

Оценка помехоустойчивости и пропускной способности технологии ММО с учетом корреляции сигналов в антеннах

А. С. Янцен, В. И. Носов

Опираясь на результаты научной работы, предпринявшей попытки к адаптации классической теории разнесенного приема в многолучевых каналах для вычисления вероятности ошибки технологии MISO, разработан подход в нахождении вероятности ошибки и пропускной способности технологии ММО N-го порядка в каналах с замираниями на основе использования матрицы обобщенной корреляции. Обобщенная корреляция определяется с учётом корреляции сигналов в разнесённых по пространству антеннах как на приёме, так и на передаче, а также с учётом корреляции сигналов, разнесённых по поляризации.

Ключевые слова: беспроводная радиосвязь, пространственный разнос антенн, многолучевое распространение, поляризационный разнос, ММО, спектральная эффективность, вероятность битовой ошибки.

1. Введение

Современное поколение беспроводных систем связи обеспечивает передачу различных видов информации на высоких скоростях, сохраняя при этом высокое качество. Повышение качества работы или уменьшение вероятности ошибки в системе радиосвязи при многолучевом распространении сигнала является наиболее сложной задачей.

Основными характеристиками технологии ММО (Multiple Input Multiple Output) являются помехоустойчивость и спектральная эффективность, зависящие от таких параметров, как средняя мощность принимаемого сигнала, тепловой шум приемника, направление движения абонента, характер расположения препятствий на пути распространения сигнала, угол прихода лучей на антенны, пространственный разнос между антеннами, разнос по поляризации. В многолучевых каналах разнос антенн – это практичная, эффективная, а, следовательно, широко распространенная техника для уменьшения влияния замираний. Вследствие чего актуально при исследовании технологии ММО рассмотреть влияние на характеристики этой технологии пространственной и поляризационной корреляции как по отдельности, так и посредством обобщенной корреляционной модели.

Во втором разделе рассмотрены пространственная [4, 5, 8, 10] и поляризационная [7] корреляция, канальная и корреляционная матрицы [1, 4, 5, 6], приведены формулы и графики для определения коэффициентов корреляции.

В третьем разделе на основе анализа работ [1, 2, 5] получена формула вычисления множественного коэффициента корреляции, учитывающего коэффициенты пространственной корреляции на приемной и передающей стороне, а также и коэффициент поляризационной корреляции. Приведена формула получения ММО корреляционной матрицы на основе множественного коэффициента корреляции.

В четвертом разделе с учётом работ [6, 10] получено выражение для канальной матрицы с использованием множественного коэффициента корреляции. С использованием получен-

ной канальной матрицы предложена формула оценки спектральной эффективности технологии ММО.

В пятом разделе, опираясь на результаты работы [5] и классической теории разнесенного приема [1], предложена методика вычисления вероятности битовой ошибки технологии ММО с учётом корреляционной матрицы на основе множественного коэффициента корреляции. Получены частные формулы вероятности битовой ошибки для систем ММО 2x2 и ММО 3x3.

2. Коэффициенты корреляции

Пространственная корреляция для канала с замираниями в общем случае определяется выражением [4]:

$$\mathbf{R}_{\text{ММО}} = E[\text{vec}(\mathbf{H})\text{vec}(\mathbf{H})^H], \quad (1)$$

где $\mathbf{H}$ – матрица коэффициентов передачи канала (канальная матрица); $\text{vec}(\mathbf{H})$ – обозначает вектор размера $N_r \times N_t$, составленный из столбцов матрицы $\mathbf{H}$; N_r – количество приемных антенн; N_t – количество передающих антенн.

При этом предполагается [9], что наибольшая концентрация препятствий расположена около приемных и передающих антенн, тогда матрица пространственной корреляции $\mathbf{R}_M$ для системы ММО определяется формулой:

$$\mathbf{R}_M = \mathbf{R}_{\text{TX}}^T \otimes \mathbf{R}_{\text{RX}}, \quad (2)$$

где $\otimes$ – оператор Кронекера, $(\bullet)^T$ – транспонирование матрицы; $\mathbf{R}_{\text{TX}}, \mathbf{R}_{\text{RX}}$ – матрицы пространственной корреляции на передающей и приемной стороне соответственно.

При этом канальная матрица с учетом влияния корреляции сигналов может быть рассчитана следующим образом [6]:

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}_{\text{RX}}^{1/2} \mathbf{H}(\mathbf{R}_{\text{TX}}^{1/2})^T. \quad (3)$$

В случае, когда коэффициент корреляции сигналов в соседних антеннах на передающей стороне равен r_{TX} и на приемной – r_{RX} , для определения матрицы коэффициента корреляции используются следующие выражения [1, 4]:

$$\mathbf{R}_{\text{TX}} = \begin{bmatrix} 1 & r_{\text{TX}} & r_{\text{TX}}^2 & \dots & r_{\text{TX}}^{N_t-1} \\ r_{\text{TX}} & 1 & r_{\text{TX}} & \dots & \dots \\ r_{\text{TX}}^2 & r_{\text{TX}} & 1 & \dots & r_{\text{TX}}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & r_{\text{TX}} \\ r_{\text{TX}}^{N_t-1} & \dots & r_{\text{TX}}^2 & r_{\text{TX}} & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_{\text{RX}} = \begin{bmatrix} 1 & r_{\text{RX}} & r_{\text{RX}}^2 & \dots & r_{\text{RX}}^{N_r-1} \\ r_{\text{RX}} & 1 & r_{\text{RX}} & \dots & \dots \\ r_{\text{RX}}^2 & r_{\text{RX}} & 1 & \dots & r_{\text{RX}}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & r_{\text{RX}} \\ r_{\text{RX}}^{N_r-1} & \dots & r_{\text{RX}}^2 & r_{\text{RX}} & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Рассмотрим определение коэффициента пространственной корреляции. В случае типовых условий распространения сигнала радиоволны приходят на приемные антенны с определенной азимутальной расходимостью.

В качестве примера рассмотрим ситуацию, когда рассеянная энергия поступает на вход приемника с непрерывного диапазона азимутальных углов (рис. 1), где α обозначает ширину сектора принимаемого рассеянного сигнала (в радианах), а угол θ_0 – начальный угол сдвига.

