УДК 519.854.2

Модели организации ремонтных работ для обеспечения работоспособности коммуникаций[1]

Г. Ы. Токтошов, О. А. Ляхов

Рассматривается задача обслуживания узловых элементов различных коммуникаций ремонтными бригадами с целью предотвращения непредвиденных аварийных и нештатных ситуаций в процессе их функционирования. Решается задача доставки ремонтных бригад и проведения ими ремонтных работ в вершинах сети в виде модифицированной задачи коммивояжера. В отличие от классической задачи коммивояжера здесь рассматривались возможности, во-первых, одновременного использования больше одного коммивояжёра, во-вторых, учитывались не только затраты на транспортировку ремонтных бригад от организационной системы до узлов инженерной сети и обратно, но и затраты на ремонтные работы в узлах сети. Результаты работы проиллюстрированы на числовом примере и свидетельствуют об эффективности предложенного подхода в сравнении с известными моделями маршрутизации транспорта.

Ключевые слова: инженерные коммуникации, маршрутизация, надежность, ремонтные бригады, графы.

1. Введение

Эффективность функционирования инженерных коммуникаций, позволяющих передать из одного узла в другой некоторый продукт, в значительной степени зависит от своевременного технического обслуживания элементов этих сетей. Надежное и безаварийное функционирование коммуникаций в целом зависит от надежности линий и узлов этих систем [1] и достигается за счет правильной организации управления профилактическим обслуживанием и своевременным проведением ремонтных работ на объектах этих систем.

В штатном режиме работы надежность функционирования инженерных коммуникаций в значительной степени зависит от своевременного технического обслуживания узлов, т.к. отказ узла приводит к нарушению значительно большего числа путей, чем отказ линии. Узлы (вершины) – это элементы сети, которые соответствуют точкам соединения линий, а также местам отбора или подачи потока в сеть [2]. В текущем планировании обслуживания удаленных объектов основными составляющими затрат являются расходы на доставку персонала к местам ремонта и осуществление работ на объектах. В моделях управления должны быть учтены как транспортные, так и производственные затраты при выполнении ремонтных работ в вершинах сети. В нештатных ситуациях приоритет отдается быстроте реакции на экстремальные ситуации.

В связи с этим возникает задача, связанная с построением маршрута доставки ремонтных бригад от организационных систем до всех узлов инженерной сети с минимальными затратами несколькими одинаковыми транспортными средствами VRP (vehicle routing problem) [3, 4]. Задача является развитием задачи коммивояжера. Отличие заключается в возможности использования нескольких одинаковых транспортных средств передвижения – больше одного

[1] Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН (0251-2021-0005).

коммивояжера для доставки ремонтных бригад от производственной площадки до вершин инженерной сети. Здесь за основу взята постановка задачи маршрутизации SDVRP (the split delivery vehicle routing problem) – использование неограниченного парка однородных средств передвижения с возможностью обслуживания каждого клиента (вершины) несколькими транспортными средствами (коммивояжерами). Требуется рассчитать потребность в транспортных средствах и ремонтном персонале при передвижении по ребрам и выполнении работ в узлах инженерной сети. Задача сводится к построению маршрутов передвижения ремонтных бригад при выполнении заданного объема работ в вершинах по критерию минимизации транспортных расходов и затрат, связанных с ремонтом в узлах сети.

2. Постановка задачи обслуживания узлов сети

Требуется из вершины i_0 (депо) доставить ремонтные бригады n узлам инженерной сети $i_1, ..., i_n$, в каждом из которых объем ремонтных работы (время, стоимость и т.п.) – R_i, выполнить ремонтные работы и вернуться в депо. Каждая бригада перевозится одним транспортным средством. Любая внутренняя вершина одного маршрута посещается один раз. Предполагается выполненным для каждой дуги неравенства треугольника.

