

Оценка качества алгоритма оптимизации состава задач автоматизированного управления

К. М. Раздобреев, М. М. Раздобреев

В статье представлена математическая модель оптимизации состава задач с учётом их информационной взаимосвязи и ресурсных ограничений. Разработан и проведен вычислительный эксперимент, результаты которого не опровергают гипотезу о том, что получаемые на основе оригинального алгоритма решения являются не только допустимыми, но и субоптимальными.

Ключевые слова: автоматизированное управление заданием, оценка качества алгоритма.

1. Общие положения

Одним из важных этапов системного анализа, определяющих функциональную структуру информационной системы автоматизированного управления, является выбор состава задач. От того, насколько обоснованно составлен комплекс задач, зависят экономическая эффективность системы и перспективы ее развития.

Анализ возможных вариантов алгоритма определения состава задач автоматизированного управления показал, что если не учитывать взаимосвязи между ними, то обсуждаемая проблема может быть решена в рамках теории линейного целочисленного программирования. Необходимость учёта информационных связей между задачами, которые можно представить в виде графа взаимосвязей задач, переводит данную постановку в класс задач нелинейного программирования, для решения которых, как известно [1, 2], общих методов не существует. Поскольку исследуемая задача является комбинаторной, решение можно получить методом прямого перебора, а количество возможных вариантов при этом составляет 2^N , где N – общее число задач. Таким образом, вычислительная сложность метода прямого перебора пропорциональна 2^N , а рассматриваемого алгоритма – пропорциональна N . В учебном пособии профессора Ю. Н. Мельникова по разработке автоматизированных информационных систем [2] даётся краткий анализ вариантов решения поставленной задачи, обеспечивающих нахождение как точного, так и приближенного решения. Однако методы, позволяющие получить точное оптимальное решение, применимы при определенных допущениях, значительно сужающих области использования предлагаемых алгоритмов, а методы поиска приближенного решения обладают существенными недостатками и не обеспечивают в ряде случаев нахождения даже допустимого решения.

2. Постановка задачи

Пусть на основе современной технологии управления определено множество задач Z_o , $N_o = |Z_o|$. Математическая модель оптимизации состава задач автоматизированного управления (с формированием рекомендуемого списка $Z_{рек}$ с количеством задач $N_{рек} = |Z_{рек}|$) имеет вид:

$$\sum_{k=1}^{N_0} \mathcal{E}_k \cdot x_k \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^{N_{рек}} \Delta r_k^j \cdot x_k \leq r_{зад}^j, \quad j = \overline{1, J}, \quad (2)$$

$$x_i \leq x_k, \quad i, k \in Z_0, \quad i \neq k, \quad (3)$$

$$x_k = \begin{cases} 1, & \text{если } k \in Z_{рек}, \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}, \quad (4)$$

где $\mathcal{E}_k$ – экономическая эффективность от внедрения k -ой задачи; $r_{зад}^j$ – заданное общее количество j -го вида ресурсов в системе; Δr_k^j – оценка требуемого количества ресурса j -го вида для разработки и внедрения k -ой задачи; J – количество видов ресурсов; Z_0 – множество задач системы управления в количестве $N_0 = |Z_0|$; $Z_{рек}$ – рекомендуемый список, $N_{рек} = |Z_{рек}|$.

Следует отметить, что условие (3) представляет математическую запись сильной взаимосвязи между задачами, для которых построен граф информационной взаимосвязи задач. Сильной взаимосвязью [2] называют такую связь типа следования от k -ой к i -ой задаче, при которой i -ая задача может быть включена в формируемый список лишь при условии включения k -ой задачи.

В статье проводится оценка алгоритма [1], основанного на сведении нелинейной задачи к многократному решению задачи линейного целочисленного программирования с обязательным перерасчетом на каждом этапе её характеристик и пошаговой модификацией исходного списка Z_0 .

Алгоритм решения задачи состоит из следующих этапов (шагов).

Шаг 1. Формирование модели оптимального выбора списка задач $Z_{рек}$.

Шаг 2. Ввод первичной информации. При этом организуется диалог с пользователем, который обеспечивает ввод значений ресурсов, выделенных на разработку системы, а также параметров, характеризующих каждую задачу с учетом взаимосвязей между ними. К задачам первого ранга [2] относятся задачи, которые не используют информацию, получаемую в результате решения других задач, и не поставляют информацию другим задачам.