Рис. 1. Угловое рассеивание мощности $p(\theta)$

При этом среднее угловое рассеивание для такого случая равно [8, 10]:

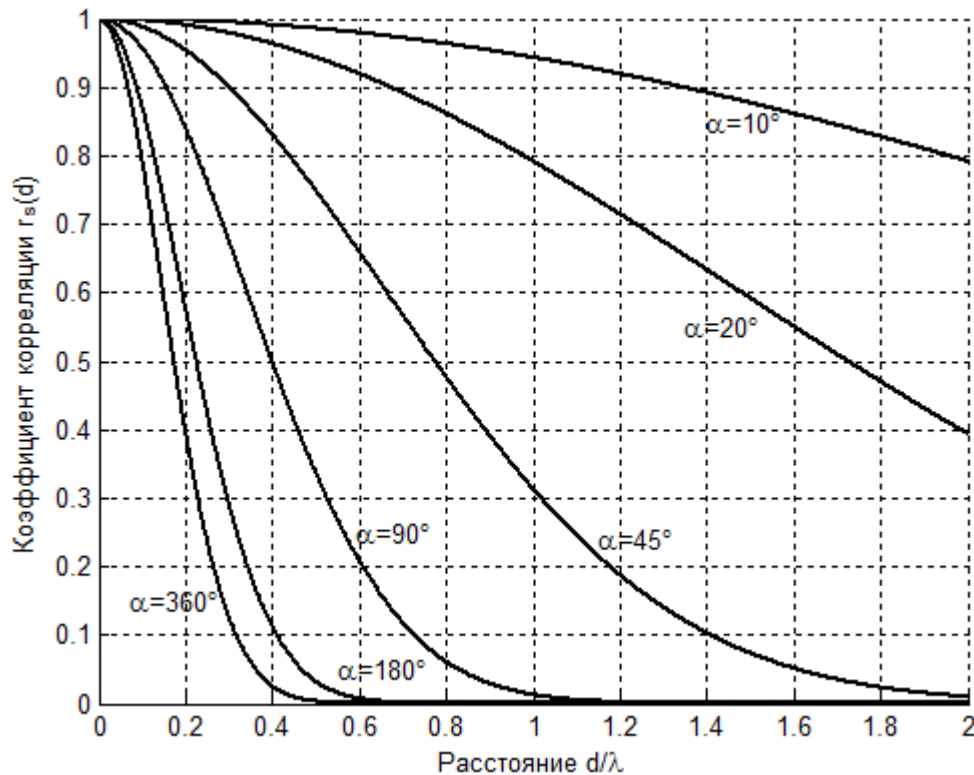
$$\Lambda = \sqrt{1 - \frac{4}{\alpha^2} \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}. \quad (5)$$

Частные случаи выражения (5) дают лучшее понимание определения углового рассеивания. Прием сигнала с одного направления соответствует $\alpha=0$, что приводит к результату $\Lambda=0$. Если сигнал принимается со всех сторон, то тогда $\alpha = 2\pi$, что дает результат $\Lambda = 1$.

Пространственный коэффициент корреляции $r_s(d)$ определяется выражением:

$$r_s(d) \approx \exp\left[-23\Lambda^2\left(\frac{d}{\lambda}\right)^2\right]. \quad (6)$$

Данное выражение верно для относительно малых d , однако большинство практических применений пространственного разнеса используют именно такие расстояния между антеннами. На рис. 2 показана зависимость коэффициента пространственной корреляции $r_s(d)$ от относительного расстояния между антеннами d/λ при фиксированной ширине сектора принимаемого рассеянного сигнала α .

Рис. 2. Зависимость r_s от d/λ при фиксированной ширине сектора принимаемого сигнала α

Из рис. 2 следует, что при малых значениях угла рассеивания величина коэффициента пространственной корреляции стремится к единице, а при больших значениях этого угла величина коэффициента пространственной корреляции быстро уменьшается.

Далее рассмотрим определение коэффициента поляризационной корреляции r_{PLR} . Эффективность разнесения при поляризационном разноре в среде с замираниями зависит от взаимного расположения векторов двух поляризаций в месте расположения приёмной антенны [6, 10]. При этом важно отметить, что рассматривается поляризация не самих антенн, а поляризация принимаемых сигналов, т.е. две поляризации в пространстве, так же как две точки в пространстве для пространственного разнесения в среде с замираниями.

Коэффициент поляризационной корреляции в [7] определён как:

$$r_{\text{PLR}} = \xi(\varphi, \beta, \gamma, \Omega), \quad (7)$$

где φ – угол поворота осей E_x и E_y антенн передатчика и приёмника (рис. 3); β – азимутальный угол относительно нормали к E_x и E_y ; γ – вертикальный угол относительно нормали к E_x и E_y ; Ω – пространственный угол между двумя векторами поляризации в направлении вертикальной оси.

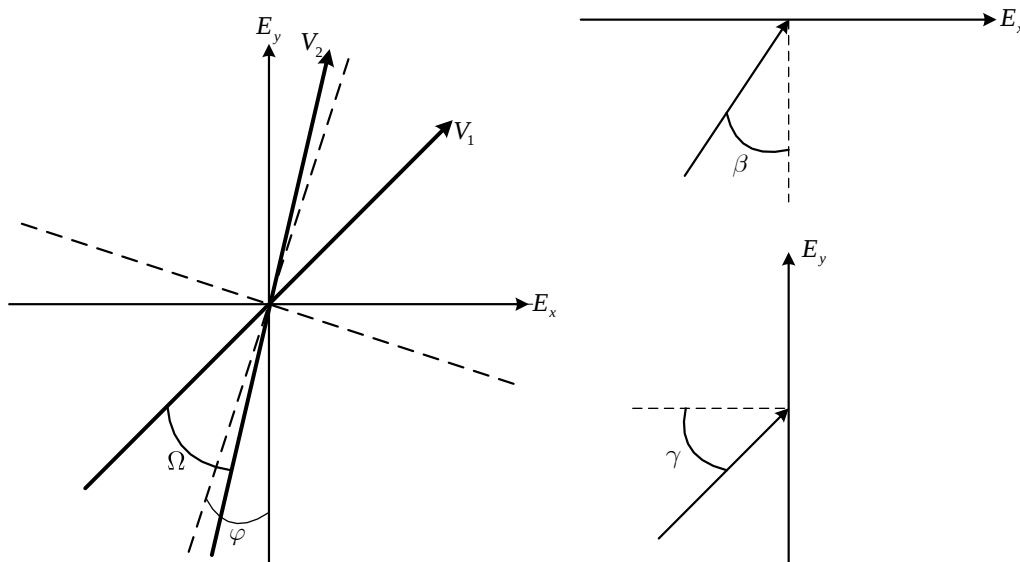


Рис. 3. Углы, используемые в системе с поляризационным разнесом

По полученной в [7] формуле для поляризационного коэффициента корреляции r_{PLR} построены графики, показывающие его изменение в зависимости от угла Ω при фиксированных величинах угла φ (рис. 3). Из рис. 3 следует, что при $\varphi = 0^\circ$ величина коэффициента корреляции r_{PLR} изменяется от единицы до 0.54, а при $\varphi < 30^\circ$ изменение происходит от единицы до нуля.