Введем следующие обозначения:

$G=(V,E)$ – неориентированный граф перевозок ремонтных бригад;

$V=(i_0, i_1, ..., i_n)$ – множество вершин, i_0 – депо, $i_1, ..., i_n$ – узлы инженерной сети;

E – множество ребер $(i,j)\in E$, $i\in V$, $j\in V$;

$C=\{c_{ij}\}$ – матрица неотрицательных расстояний (стоимости пути) между узлами при перемещении по ребру (i,j), $i\in V$, $j\in V$);

M_k – маршрут k-й ремонтной бригады $i_0, i_{1k}, ..., i_{rk}, i_0$ ($k=1,...,m$);

$C(M_k)=\sum_{j=0}^{n}\ \sum_{i=0}^{n} c_{ij}x_{ijk}$ – длина маршрута M_k, ($C(M_k)=0$ соответствует фиктивному маршруту);

A_k – затраты за использование k-ой бригады (стоимость нормо-часа);

P_k – максимальный объем ремонтных работ, выполняемых k-ой бригадой (в единицах времени, например, трудоемкость в нормо-часах);

R_i – объем ремонтных работ, который требуется выполнить в i-м узле (в единицах времени, например, трудоемкость в нормо-часах).

Требуется доставить ремонтные бригады к каждому узлу сети, выполнить заданный объем работ в этих узлах, вернуться в производственную площадку. Задача может быть записана в виде частично целочисленной линейной модели:

$$\sum_{i=0}^{n} x_{ijk} = \sum_{i=0}^{n} x_{jik} \le 1 \qquad j=0,...,n,\ k=1,...,m \tag{1}$$

$$u_{ik} - u_{jk} + (n+1)x_{ijk} \le n \qquad i,j=1,...,n;\ k=1,...,m \tag{2}$$

$$x_{ijk} \in [0,1],\ \textit{целые} \qquad i,j=0,...,n,\ k=1,...,m \tag{3}$$

$$u_{ik},\ z_{ik} \ge 0 \qquad i=1,...,n,\ k=1,...,m \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{n} z_{ik} \le P_k \qquad k=1,...,n \tag{5}$$

$$z_{ik} \le R_i \sum_{j=0}^{n} x_{ijk} \qquad i=1,...,n,\ k=1,...,m \tag{6}$$

$$\sum_{k=1}^{m} z_{ik} = R_i \qquad i=1,...,n \tag{7}$$

Переменные:

$x_{ijk} = 1$, если и только если в k-й маршрут включено ребро (i, j);

u_{ik} – вспомогательная целочисленная переменная, определяющая порядковый номер узла i в маршруте k;

z_{ik} – объем ремонтных работ, выполненных k-й бригадой в i-й вершине ($z_{ik} \geq 0$, $k = 1, ..., m$, $i = 1, ..., n$).

Условия (1) и (2) гарантируют для каждого маршрута (аналогично задаче коммивояжера) начало и окончание в вершине i_0, однократное посещение каждой внутренней вершины в одном маршруте, возможность посещения одного узла инженерной сети более одного раза разными ремонтными бригадами[2]. Ограничения (5) не допускают превышения производительности ремонтных бригад. Условие (6) связывает ремонт в вершине с ее посещением, а (7) гарантирует выполнение необходимого объема работ в узлах сети. В каждой вершине ремонт может быть выполнен более чем одной бригадой.

Целевая функция может быть выбрана такая же, что и в модели SDVRP [3, 4]. Однако появляется дополнительное требование сокращения расходов на ремонт в узлах сети. Поскольку суммарный объем ремонта является постоянной величиной, минимизации ремонтных затрат соответствует сокращение числа бригад – увеличение числа фиктивных маршрутов. Учет ремонтных затрат возможен при использовании частично целочисленной линейной модели, если затраты на передвижение и ремонт измеряются в одних единицах (например, в стоимостных). Целевую функцию минимизации суммарных транспортных и ремонтных затрат можно записать следующим образом:

$$\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}\sum_{k=1}^{m} c_{ij}x_{ijk} + \sum_{k=1}^{m} A_k \sum_{i=1}^{n} z_{ik} \rightarrow \min, \qquad (8)$$

где:

$\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}\sum_{k=1}^{m} c_{ij}x_{ijk}$ – транспортные затраты;

$\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} z_{ik}$ – постоянная величина, измеряет затраты на ремонт (в единицах времени);

$\sum_{k=l}^{m} A_k \sum_{i=1}^{n} z_{ik} = 0$ для фиктивных, т.е. не вошедших в план бригад ($l = r+1, ..., m$ – номера фиктивных маршрутов);

$\sum_{k=1}^{m} A_k \sum_{i=1}^{n} z_{ik}$ – затраты на ремонт в денежном выражении.

