неработоспособного состояния на одном цикле и коэффициента неготовности в зависимости от приведенной интенсивности скрытых отказов для модели при наличии только скрытых отказов. Из таблицы видно, что с уменьшением приведенной интенсивности скрытых отказов существенно возрастает среднее время одного цикла и существенно снижается среднее время неработоспособного состояния на одном цикле. Эти показатели можно выразить также в единицах периода, а именно $t_{ц}/T$ и $t_{н}/T$. Порядок коэффициента неготовности существенно уменьшается по сравнению с порядком приведенной интенсивности скрытых отказов.

Таблица 2. Значения показателей надежности при разных значениях приведенной интенсивности скрытых отказов для модели при наличии только скрытых отказов

ρ_c	1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
$t_{ц}$	$1.58 \cdot T$	$10.5 \cdot T$	$100.5 \cdot T$	$1 \cdot 10^3 \cdot T$	$1 \cdot 10^4 \cdot T$	$1 \cdot 10^5 \cdot T$
$t_{н}$	$0.37 \cdot T$	$0.5 \cdot 10^{-1} \cdot T$	$0.5 \cdot 10^{-2} \cdot T$	$0.5 \cdot 10^{-3} \cdot T$	$0.5 \cdot 10^{-4} \cdot T$	$0.5 \cdot 10^{-5} \cdot T$
$K_{н}$	0.23	$0.5 \cdot 10^{-2}$	$0.5 \cdot 10^{-4}$	$0.5 \cdot 10^{-6}$	$0.5 \cdot 10^{-8}$	$0.5 \cdot 10^{-10}$

Для оценки эффективности системы мониторинга введем параметр $\nu = \lambda_{я} / \lambda$, который представляет собой долю явных отказов в общем потоке отказов. Смысл параметра ν заключается в следующем: ν – это доля отказов, обнаруживаемых системой мониторинга одновременно с их возникновением, то есть этот параметр свидетельствует об эффективности системы мониторинга: чем больше параметр ν , тем лучше качество функционирования системы мониторинга. В крайних случаях при $\nu = 1$ система мониторинга является идеальной – она обнаруживает все виды отказов одновременно с их возникновением. Однако при $\nu = 0$ система мониторинга обнаруживает отказы только при периодическом контроле, что свидетельствует о ее очень низкой эффективности. Таким образом, параметр ν можно считать мерой уровня эффективности и качества системы мониторинга.

Выразим через параметр ν исходные характеристики модели: $\lambda_c = (1 - \nu) \cdot \lambda$, $\rho_c = (1 - \nu) \cdot \rho$, $\rho_{я} = \nu \cdot \rho$, а также показатели надежности для модели с двумя видами отказов:

$$t_{ц} = \left(\frac{\exp(-\rho)}{1 - \exp(-\rho)} + \frac{1 - \exp(-\nu \cdot \rho)}{\nu \cdot \rho} \right) \cdot T; \quad t_{н} = \left[\frac{1 - \exp(-\nu \cdot \rho)}{\nu \cdot \rho} - \frac{\exp(-\nu \cdot \rho) - \exp(-\rho)}{\rho} \right] \cdot T; \\ K_{н} = t_{н} / t_{ц}. \quad (25)$$

В табл. 3 приведены значения этих показателей для одного значения приведенной суммарной интенсивности отказов $\rho = 10^{-3}$ и при разных значениях параметра ν .

Таблица 3. Значения показателей надежности при $\rho = 10^{-3}$ и при разных уровнях эффективности системы мониторинга

ν	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$t_{ц}$	$1 \cdot 10^3 \cdot T$	$1 \cdot 10^3 \cdot T$	$1 \cdot 10^3 \cdot T$	$1 \cdot 10^3 \cdot T$	$1 \cdot 10^3 \cdot T$	$1 \cdot 10^3 \cdot T$
$t_{н}$	$5.8 \cdot 10^{-4} \cdot T$	$5.6 \cdot 10^{-4} \cdot T$	$5.4 \cdot 10^{-4} \cdot T$	$4.4 \cdot 10^{-4} \cdot T$	$2.6 \cdot 10^{-4} \cdot T$	0
$K_{н}$	$5.8 \cdot 10^{-7}$	$5.6 \cdot 10^{-7}$	$5.4 \cdot 10^{-7}$	$4.4 \cdot 10^{-7}$	$2.6 \cdot 10^{-7}$	0

8. Заключение

В приведенной модели использованы исходные параметры надежности, которые могут быть оценены при эксплуатационных испытаниях. В [8] изложен подход к созданию системы сбора и обработки статистической информации о надежности электронного оборудования в процессе эксплуатации, что позволяет получить достоверную информацию о надежно-

сти эксплуатируемых объектов, в частности, позволяет оценить ненаблюдаемые параметры надежности.