3. Множественная корреляция

В системах ММО на помехоустойчивость приема и пропускную способность канала связи влияет не только пространственный коэффициент корреляции на передающей стороне – r_{TX} или приемной стороне – r_{RX} , но и поляризационный коэффициент корреляции r_{PLR} . В работе [5] на основе [2] была получена формула для учета одновременного влияния двух ви-

дов корреляции r_{TX} и r_{RX} . Воспользовавшись ею, получим множественный коэффициент корреляции с учётом r_{TX} , r_{RX} и r_{PLR} на передающей и, соответственно, приемной стороне:

$$r_{Tg} = \sqrt{\frac{r_{TX}^2 + r_{PLR}^2 - 2r_{TX}^2 r_{PLR}^2}{1 - r_{TX}^2 r_{PLR}^2}}, \quad r_{Rg} = \sqrt{\frac{r_{RX}^2 + r_{PLR}^2 - 2r_{RX}^2 r_{PLR}^2}{1 - r_{RX}^2 r_{PLR}^2}}. \quad (8)$$

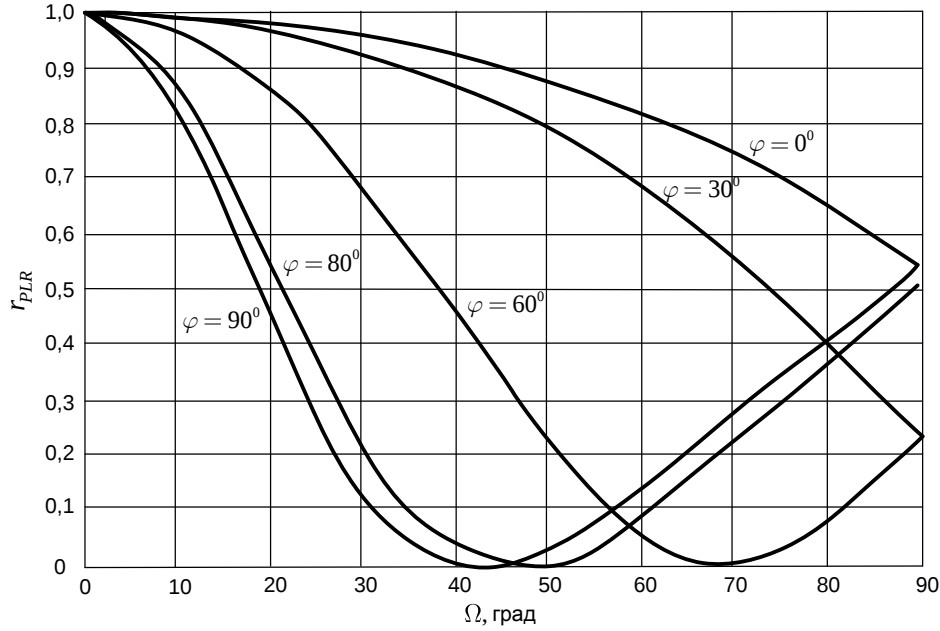


Рис. 4. Зависимость коэффициента поляризационной корреляции от угла Ω при фиксированных величинах угла φ

Подставив (8) в (4) и (2), получим формулу корреляции для системы MIMO с учетом влияния двух корреляционных величин:

$$\mathbf{R}_{Mg} = \mathbf{R}_{TXg}^T \otimes \mathbf{R}_{RXg}, \quad (9)$$

где $\mathbf{R}_{TXg}, \mathbf{R}_{RXg}$ – матрицы корреляции на передающей стороне с элементами r_{Tg} и, соответственно, приемной стороне с элементами r_{Rg} .

4. Спектральная эффективность

В качестве критерия при рассмотрении влияния корреляционных моделей возьмем один из главных параметров системы MIMO – спектральную эффективность. В работах [6, 10] предлагается оценивать её для детерминированного канала по следующей формуле:

$$C = M \left\{ \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{N_R} + \frac{E_b}{N_T N_0} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) \right\}, \quad (10)$$

где $\mathbf{I}_{N_R}$ – единичная матрица размером $N_T \times N_R$; E_b / N_0 – отношение энергии сигнала к спектральной плотности шума; $(\bullet)^H$ – эрмитово транспонирование матрицы; $\det(\bullet)$ – определитель матрицы.

тель матрицы; $\mathbf{H}$ – матрица независимых и одинаково распределенных случайных величин; $M\{\bullet\}$ – математическое ожидание, учитывающее многообразие канальной матрицы.

Элементами (n, m) матрицы $\mathbf{H}$ являются комплексные коэффициенты передачи каналов от m -ой передающей антенны к n -ой приемной антенне с дисперсией $\sigma_s^2 = 1$. При этом считается, что канал постоянен во время передачи одного символа.

В работе [10], посвященной компьютерному моделированию систем с разном антенн, предлагается моделировать матрицу $\mathbf{H}$ при помощи команды в программе Matlab:

$$\mathbf{H} = \sqrt{0.5}(\text{rand}(nR, nT) + j \cdot \text{rand}(nR, nT)), \quad (11)$$

где nR, nT – заданное количество приемных и, соответственно, передающих антенн;

j – мнимая единица, такая что $j^2 = -1$; rand – функция генерации независимых и одинаково распределенных случайных величин.

Подставляя $\mathbf{R}_{\text{TXg}}$ и $\mathbf{R}_{\text{RXg}}$ в (3), получим канальную матрицу множественной корреляции, учитывающую коэффициенты пространственной и поляризационной корреляции:

$$\mathbf{H}_g = \mathbf{R}_{\text{TXg}}^{1/2} \mathbf{H} \mathbf{R}_{\text{RXg}}^{1/2}. \quad (12)$$

Подставляя (12) в (10), получим матрицу расчета спектральной эффективности для канала с учётом влияния множественной корреляции:

$$C = \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{N_R} + \frac{E_b}{N_T N_0} (\mathbf{R}_{\text{TXg}}^{1/2} \mathbf{H} \mathbf{R}_{\text{RXg}}^{1/2}) \times (\mathbf{R}_{\text{TXg}}^{1/2} \mathbf{H} \mathbf{R}_{\text{RXg}}^{1/2})^H \right). \quad (13)$$

На рис. 5 представлены графические зависимости, показывающие изменение спектральной эффективности C системы ММО_{4×4} от величины E_b / N_0 для случаев:

- отсутствия корреляции между принимаемыми сигналами (нет корреляции);
- корреляции одиночной (r_s или r_{PLR}) только на приемной или только на передающей стороне (на одной стороне);
- корреляции одиночной (r_s или r_{PLR}) на приемной и на передающей стороне (с двух сторон);
- множественной корреляции (r_s и r_{PLR}) и на приемной и на передающей стороне (множественная).

Из рис. 5 видно, что спектральная эффективность системы ММО ухудшается с увеличением корреляционной составляющей. При этом величина r_g , учитывающая сразу несколько видов корреляции, имеет более выраженное влияние на спектральную эффективность.

Сравнивая случай отсутствия корреляции с остальными тремя случаями, видно (рис. 5а), что при $C = 10$ бит/с/Гц выигрыш в сравнении со случаем корреляции на одной стороне составляет 5 дБ, с двух сторон – 11 дБ, множественной – 13 дБ.

Из рис. 5б и 5с видно, что когда значение r_s стремится к нулю, кривые спектральной эффективности приближаются к значениям спектральной эффективности при отсутствии корреляции.