Чем больше фиктивных бригад, тем меньше число бригад, реально выполняющих ремонтные работы (r). Включение в целевую функцию этой величины позволяет уменьшить общие затраты и найти оптимальный состав ремонтного персонала.

3. Модификация модели для условий неоднократного посещения вершин

Задача коммивояжера с многократным посещением вершин впервые рассмотрена в [6], приведена в обзоре [7]. Потеря эффективных маршрутов перемещения бригад в связи с условием однократности в задаче коммивояжера может возникнуть в каждом пути данной задачи. Самый короткий путь с однократным посещением вершин может оказаться длиннее пути с повторным заходом в вершины [8].

Пусть $C' = \{c'ij\}$ – матрица, в которой $c'ij \geq 0$ – минимальное расстояние путей из i в j, $i, j = \overline{0, n}$. Для задачи (1–8) справедливы следующие утверждения.

[2] Условия (2) заимствованы из [5]. Авторами впервые показана возможность отображения непрерывности каждого маршрута в VRP аналогично задаче коммивояжера (условие 2).

1. Если отказаться от однократности и искать решение задачи (1–8) не только в гамильтоновых циклах, то ограничения (1–7) не соответствуют исходной формулировке задачи, т.к. возможно существование не гамильтоновых более коротких путей, построение которых блокируется условиями (1, 2) [9].

2. Если для всех дуг (i, j), $i, j = \overline{0, n}$ *выполнено неравенство треугольника* $c_{ij} < \min\limits_{0 \le k \le n} (c_{ik} + c_{kj})$, *то оптимальные решения задач с однократным и многократным посещением вершин совпадают.*

3. Для задачи (1–8) с возможностью повторного посещения вершин с матрицей C *решение соответствует оптимальному маршруту (1–8) без повторного посещения вершин с матрицей* C'.

4. Задача обслуживания ремонтных работ в узлах сети с повторным посещением вершин может быть записана условиями (1–8), если вместо C *использовать* C'.

Алгоритм решения задачи обслуживания ремонтных работ без условия однократности включает следующие этапы:

1. Расчет матрицы C'.
2. Решение задачи (1–8) SDVRP с матрицей C'.
3. Восстановление маршрута по дугам оптимального пути, таким что $c_{ij} > c'_{ij}$.

Наиболее сложным является этап 2. Задачи SDVPR относятся к классу NP-трудных задач. Применение точных методов целочисленного программирования или метода ветвей и границ невозможно для практического применения. Здесь используются приближенные методы: метаэвристические, генетические, эволюционные, различные методы локального поиска и т.д. Разработаны алгоритмы и программы для решения задач достаточной для практики размерности [10–13].

4. Пример построения маршрутов ремонтных бригад

Рассмотрим модификацию модели, когда разрешается неоднократное посещение вершин при маршрутизации ремонтных бригад. Условия (1), (2) гарантируют для любого допустимого маршрута однократное посещение внутренних вершин с возвратом в начальную вершину (гамильтонов цикл).