В [1] приведен подход к созданию методики обработки исходных данных о надежности системы управления перегрузками, позволивший по результатам мониторинга при эксплуатационных испытаниях найти характеристики аварийного состояния, под которым понимается сброс скорости передачи информации на 40 %, при этом аварийный останов системы не происходит. К таким характеристикам относятся: предельная вероятность аварийного состояния, средняя частота аварий, среднее время между авариями.

В заключение можно сделать следующие выводы, свидетельствующие о полезности проведенного исследования.

1. При проектировании или при совершенствовании обслуживания сложных систем следует принимать во внимание не только коэффициенты готовности или неготовности, но и временные характеристики, связанные с надежностью. Представленная модель позволяет рассчитать и спрогнозировать такие показатели с учетом интенсивностей скрытых и явных отказов и периодичности проверок.

2. Во многих исследованиях модели строятся на основе вероятностей состояний в непрерывном времени. Эти вероятности, как правило, получают путем составления и решения системы дифференциальных уравнений. В данной статье вероятности состояний получены без составления (и, соответственно, без решения) системы дифференциальных уравнений – эти вероятности находятся в матричном виде по исходной матрице интенсивностей средствами компьютерной математики.

3. Применение метода относительных частот на основе теории полумарковских процессов позволило получить показатели надежности при постоянном периоде контроля и при отказах двух типов.

4. В статье использован параметр «приведенная интенсивность отказов», позволяющий объединить интенсивность отказов и периодичность проверок.

5. В приведенной модели использована доля явных отказов в общем потоке отказов, которую можно использовать в качестве меры уровня эффективности и качества системы мониторинга.

6. Практическая значимость полученных научных результатов подтверждена разработкой методики сбора статистических данных об отказах, ремонтах и профилактическом обслуживании. Эти научные результаты могут быть использованы при проектировании и совершенствовании телекоммуникационных систем.

7. Достоинством модели является возможность ее реализации средствами компьютерного моделирования, например, в системах Mathcad и MATLAB. Применение матричных методов обеспечивает простые алгоритмы расчетов в этих системах.

8. На основе приведенной модели получены расчетные формулы для показателей надежности и проведены иллюстративные расчеты при конкретных значениях исходных параметров.

Таким образом, данная статья является результатом обобщения и совершенствования моделей и представлений об эксплуатации объектов и систем, в основе которых заложено электронное оборудование.

Литература

1. Бахарев А. В., Зеленцов Б. П., Максимов В. П., Шувалов В. П. Управление перегрузками при передаче информации от одного отправителя нескольким получателям // Вестник СибГУТИ. 2018. № 1. С. 22–32.
2. Викторов В. С., Степанянц А. С. Модели и методы расчета надежности технических систем. М.: Ленанд, 2014. 256 с.