5. Помехоустойчивость приема в каналах с корреляцией

5.1. Вероятность ошибки для систем SIMO

В литературе, посвященной передаче дискретных сообщений по параллельным каналам, помехоустойчивость при когерентном приеме с выхода n статистически неоднородных независимых релеевских каналов предлагается определять формулой [1]:

$$p = \frac{1}{2} \left[1 - \sum_{k=1}^n \frac{\lambda_k^{n-1}}{\prod_{\substack{p=1 \\ p \neq k}}^n (\lambda_k - \lambda_p)} \sqrt{\frac{\lambda_k}{1 + \lambda_k}} \right], \quad (14)$$

где λ_k – собственные числа от произведения матриц коэффициентов передачи канала $\mathbf{K}$ и матрицы отношений сигнал/шум $\mathbf{Q}$.

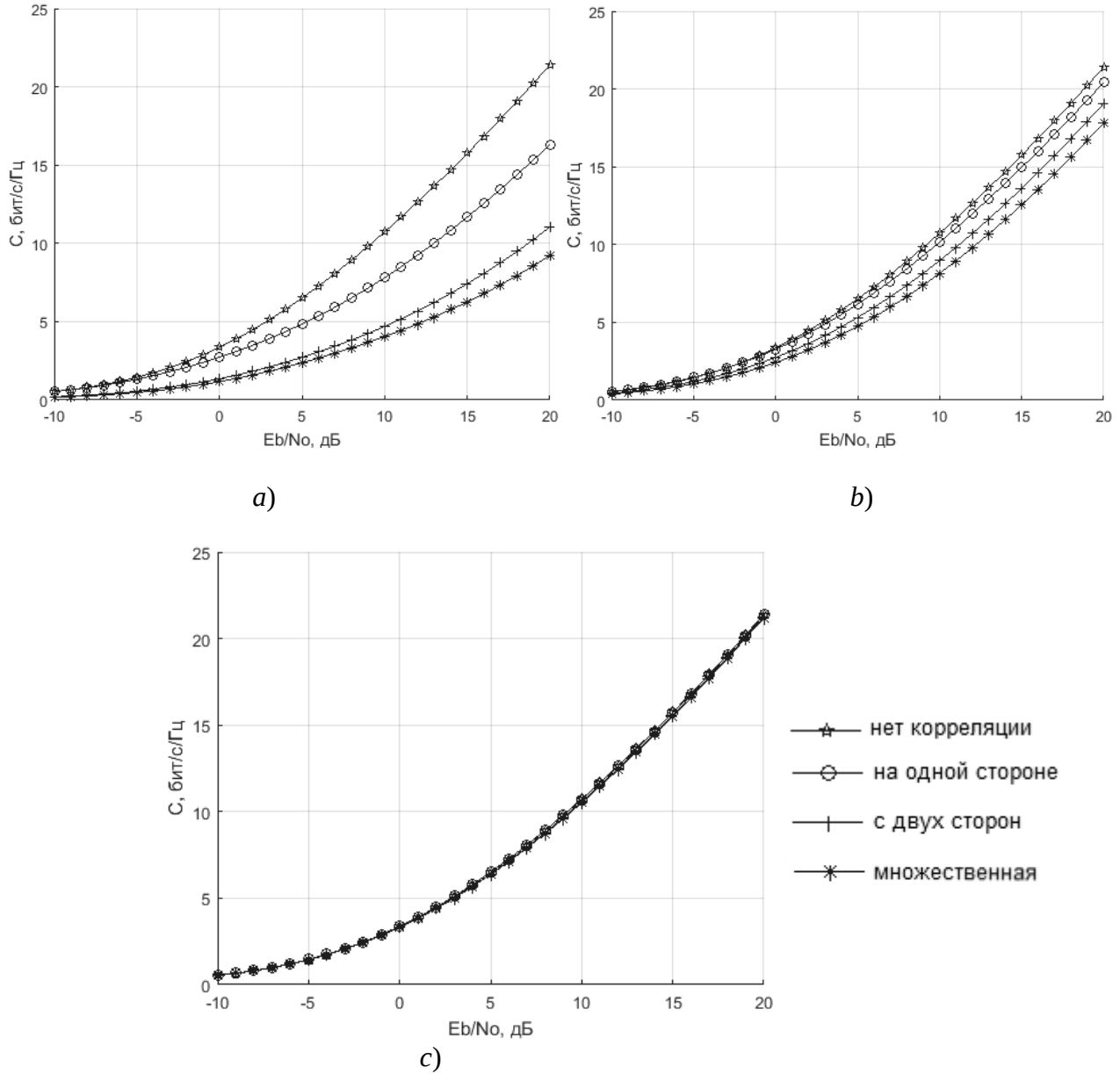


Рис. 5. Зависимость спектральной эффективности от E_b / N_0 для MIMO_{4x4},
 a) $r_S = r_{PLR} = 0.9$, $r_g = 0.946$; b) $r_S = r_{PLR} = 0.5$, $r_g = 0.632$; c) $r_S = r_{PLR} = 0.1$, $r_g = 0.14$

Собственные числа определяются из решения следующего уравнения:

$$|\mathbf{KQ} - \lambda \mathbf{I}| = 0,$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица порядка n (n – количество приемных антенн).

Матрицы $\mathbf{K}$ и $\mathbf{Q}$ записываются в общем виде:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mu_1^2/2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mu_2^2/2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mu_{N_{RX}}^2/2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & q_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & q_{N_{RX}}^2 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

где μ_k – коэффициент передачи k -го канала, $k = 1, 2, \dots, N_{RX}$.

Величина q_k^2 определяется следующим образом [1]:

$$q_k^2 = \frac{P_c T}{\nu_k^2}, \quad (16)$$

где P_c – средняя мощность излучаемого сигнала; T – временной интервал передачи сигнала; ν_k^2 – спектральная плотность мощности шума.

Тогда произведение матриц $\mathbf{K} \times \mathbf{Q}$ имеет вид:

$$\mathbf{K} \times \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mu_1^2 P_c T / 2 \nu_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mu_2^2 P_c T / 2 \nu_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mu_{N_{RX}}^2 P_c T / 2 \nu_{N_{RX}}^2 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Учитывая, что отношение энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума определяется выражением:

$$h_k^2 = \frac{\mu_k^2 P_c T}{\nu_k^2}, \quad (18)$$

получим:

$$\mathbf{K} \times \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} h_1^2/2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_2^2/2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & h_{N_{RX}}^2/2 \end{bmatrix} = \mathbf{H}, \quad (19)$$

где $\mathbf{H}$ – канальная матрица отношений энергии сигнала с учётом коэффициента передачи каналов к спектральной плотности мощности шума.

При этом существует взаимосвязь между канальной матрицей коэффициентов передачи $\mathbf{H}$ и матрицей корреляции между каналами $\mathbf{R}$ [1]:

$$|\mathbf{R} - \chi_k \mathbf{I}| = 0, \quad (20)$$

где $\mathbf{R}$ – матрица корреляций произвольной формы.