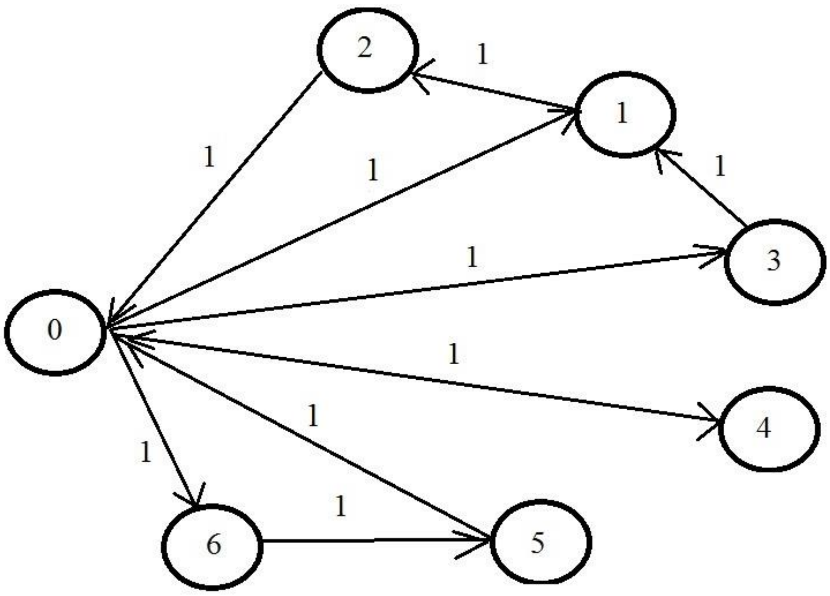

Рис. 1. Маршруты передвижения ремонтных бригад

Для матрицы расстояний $C = \{c_{77}\}$ на рис. 1 приведены оптимальные маршруты бригад. Каждая бригада может выполнить не более 10 единиц ремонтных работ.

$$C = \begin{bmatrix} \infty & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \infty & 1 & 1 & \infty & \infty & \infty \\ 1 & 1 & \infty & 1 & \infty & \infty & \infty \\ 1 & 1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 \\ 1 & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 & \infty \end{bmatrix}, C' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Знаком ∞ отмечено отсутствие дуги между вершинами.

На рис. 1 над дугами приведены транспортные затраты, а объемы ремонтных работ в вершине 1 – 10 у.е., в вершинах со 2 по 6 – 5 у.е. Оптимальные решения задач (1–8) с C и C' совпадают: маршруты 0→1→2→0, 0→3→1→0, 0→4→0, 0→6→5→0; значение целевой функции 3+10+3+10+2+5+3+10=46.

Пусть в примере на рис. 1 $c_{05} = c_{50} = 100$. Матрицы C и C':

$$C = \begin{bmatrix} \infty & 1 & 1 & 1 & 1 & 100 & 1 \\ 1 & \infty & 1 & 1 & \infty & \infty & \infty \\ 1 & 1 & \infty & 1 & \infty & \infty & \infty \\ 1 & 1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 100 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 \\ 1 & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 & \infty \end{bmatrix}, C' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 3 & 3 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Решение задачи (1–8) с матрицей C будет всегда включать дугу (0,5) или (5,0) с весом 100, и суммарные затраты по пути 0→6→5→0 составят 102+10.

Без условия однократности задача сводится к решению (1–8) с матрицей C' и восстановлению маршрутов: по дугам, у которых $c_{ij} > c'_{ij}$: путь 0→6→5→0 преобразуется в 0→6→5→6→0 (возврат в депо через повторное посещение вершины 6) с суммарными затратами 4+10.

Пусть в примере на рис. 1 $c_{05} = c_{50} = \infty$. Тогда задача (1–8) с матрицей C не имеет допустимых решений (отсутствуют гамильтоновы циклы для маршрутов, проходящих через вершину 5). Матрицы C и C':

$$C = \begin{bmatrix} \infty & 1 & 1 & 1 & 1 & \infty & 1 \\ 1 & \infty & 1 & 1 & \infty & \infty & \infty \\ 1 & 1 & \infty & 1 & \infty & \infty & \infty \\ 1 & 1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 \\ 1 & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 & \infty \end{bmatrix}, C' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 3 & 3 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Решением задачи (1–8) с матрицей C' являются следующие маршруты: 0→1→2→0, 0→3→1→0, 0→4→0, 0→6→5→6→0.