3. *Егунов М. М., Шувалов В. П.* Резервирование и восстановление в телекоммуникационных сетях // Вестник СибГУТИ. 2012. № 2. С. 3–9.
4. *Зверев Г. Я.* Оценка надежности изделия в процессе эксплуатации. М.: URSS, 2010. 96 с.
5. *Зеленцов Б. П.* Матричные методы моделирования однородных марковских процессов. Palmarium Academic Publishing, 2017. 133 с.
6. *Зеленцов Б. П.* Матричные модели функционирования оборудования систем связи // Вестник СибГУТИ. 2015. № 4. С. 62–73.
7. *Зеленцов Б. П.* Метод относительных частот моделирования вероятностных систем // Вестник СибГУТИ. 2017. № 2. С. 51–63.
8. *Зеленцов Б. П.* Определение показателей надежности электронного оборудования по данным эксплуатационных испытаний // Вестник СибГУТИ. 2018. № 4. С. 3–11.
9. *Зеленцов Б. П.* Циклическое функционирование систем длительного использования // Вестник СибГУТИ. 2017. № 4. С. 3–14.
10. *Зеленцов Б. П., Ионикова Е. П., Шувалов В. П.* Метод расчета для коэффициента готовности пассивной оптической сети доступа в условиях недостоверного контроля // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2019. Т. 13, № 7. С. 10–15.
11. *Зеленцов Б. П., Ионикова Е. П., Шувалов В. П.* Модели элементов сети доступа в условиях резервирования и учета недостоверного контроля их технического состояния // Вестник СибГУТИ. 2019. № 1. С. 3–15.
12. *Зеленцов Б. П., Максимов В. П., Шувалов В. П.* Модель функционирования линии связи в условиях недостоверного контроля технического состояния // Вестник СибГУТИ. 2015. № 3. С. 35–43.
13. *Зеленцов Б. П., Трофимов А. С.* Исследование моделей расчета надежности при разных способах задания периодичности проверок // Надежность и качество сложных систем. 2019. № 1. С. 35–44.
14. *Зеленцов Б. П., Трофимов А. С.* Исследование модели функционирования резервированной по несрабатыванию системы релейной защиты // Релейная защита и автоматизация. 2017. № 4. С. 22–29.
15. *Зеленцов Б. П., Трофимов А. С.* Исследование способа задания периодичности проверок на надежность объекта // Вестник СибГУТИ. 2019. № 1. С. 62–69.
16. *Зеленцов Б. П., Трофимов А. С.* Исследование эксплуатационных характеристик системы релейной защиты в условиях регулярных периодических проверок // Надежность и безопасность энергетики. 2019. № 1. С. 36–44.
17. *Зубилевич А. Л., Сиднев С. А., Царенко В. А.* Определение эффективности применения прогнозирующей стратегии технического обслуживания ВОЛС // XIII Международная отраслевая научно-техническая конференция «Технологии информационного общества»: сборник трудов. Т. 1. М.: ИД Медиа Паблишер, 2019. С. 31–33.
18. *Ивченко Г. И., Каиштанов В. А., Коваленко И. Н.* Теория массового обслуживания. М.: Высшая школа, 2012. 304 с.
19. *Кельберт М. Я., Сухов Ю. М.* Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т. 2: Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов. М.: МЦНМО, 2009. 588 с.
20. *Королюк В. С., Турбин А. Ф.* Полумарковские процессы и их приложения. Киев: Наукова думка, 1982. 236 с.
21. *Лубков Н. В., Спиридонов И. Б., Степанянц А. С.* Влияние характеристик контроля на показатели надежности систем // Труды МАИ. 2016. В. 85. С. 1–27.
22. *Махитько В. П., Засканов М. В., Савин М. В.* Методы оценки показателей надежности изделий по результатам испытаний и эксплуатации // Известия Самарского научного центра РАН. 2011. С. 293–299.
23. *Острейковский В. А.* Теория надежности. М.: Высшая школа, 2003. 463 с.

24. *Половко А. М., Гуров С. М.* Основы теории надежности. ВНУ-Санкт-Петербург, 2006. 560 с.
25. *Рахман П. А.* Показатели надежности восстанавливаемых систем с заданным порогом аварийного отключения // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2015. № 9. С. 146–153.
26. *Сильвестров Д. С.* Полумарковские процессы с дискретным множеством состояний. М.: Сов. радио, 1980. 272 с.
27. *Трофимов А. С.* Модель функционирования релейной защиты энергосистем // Электроэнергия. Передача и распределение. 2016. № 6. С. 110–114.
28. *Чекмарев Ю. В.* Надежность информационных систем. М.: Дик Пресс, 2012. 253 с.
29. *Шайхутдинов Д. В.* Методы мониторинга и диагностики сложных технических систем на базе имитационного моделирования // Современные наукоемкие технологии. 2018. № 11 (часть 1). С. 146–153.
30. *Шалин А. И.* Надежность и диагностика релейной защиты энергосистем. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. 114 с.
31. *Шнеерзон Э. М.* Цифровая релейная защита. М.: Энергоатомиздат, 2007. 549 с.
32. *Ionikova E. P., Shuvalov V. P., Zelentsov B. P.* A Model of a Protected System under Unreliable Check-out Conditions // 2018 14-th International Conference on actual problems of electronic instrument engineering (APEIE), Novosibirsk, 2018. Vol. 1, Part 3. P. 299–304.

*Статья поступила в редакцию 03.06.2020;
переработанный вариант – 14.08.2020.*

Зеленцов Борис Павлович

д.т.н., профессор кафедры высшей математики СибГУТИ (630102, Новосибирск, ул. Кирова, 86), тел. (383) 269-39-36, e-mail: zelentsov@mail.ru.

Item reliability model taking into account technical state monitoring

B. P. Zelentsov

An analytic model of a functioning item is represented under check-out operations with regular period. The idea of the model consists in monitoring and registration of observable technical states of the item. The model is based on the theory of semimarkov processes using matrix methods for mathematical operations. Consideration of the model reveals the influence of the checking conditions on the reliability level.

Keywords: condition monitoring, regular period of check-out operations, latent and explicit failures.