Величина χ_k определяется через собственные числа матрицы $\mathbf{R}$ по формуле:

$$\chi_k = \frac{2}{h_k^2} \cdot \lambda_k. \quad (21)$$

Матрица $\mathbf{R}$ может иметь произвольную структуру. Для системы SIMO и MISO она имеет вид, представленный в выражении (4).

Из соотношений (20) и (21) следует, что собственные значения λ_k матрицы $\mathbf{K} \times \mathbf{Q}$ могут быть выражены через собственные значения χ_k матрицы $\mathbf{R}$:

$$\lambda_k = \frac{1}{2} h_k^2 \chi_k. \quad (22)$$

Матрица $\mathbf{H}$ с учетом корреляции между каналами запишется:

$$\mathbf{H} = \mathbf{KQR}. \quad (23)$$

5.2. Вероятность ошибки для двухантенной системы MIMO

В этом случае согласно (10) матрица корреляции имеет вид:

$$\mathbf{R}_{\text{MIMO}2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & r_g & r_g & r_g^2 \\ r_g & 1 & r_g^2 & r_g \\ r_g & r_g^2 & 1 & r_g \\ r_g^2 & r_g & r_g & 1 \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Подставляя (19) и (24) в (29), получим матрицу отношения сигнала к спектральной плотности мощности шума:

$$\mathbf{KQ}_{\text{MIMO}2 \times 2} = \begin{bmatrix} h^2/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h^2/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h^2/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h^2/2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & r_g & r_g & r_g^2 \\ r_g & 1 & r_g^2 & r_g \\ r_g & r_g^2 & 1 & r_g \\ r_g^2 & r_g & r_g & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h^2/2 & h^2/2r_g & h^2/2r_g & h^2/2r_g^2 \\ h^2/2r_g & h^2/2 & h^2/2r_g^2 & h^2/2r_g \\ h^2/2r_g & h^2/2r_g^2 & h^2/2 & h^2/2r_g \\ h^2/2r_g^2 & h^2/2r_g & h^2/2r_g & h^2/2 \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Данный результат получен исходя из предположения, что в системах MIMO полная мощность, как правило, делится поровну между всеми передающими антеннами. Тогда отношение энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума для каждого канала равно [5]:

$$h_k^2 = \frac{h_s^2}{2 \cdot N_T}, \quad (26)$$

где h_s^2 – отношение энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума при использовании одной передающей антенны. В случае если каналы (пути распространения) являются статистически однородными $h_1^2 = h_2^2 = h_i^2 = h^2$, тогда (25) с учетом (26):

$$\mathbf{KQ}_{\text{MIMO}2 \times 2} = \frac{h^2}{4} \begin{bmatrix} 1 & r_g & r_g & r_g^2 \\ r_g & 1 & r_g^2 & r_g \\ r_g & r_g^2 & 1 & r_g \\ r_g^2 & r_g & r_g & 1 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Собственные числа χ_i матрицы (24), вычисленные с помощью математической программы Matlab, равны:

$$\chi_1 = \chi_2 = (1 - r_g^2); \chi_3 = (r_g^2 - 2r_g + 1); \chi_4 = (r_g^2 + 2r_g + 1). \quad (28)$$

Тогда согласно (22) собственные числа λ_i матрицы (27):

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{h^2}{4}(1 - r_g^2); \lambda_3 = \frac{h^2}{4}(r_g^2 - 2r_g + 1); \lambda_4 = \frac{h^2}{4}(r_g^2 + 2r_g + 1). \quad (29)$$

Подставив (29) в (14), получим вероятность ошибки в общем виде для двухантенной системы ММО:

$$P_{\text{MIMO}2 \times 2} = \frac{(r_g - 1)^3 \sqrt{\frac{h^2(r_g - 1)^2}{h^2 + h^2 r_g^2 - 2h^2 r_g}}}{16r_g^2} - \frac{(r_g - 1)^3 \sqrt{\frac{h^2(r_g + 1)^2}{h^2 + h^2 r_g^2 + 2h^2 r_g + 4}}}{16r_g^2} - \frac{(r_g^2 - 1) \sqrt{\frac{-h^2(r_g^2 - 1)^2}{h^2 - h^2 r_g^2 + 4}}}{8r^2} + \frac{1}{2}. \quad (30)$$

5.3. Вероятность ошибки для трехантенной системы ММО

Считая, что каналы (пути распространения) являются статистически однородными, и учитывая равномерное распределение мощности между антеннами, в соответствии с (23) получим:

$$\mathbf{K}_{\text{MIMO}} \mathbf{Q}_{\text{MIMO}3 \times 3} = \frac{h^2}{6} \begin{bmatrix} 1 & r_g & r_g^2 & r_g & r_g^2 & r_g^3 & r_g^2 & r_g^3 & r_g^4 \\ r_g & 1 & r_g & r_g^2 & r_g & r_g^2 & r_g^3 & r_g^2 & r_g^3 \\ r_g^2 & r_g & 1 & r_g^3 & r_g^2 & r_g & r_g^4 & r_g^3 & r_g^2 \\ r_g & r_g^2 & r_g^3 & 1 & r_g & r_g^2 & r_g & r_g^2 & r_g^3 \\ r_g^2 & r_g & r_g^2 & r_g & 1 & r_g & r_g^2 & r_g & r_g^2 \\ r_g^3 & r_g^2 & r_g & r_g^2 & r_g & 1 & r_g^3 & r_g^2 & r_g \\ r_g^2 & r_g^3 & r_g^4 & r_g & r_g^2 & r_g^3 & 1 & r_g & r_g^2 \\ r_g^3 & r_g^2 & r_g^3 & r_g^2 & r_g & r_g^2 & r_g & 1 & r_g \\ r_g^4 & r_g^3 & r_g^2 & r_g^3 & r_g^2 & r_g & r_g^2 & r_g & 1 \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Собственные числа матрицы (31) равны:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{h^2}{6}(1 - r_g^2); \lambda_3 = \frac{h^2}{6}(r_g^4 - 2r_g^2 + 1);$$

$$\begin{aligned}
\lambda_4 &= \frac{h^2}{6} \left(r_g \sqrt{r_g^2 + 8} + \frac{r_g^3 \sqrt{r_g^2 + 8}}{2} + 3r_g^2 + \frac{r_g^4}{2} + 1 \right); \\
\lambda_5 &= \frac{h^2}{6} \left(3r_g^2 - \frac{r_g^3 \sqrt{r_g^2 + 8}}{2} - r_g \sqrt{r_g^2 + 8} + \frac{r_g^4}{2} + 1 \right); \lambda_6 = \lambda_7 = \frac{h^2}{6} \left(-\frac{(r_g^2 - 1)(r_g^2 - r_g \sqrt{r_g^2 + 8} + 2)}{2} \right); \\
\lambda_8 &= \lambda_9 = \frac{h^2}{6} \left(\frac{(r_g^2 - 1)(r_g^2 + r_g \sqrt{r_g^2 + 8} + 2)}{2} \right).
\end{aligned} \tag{32}$$