5. Варианты моделей на разных стадиях управления

На стадии предварительного управления при определении структуры организации решаются задачи формирования парка средств передвижения и определения потребности в ремонтных бригадах. Здесь может быть использована базовая модель (1–8). Она может быть модифицирована для различных ситуаций в управлении ремонтными работами.

5.1. Текущее планирование

Текущее планирование реализуется в процессе функционирования организации. На этой стадии составляются планы выполнения работ для бригад и маршруты транспортных средств для ближайшего промежутка времени. Потребности в ремонте определяются не только паспортными данными, но и состоянием оборудования. Возникают дополнительные ограничения по срокам работ в узлах сети:

$$\sum\nolimits_{i\in M_k}^{n}\sum\nolimits_{j\in M_k}^{n}\sum\nolimits_{k=1}^{m}t_{ij}x_{ijk}\le T_k,\ \ k\in M \qquad (9)$$

t_{ij} – продолжительность перевозки из i в j, $i\in V$, $j\in V$;

M – множество вершин, для которых установлены временные ограничения T_k.

Модель (1–9) в более детализированной постановке может быть дополнена другими условиями, например: учет разнородного парка оборудования, разной производительности ремонтных бригад.

5.2. Нештатные ситуации

Выход из строя оборудования с необходимостью быстрого восстановления узлов сети требует быстрой реакции. Модели управления в случае экстремальных ситуации отличаются от штатных задач ослаблением стоимостных ограничений и усилением условий скорости доставки персонала и проведения ремонтных работ.

Задача в чрезвычайных обстоятельствах может быть сформулирована следующим образом. Задано множество отказавших узлов L, N – число элементов в L. Известны продолжительности передвижения между узлами сети. Требуется построить минимальные по времени маршруты из депо до каждого узла L. Возвращение в депо не требуется.

Задача сводится к известной задаче о кратчайшем пути между двумя заранее заданными вершинами (см., например, [14–16]). Трудоемкость задачи позволяет найти точное решение за приемлемое время.

При достаточном количестве транспортных средств и ремонтных бригад задача распадается на N несвязанных между собой задач, μ-я задача ($\mu=1,...,N$) сводится к построению маршрута минимальной длины между i_0 и $i_\mu\in L$. Несложно показать, что если маршрут содержит промежуточные вершины из L, то по критерию минимизации времени выгоднее для каждой внутренней вершины этого маршрута выбрать отдельную бригаду и транспортное средство, т.е. выполнение ремонта одной бригадой более чем на одном объекте абсолютно неэффективно.

Постановка задачи для нештатных ситуаций может быть использована не только для планирования инженерных сетей, но и, например, для диспетчирования скорой медицинской помощи, доставки спасателей, организации ремонта в чрезвычайных ситуациях и т.д.

6. Заключение

Рассмотрена прикладная задача планирования ремонтных работ инженерных сетей различного назначения с учетом транспортных затрат. В отличие от известных логистических постановок учитываются не только транспортные расходы, но и затраты на обслуживание узлов сети.

Разработана модификация модели, разрешающая неоднократное посещение внутренних вершин инженерной сети в каждом маршруте, позволяющая сократить суммарные затраты в сравнении с задачей SDVRP. Предложен способ преобразования исходной матрицы расстояний для решения задач построения не гамильтоновых маршрутов ремонтных бригад.

Показано, что при построении маршрутов передвижения ремонтного персонала повторное посещение узлов позволяет уменьшить транспортные затраты в сравнении с решениями, полученными по модели с однократным посещением объектов. Приведены примеры, в которых при отсутствии допустимых маршрутов с условием однократности предложенная модель позволяет найти оптимальные решения.

Для управления в экстремальных ситуациях предложены модели доставки ремонтных бригад к местам проведения работ, основанные на построении кратчайших путей в неориентированном графе.