Шаг 3. Перерасчет характеристик задач. На этом этапе для каждой задачи заново рассчитываются (пересчитываются) параметры, характеризующие каждую задачу: экономическая эффективность $\mathcal{E}_k$ и расходы ресурсов Δr_k^j j -ого вида на разработку и внедрение k -ой задачи, $j = \overline{1, J}$. Первоначально параметры заданы в виде исходных данных для каждой задачи и характеризуют получаемую эффективность и расходы ресурсов при разработке и внедрении только данной конкретной задачи без учета их связей. По результатам триангуляции матрицы взаимосвязей между элементами графа (подграфа) определяются задачи управления, которые не поставляют информацию другим задачам, поэтому им назначается высший первый ранг. Обновлённые же параметры рассчитываются в предположении, что могут быть включены из подмножества задач первого ранга в список $Z_{рек}$ как очередная задача с учётом целевой функции (1), так и все задачи, на которые она «опирается».

Шаг 4. Решение линейной целочисленной задачи в соответствии с математической моделью (1) – (4).

Особенностью рассматриваемого алгоритма является то, что за один этап может быть включена в формируемый список одна или несколько групп взаимосвязанных задач. Группу задач составляют в соответствии с условием (3) две или более задачи, имеющие между собой

сильные информационные связи. Группа задач в алгоритме отождествляется с ведущей задачей первого ранга, которой приписываются суммарные параметры. Следует отметить, что строго оптимальное решение может быть получено в результате полного перебора вариантов элементов исходного множества.

Шаг 5. Принятие решения о включении задач в список рекомендуемых.

Если существует оптимальное решение задачи (1) – (4), то решается вопрос дополнения формируемого списка, а дальнейшее рассмотрение осуществляется на соответствующем подграфе с переходом на шаг 3, в противном случае работа алгоритма завершается, состав задач считается определенным, номера задач зафиксированы в подмножестве $Z_{рек}$.

Результат работы обсуждаемого алгоритма сравнивается с оптимальным вариантом решения, полученным методом прямого перебора.

3. Анализ статистических характеристик программного средства реализации алгоритма

При условии отсутствия в графе информационной взаимосвязи задач петель, циклов и транзитивных дуг алгоритм гарантирует [1] получение допустимого решения, близкого к оптимальному. Основными показателями, определяющими качество функционирования алгоритма, являются:

- вероятность получения оптимального решения;
- среднее отклонение допустимого решения от оптимального.

О вероятности получения оптимального решения можно судить по доле оптимальных решений в общем множестве решений, полученных в процессе многократных испытаний. Среднее отклонение допустимого решения от оптимального также может быть рассчитано по результатам эксперимента. Оптимальное решение при небольшой размерности исходной задачи, как известно, может быть получено методом прямого перебора.

Установлено [1], что характеристики работы алгоритма зависят от следующих параметров задачи: количества видов ресурсов и числа связей между задачами в процентах от максимально возможного.

Эти параметры влияют как на вероятность получения оптимального решения, так и на среднее отклонение допустимого решения от оптимального.

Поскольку предполагается, что граф взаимосвязей задач не имеет циклов, то значение параметра «доля связей между задачами», равное 100 процентам означает не то, что каждая из задач связана с любой другой задачей, а то, что количество единиц в матрице взаимосвязей между элементами графа равно $0.5 \cdot (N_0^2 - N_0)$. В реальных задачах доля ненулевых элементов в матрице инцидентности составляет порядка 20–25 %, что соответствует доле связей 40–50 %.

Поскольку алгоритм позволяет получить допустимое решение, то необходимо определить степень его близости к точному оптимальному решению. Для проведения машинного эксперимента разработана программа, позволяющая генерировать исходные данные, имеющие нормальный закон распределения.

Состав исходных данных и диапазон изменения параметров:

- матрица взаимосвязей между элементами графа, включая изменение ее размерности в диапазоне от 5 до 25 элементов;
- доля связей между задачами – в диапазоне от 0 до 100 %;
- количество видов ресурсов – в диапазоне от 1 до 25;
- оценки удельных расходов ресурсов и их запасов;
- оценки эффективности элементов графа.

Для определения значений показателей были проведены многократные испытания (более 1000).

Установлено, что доля оптимальных решений при увеличении количества видов ресурсов возрастает, обнаруживая признаки насыщения от 86 % при одном виде ресурса до 93 % при 25 видах ресурсов (рис. 1).