Подставив (32) в (14), получим вероятность ошибки в общем виде для трехантенной системы MIMO:

$$\begin{aligned}
P_{\text{MIMO}3 \times 3} &= \frac{(r_g^2 - 1) \sqrt{\left(-\frac{h^2(r^2 - 1)}{h^2 - \#2 + 6} \right)}}{4r^6(r^2 + 8)} + \\
&+ \frac{8(r_g^2 - 1)^7 \sqrt{\left(\frac{h^2(r^2 - 1)^2}{\#1 - 2h^2r^2 + h^2 + 6} \right)}}{r^6(3r - \#17)(3r + \#17)\#10\#9} + \frac{\#5 \sqrt{\left(-\frac{h^2(r^2 - 1)(r\#17 + r^2 + 2)}{2h^2 - \#2 - \#1 + \#15 - \#6 + 12} \right)}}{r^5\#4\#17(r + \#17)(3r + \#17)\#11\#8 \cdot 4} - \\
&- \frac{\sqrt{\left(-\frac{h^2(r^2 - 1)(r^2 - r\#17 + 2)}{2h^2 - \#2 - \#1 - \#15 + \#6 + 12} \right)}}{r^5(3r - \#17)\#4\#17(r - \#17)\#12\#7 \cdot 4} - \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{h^2 \left(r\#17 + \#13 + 3r^2 + \frac{r^4}{2} + 1 \right)}{2h^2 + \#3 + \#1 + \#14 + \#6 + 12} \right)}}{\#5} - \\
&- \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{h^2 \left(3r^2 - \#13 - r\#17 + \frac{r^4}{2} + 1 \right)}{2h^2 + \#3 + \#1 - \#14 - \#6 + 12} \right)}}{\#5} , \\
&- \frac{r^5(r^2 + 2)\#17\#11\#7(8r - 2\#17 - r^2\#17 + r^3)\#9 \cdot 4}{r^5(3r - \#17)\#4\#17(r - \#17)\#12\#7 \cdot 4}
\end{aligned} \tag{33}$$

где

$$\begin{aligned}
 \#1 &= h^2 r^4 & \#10 &= 10r + 2\#17 + r^2 \#17 - r^3 \\
 \#2 &= h^2 r^2 & \#11 &= 7r - 3\#17 + 2r^3 \\
 \#3 &= 6h^2 r^2 & \#12 &= 7r + 3\#17 + 2r^3 \\
 \#4 &= (r^2 - 1)^3 & \#13 &= \frac{r^3 \#17}{2} \\
 \#5 &= (2r\#17 + r^3 \#17 + 6r^2 + r^4 + 2)^5 & \#14 &= 2h^2 r \#17 \\
 \#6 &= h^2 r^3 \#17 & \#15 &= h^2 r \#17 \\
 \#7 &= 7r - \#17 - \#16 + 2r^3 & \#16 &= 2r^2 \#17 \\
 \#8 &= 7r + \#17 + \#16 + 2r^3 & \#17 &= \sqrt{r^2 + 8} \\
 \#9 &= 2\#17 - 10r + r^2 \#17 + r^3
 \end{aligned}$$

5.4. Помехоустойчивость для двух-, трех- и четырехантенных систем MIMO, SIMO и MISO

На рис. 6, 7 и 8 приведено сравнение помехоустойчивости систем с разносом приема SIMO, с разносом передачи MISO и с разносом приёма и передачи MIMO.

Из рис. 6 видно, что система MISO из-за равномерного распределения мощности между антеннами проигрывает по помехоустойчивости системы SIMO. При $BER = 10^{-3}$ проигрыш между $MISO_{2 \times 1}$ и $SIMO_{1 \times 2}$ равен 3 дБ, для $MISO_{3 \times 1}$ и $SIMO_{1 \times 3}$ – 4.5 дБ, между $MISO_{4 \times 1}$ и $SIMO_{1 \times 4}$ – 6 дБ, т.е. проигрыш систем MISO относительно SIMO растёт с увеличением общего количества антенн.

Из рис. 7 и 8 видно, что, с одной стороны, увеличение общего количества антенн, а с другой – равномерное распределение мощности позволяет получить следующий результат при $BER = 10^{-4}$: выигрыш между $MIMO_{2 \times 2}$ и $SIMO_{1 \times 2}$ равен 2 дБ; выигрыш между $MIMO_{3 \times 3}$ и $SIMO_{1 \times 3}$ равен 1 дБ, выигрыш между $MIMO_{4 \times 4}$ и $SIMO_{1 \times 4}$ равен 0.7 дБ.