Литература

1. URL: `https://studfiles.net/preview/2948129/` (дата обращения: 01.04.2019).
2. *Коваленко А. Г.* Модели рассредоточенного рынка несовершенной конкуренции и их место в управлении региональной экономикой // Вестник СамГУ. 2011. № 16 (87). С. 165–171.
3. *Dantzig G., Ramser J.* The truck dispatching problem // Management Science. 1959. № 6. P. 80–91.
4. *Archetti C., Speranza M.* The split delivery vehicle routing problem: A survey. Springer, New York, 2008. P. 103–122.
5. *Khmelev A., Kochetov Y.* A hybrid VND method for the split delivery vehicle routing problem // Elec. Notes Disc. Math. 2015. V. 47. P. 5–12.
6. *Hardgrave W. W., Nemhauser G. L.* On the Relation Between the Traveling Salesman and the Longest Path Problems // Operations Research. 1962. V. 10, № 5. P. 647–657.
7. *Меламед И. И., Сергеев С. И., Сигал И. Х.* Задача коммивояжера. Вопросы теории // Автоматика и телемеханика. 1989. № 9. С. 3–33.
8. *Ляхов О. А.* Задача минимизации доз облучения при техническом обслуживании АЭС // Проблемы информатики. 2016. № 1. С. 19–25.
9. *Ляхов О. А.* Задачи маршрутизации в минимизации облучения персонала при техническом обслуживании АЭС // Труды 12-й Международной Азиатской школы-семинара «Проблемы оптимизации сложных систем», 2016. С. 358–363.
10. *Кочетов Ю. А., Хмелев А. В.* Гибридный алгоритм локального поиска для задачи маршрутизации разнородного ограниченного автопарка // Дискретный анализ и исследование операций. 2015. Т. 22, № 5. С. 5–29.
11. *Костюк Ю. Л., Пожидаев М. С.* Сбалансированная эвристика для решения задачи маршрутизации транспорта с учетом грузоподъемности // Вестник Томского государственного университета. Вычислительная техника и информатика. 2010. № 3. С. 65–72.
12. *Гиндуллин Р. В.* Оптимизация маршрута доставки однородного груза от множества производителей множеству потребителей: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук / Уфим. гос. авиац.-техн. ун-т. Уфа, 2014.

13. *Valeeva A. F., Goncharova Y. U.* Practical application of population based ant colony optimization algorithm // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2013. Т. 17, № 6 (59). С. 75–78.
14. *Dijkstra E. W.* A note on two problems in connexion with graphs // Numer. Math. 1959. V. 1, Is. 1. P. 269–271. DOI: 10.1007/BF01386390.
15. *Bellman R.* On a Routing Problem // Quarterly of Applied Mathematics. 1958. V. 16, №. 1. P. 87–90.
16. *Ford L. R., Fulkerson D. R.* Flows in Networks, Princeton University Press, 1962.

Статья поступила в редакцию 25.01.2021.

Токтошов Гулжигит Ысакович

к.т.н., доцент кафедры математического моделирования бизнес-процессов СибГУТИ (630102, Новосибирск, ул. Кирова, 86);

научный сотрудник лаборатории системного моделирования ИВМиМГ СО РАН (630090, Новосибирск, пр. Ак. Лаврентьева, 6), e-mail: tgi_tok@rambler.ru.

Ляхов Олег Алексеевич

к.э.н., научный сотрудник лаборатории системного моделирования ИВМиМГ СО РАН, тел. (383) 330-61-55, e-mail: loa@rav.sscc.ru.

The repair work organization models to ensure utility networks operability

G. Toktoshov, O. Lyakhov

The problem of servicing network nodes of various communications by repair crews in order to prevent unforeseen emergency and emergency situations in the process of their functioning is considered. The problem of repair crew delivery to the network nodes is solved in the form of a modified traveling salesman problem. Unlike the classical traveling salesman problem, the possibilities were considered, firstly, the simultaneous use of more than one traveling salesman, and secondly, not only the costs of transporting repair crews from the organizational system to the utility network nodes and back were taken into account, but also the costs of repair work in the networks nodes. The results of the work are illustrated by a numerical example and indicate the effectiveness of the proposed approach in comparison with the known models of transport routing.

Keywords: utility network, routing, reliability, repair crews, graphs.