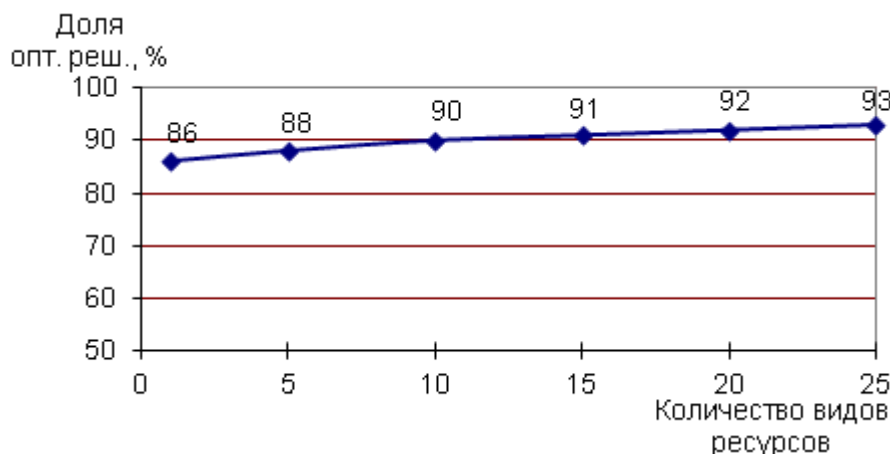


Рис. 1. Зависимость доли оптимальных решений от количества видов ресурсов (доля связей – 40 %)

Как следует из анализа результатов статистических испытаний, доля оптимальных решений изменяется также и в зависимости от числа связей между задачами от 61 % при отсутствии таковых, до практически 100 % при максимально возможном по условиям задачи варианте взаимосвязи (рис. 2).

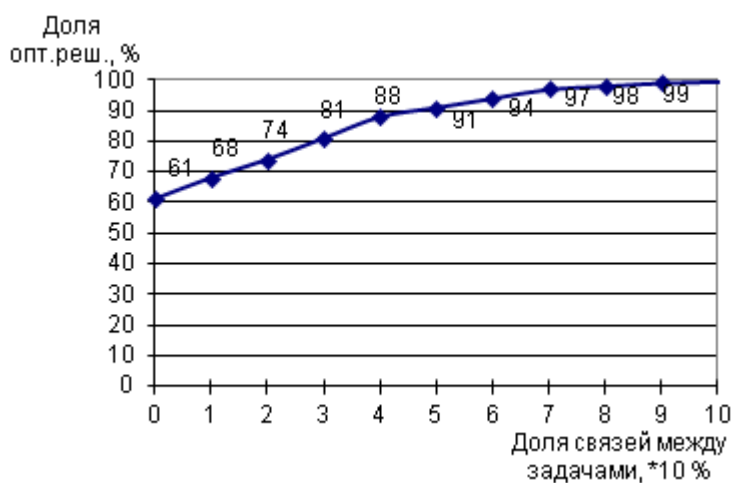


Рис. 2. Зависимость доли оптимальных решений от количества связей между задачами (количество ресурсов – 5)

Характер рассматриваемых зависимостей можно объяснить следующим образом. Множество допустимых решений включает в себя множество оптимальных решений. Следует отметить, что как при увеличении количества видов ресурсов, так и при увеличении числа связей множество допустимых решений сужается, при этом, естественно, оно стремится к множеству оптимальных решений.

Рассматриваемый алгоритм гарантирует как минимум получение допустимого решения. Отсюда ясно, что при сужении области допустимых решений возрастает вероятность нахождения оптимального решения. Так, например, при возрастании числа связей между задачами до максимально возможного значения множеств допустимых и оптимальных решений практически совпадают друг с другом и, следовательно, допустимое решение будет также и оптимальным.

Среднее отклонение допустимого решения от оптимального возрастает с насыщением от 4.1 до 13.3 % при увеличении количества видов ресурсов от 1 до 25 (рис. 3) и от 8 до 13.8 % с изменением доли связей от 0 до 90 % (рис. 4).