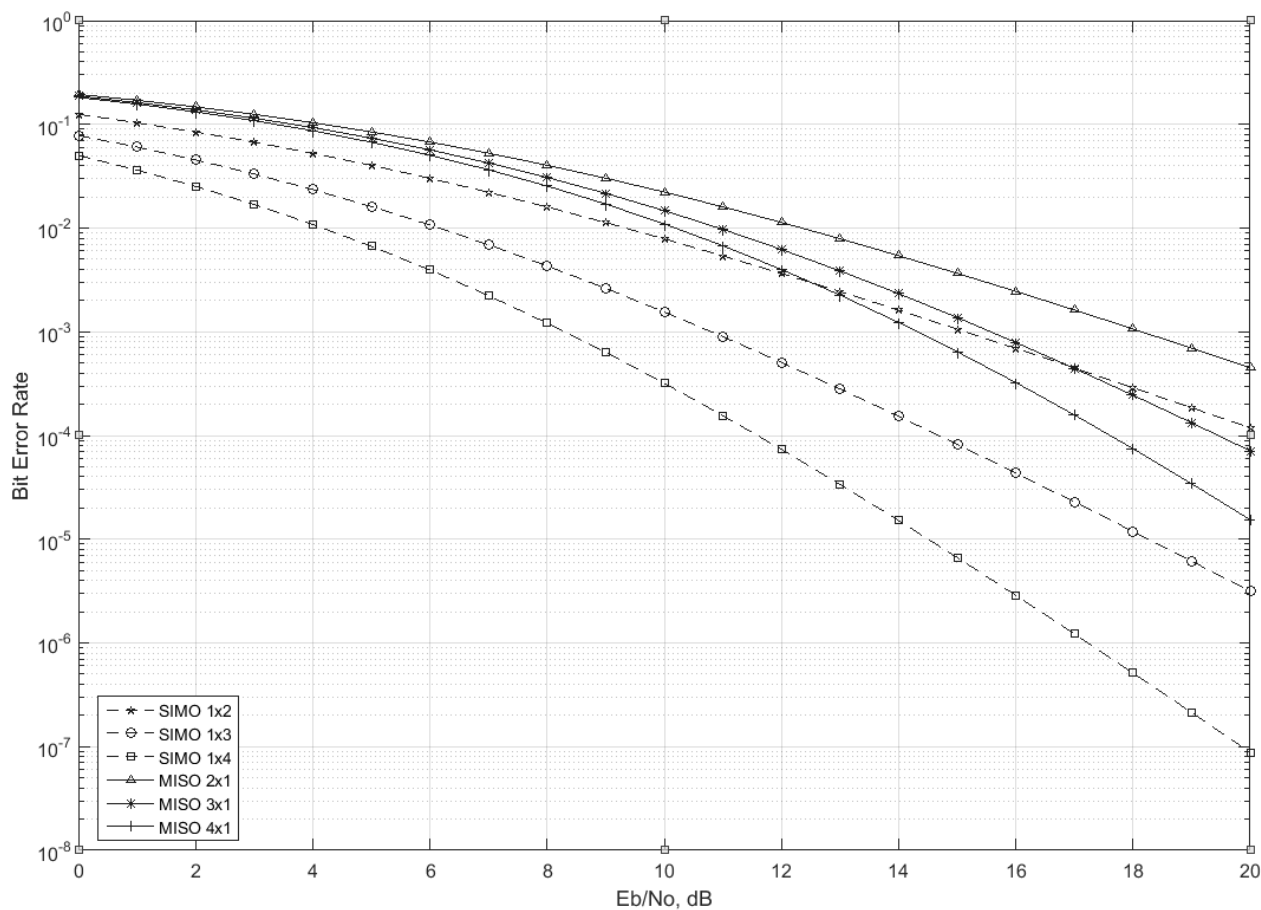


Рис. 6. Зависимость вероятности ошибки от E_b / N_0
для систем SIMO и MISO при $r_s = r_{\text{PLR}} = 0.5$, модуляция BPSK

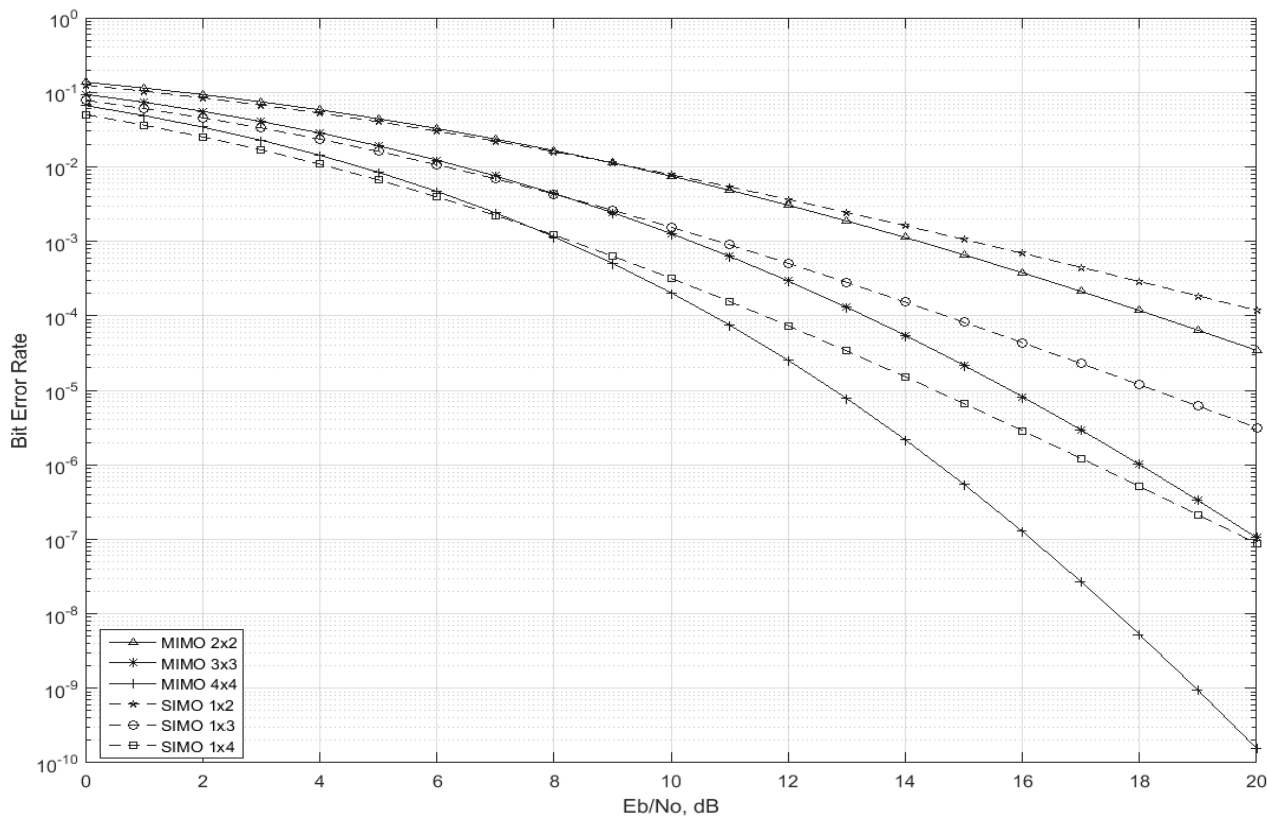


Рис. 7. Зависимость вероятности ошибки от E_b / N_0
для систем MIMO и SIMO при $r_s = r_{\text{PLR}} = 0.5$, модуляция BPSK