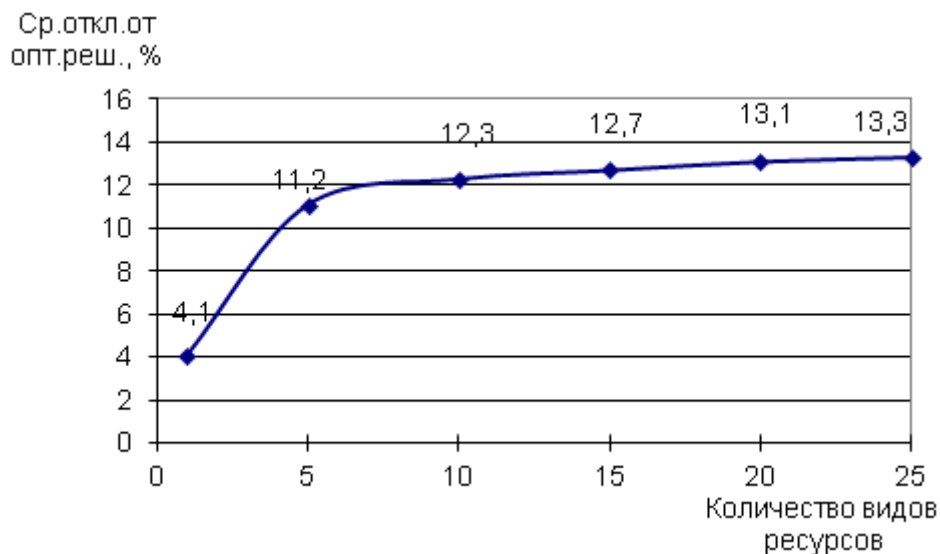


Рис. 3. Величина среднего отклонения решения от оптимального в зависимости от количества видов ресурсов (доля связей – 40 %)

При росте числа связей между задачами ошибочное включение какой-либо задачи в список рекомендуемых может привести к существенному отклонению от оптимума, поскольку с данной задачей может быть связано значительное количество других задач.

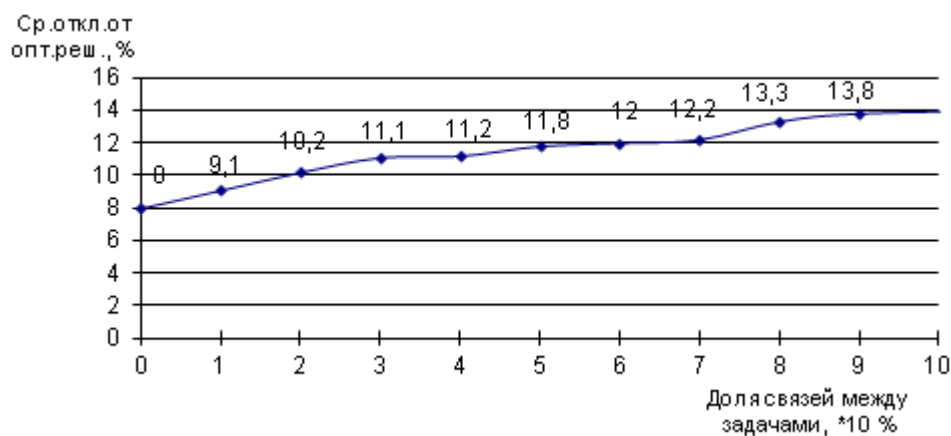


Рис. 4. Величина среднего отклонения решения от оптимального при росте количества связей между задачами (количество ресурсов – 5)

4. Заключение

В реальных информационных системах рассматриваемое количество видов ресурсов не превышает 5–10, а разреженность матрицы инцидентности графа взаимосвязей задач находится на уровне 40–50 %. Поэтому, основываясь на данных эксперимента (рис. 1, 2), можно утверждать, что вероятность получения оптимального решения составляет порядка 90 %, а возможное отклонение от оптимума в среднем не превысит 12 % (рис. 3, 4). Известно, что такие решения являются субоптимальными.

Литература

1. *Раздобреев К. М.* Алгоритм определения состава задач автоматизированного управления // Сборник научных трудов НГТУ. 1999. № 2. С. 149–153.
2. *Мельников Ю. Н.* Стадия технического задания: учебное пособие. М.: Изд. МЭИ, 1979. 60 с.

*Статья поступила в редакцию 28.05.2019;
переработанный вариант – 14.09.2019.*

Раздобреев Михаил Михайлович

к.т.н., доцент кафедры ЭОиА СГУВТ, тел. (383) 2-236-380, e-mail: razdobreev@cn.ru.

Раздобреев Константин Михайлович

к.т.н., ООО «Акватория», тел. (383) 2-236-380, e-mail: razdobreev@cn.ru.

Quality assessment of the optimization algorithm of automated control tasks composition

K. Razdobreev, M. Razdobreev

An algorithm for optimizing the composition of tasks is considered, taking into account their informational relationships and resource limitations. A computational experiment was developed and conducted. The obtained results do not refute the hypothesis that the solutions got on the basis of the original algorithm are not only admissible, but also suboptimal.

Keywords: automated control task, quality assessment of the algorithm.