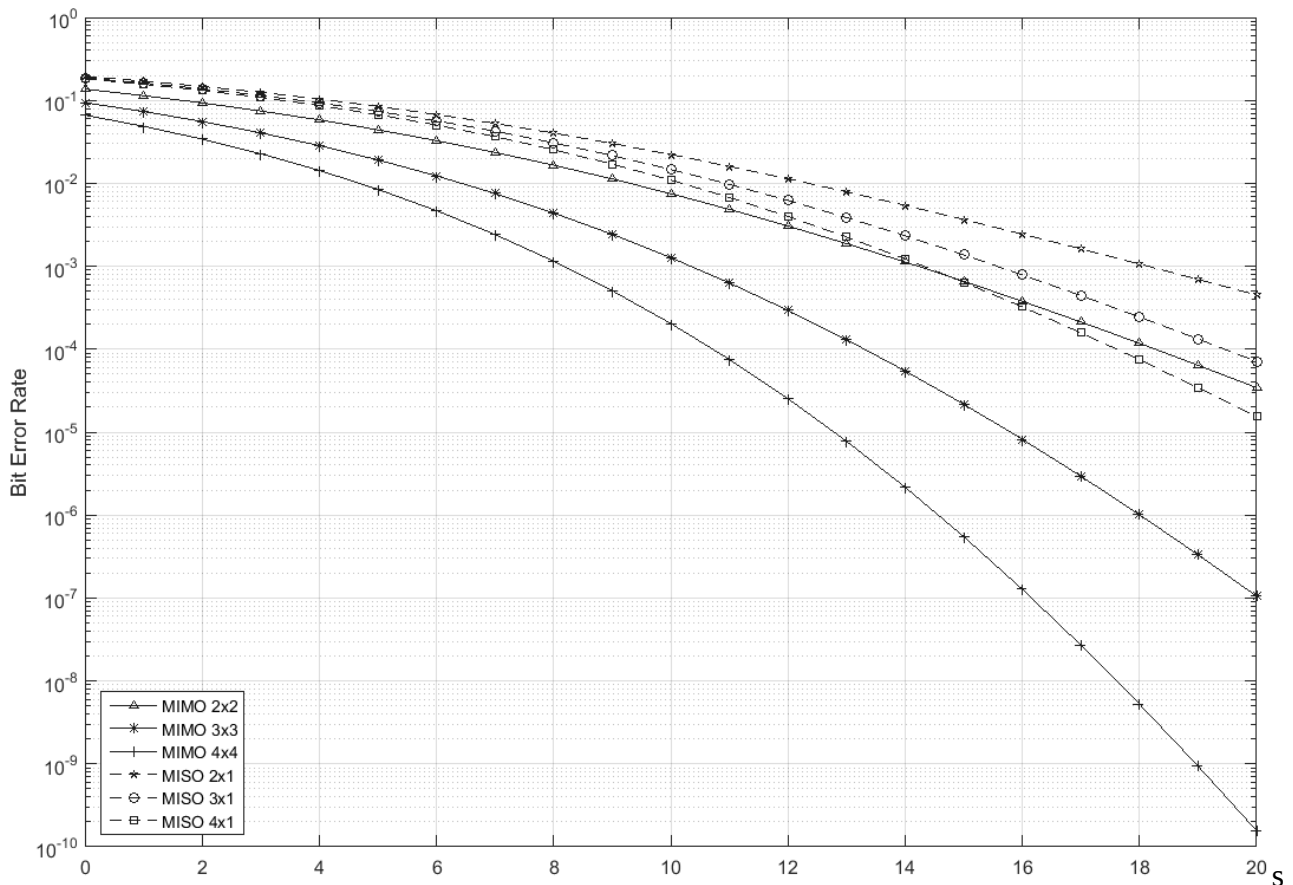


Рис. 8. Зависимость вероятности ошибки от E_b / N_0
для систем MIMO и MISO при $r_s = r_{PLR} = 0.5$, модуляция BPSK

Поскольку помехоустойчивость, главным образом, зависит от количества собственных чисел матрицы корреляции, т.е. от количества основных путей распространения, то вероятность ошибки для $\text{MIMO}_{2 \times 2}$ и $\text{MIMO}_{4 \times 1}$ должна быть примерно одинаковая. Как видно из рис. 8, значения помехоустойчивости для $\text{MIMO}_{2 \times 2}$ и $\text{MISO}_{4 \times 1}$ почти равны.

Общим является то, что уменьшение вероятности ошибки достигается не путем увеличения мощности передатчика, а происходит только за счёт увеличения количества антенн.

6. Заключение

Описанная в данной статье методика позволяет оценить спектральную эффективность системы MIMO при учёте влияния нескольких видов корреляций. В ходе исследования было получено, что при спектральной эффективности $C = 10$ бит/с/Гц, сравнивая случай отсутствия корреляции с остальными тремя случаями, выигрыш в сравнении со случаем корреляции на одной стороне составляет 5 дБ, с двух сторон – 11 дБ, множественной – 13 дБ.

В ходе исследований разработан подход, позволяющий получить формулу вероятности ошибки для системы MIMO, опираясь на классическую теорию разнесённого приема. Получены обобщённые формулы для конкретного количества приёмных и передающих антенн в общем виде с соответствующим поиском собственных чисел матриц множественной корреляции. Показан очевидный выигрыш системы SIMO над MISO, а именно: при $\text{BER} = 10^{-3}$ выигрыш $\text{SIMO}_{1 \times 2}$ и $\text{MISO}_{2 \times 1}$ – 3 дБ, $\text{SIMO}_{1 \times 3}$ и $\text{MISO}_{3 \times 1}$ – 4.5 дБ, $\text{SIMO}_{1 \times 4}$ и $\text{MISO}_{4 \times 1}$ – 6 дБ.

Этот выигрыш обусловлен тем, что при MISO мощность передатчика делится поровну между антеннами.

Литература

1. Андронов И. С., Финк Л. М. Передача дискретных сообщений по параллельным каналам. М.: Советское радио, 1971. 408 с.
2. Mahwah N. J. Applied Multiple Regression Correlation Analysis for the Behavioral Sciences//Erlbaum Associates. MBS Faculty. 2003, Vol. 1. P. 43–57.
3. Young S. C., Jaekwon K. Wireless Communication with Matlab. IEEE Press. 2010. P. 25–111.
4. A. van Zelst. A Compact Representation of Spatial Correlation in MIMO Radio Channels//Proc. of the 10th Mediterranean Electrotechnical Conf. (MELECON). 2000. Vol. 3. May 2000. P. 1218–1221.
5. Тимошук Р. С., Носов В. И. Исследование пространственно-временной корреляционной модели для радиосистем с разносом передачи. Вестник СибГУТИ. № 4. 2012. С. 31–49.
6. H. Bizaki. MIMO systems, theory and applications. InTech, 2011. 500 p.
7. Brown T. W., Saunders S. R., Stavrou S., and Fiacco M. Characterization of polarization diversity at the mobile terminal. IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2007. P. 2440–2447.
8. G. D. Durgin and T. S. Rappaport. A Basic Relationship Between Multipath Angular Spread and Narrowband Fading in a Wireless Channel. IEEE Electronics Letters. 1998. Vol. 34. No. 25. P. 2431–2432.
9. D. Shiu, G. J. Foschini, M. J. Gans, J. M. Kahn. Fading Correlation and Its Effect on the Capacity of Multielement Antenna Systems // IEEE Transaction On Communications. Vol. 48. No. 3. 2000. P. 502–513.
10. Brown T., De Carvaljo E. Practical Guide to the MIMO Radio. Wiley. 2012. P. 159–160.

*Статья поступила в редакцию 05.10.2015;
переработанный вариант – 01.02.2016.*

Янцен Александр Сергеевич

аспирант СибГУТИ, e-mail: yancen2009@yandex.ru.

Носов Владимир Иванович

д.т.н., профессор, заведующий кафедрой систем радиосвязи СибГУТИ, тел. (383) 269-82-54, e-mail: nvi@sibsutis.ru.

Noise immunity estimation and MIMO technology bandwidth with regard to signals correlation in antennas

A.Yantsen, V. Nosov

Based on the results of scientific research, attempting to adapt the classical theory of diversity reception in multi-path channels to calculate the probability of errors in MISO technology, an approach to find the probability of errors in MIMO N-order technology in fading channels with regard to generalized correlation matrix is developed. Generalized correlation is defined with regard to signals correlation in space diversity antennas both in transmitting and receiving mode and with regard to polarization diversity signals.

Keywords: wireless radio, space diversity antennas, multi-path propagation, polarization diversity, MIMO, spectral efficiency, bit error probability.