

# Сравнение точности методов вычисления разности фаз квазигармонических сигналов

Д. Б. Дамдинова, А. С. Полетаев, А. Г. Ченский<sup>1</sup>

Выполнен сравнительный анализ пяти методов вычисления разности фаз гармонических сигналов, адаптированных для применения в цифровых информационно-измерительных системах. С помощью разработанного в LabVIEW комплекта программ проведена оценка погрешности вычислений в зависимости от отношения сигнал/шум, длины выборки, диапазона измерений, коэффициента гармоник, количества отсчетов, взятых на один период сигнала. С помощью выбранных методов выполнен расчет нестабильности частоты устройства синхронизации сверхдлинноволнового (СДВ) интерферометра наклонного зондирования ионосферы.

*Ключевые слова:* разность фаз, гармонический сигнал, измерение фазы, СДВ, ОНЧ, LabVIEW.

## 1. Введение

Измерение разности фаз является важной задачей радиотехники, радиофизики и радиоастрономии. Например, при решении задач радиолокации и радионавигации, неразрушающем контроле и измерениях свойств материалов, в оптических методах исследования турбулентности и неоднородности атмосферы, фазовые измерения необходимы в современных системах радиосвязи, определения координат объектов (GPS, ГЛОНАСС, GALILEO и др.), телеуправления и слежения за объектами на поверхности Земли и в околоземном пространстве и во многих других прикладных областях [7]. При проведении геофизических исследований нижних слоев ионосферы Земли оценка фазового дрейфа зондирующих сигналов является одним из наиболее чувствительных способов мониторинга ионосферных неоднородностей [8, 9].

Для определения разности фаз квазигармонических сигналов существует большое количество различных методов. Для анализа выбраны пять методов, наиболее адаптированных для цифровых измерительных систем.

Первый метод основывается на тригонометрических преобразованиях и подробно рассмотрен в [1]. Разность фаз находится как

$$\phi_1 - \phi_2 = \arcsin \left[ 2 \frac{\overline{s_1 s_2}}{A_1 A_2} \right], \quad (1)$$

где  $s_1$  – измеренный сигнал;

$s_2$  – эталонный сигнал;

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-35-00476 мол\_а.

$A_1, A_2$  – амплитуды сигналов  $s_1$  и  $s_2$ .

Во втором методе [2] находится дополнение Гильберта и вычисляется мгновенная фаза

$$p(nT) = \arctg \left[ \frac{\hat{s}(m\Delta t_k)}{s(m\Delta t_k)} \right], \quad (2)$$

где  $\hat{s}(m\Delta t_k)$  – дополнение Гильберта сигнала  $s(m\Delta t_k)$ ;

$m$  – номер отсчета;

$\Delta t_k$  – интервал дискретизации, с.

Искомая разность фаз является разностью таких функций двух гармонических сигналов.

Также для сравнения выбран параметрический метод измерения разности фаз квазигармонических сигналов, рассмотренный в [3]. В модифицированном методе Прони сигнал представляют в виде линейных комбинаций экспоненциальных функций, которые определяются методом наименьших квадратов. Параметры сигнала оцениваются по полученной аппроксимирующей функции [4]. Пятый метод основан на применении решетчатых функций Фурье, для расчетов используется встроенная функция LabVIEW “Extract Single Tone” [5].

## 2. Сравнение погрешности расчетов различных методов

Разработка программы для моделирования производилась в среде графического программирования LabVIEW. Разработанная программа позволяет оценить точность расчета разности фаз выбранными методами в зависимости от отношения сигнал/шум, длины выборки, числа отсчетов на период, диапазона измерений и коэффициента гармоник. Кроме того, имеется возможность чтения экспериментальных данных из двоичных файлов и вычисления фазы измеренных сигналов.

На рис. 1 показана зависимость ошибки измерения разности фаз от отношения сигнал/шум (signal to noise ratio, SNR). Из данных графиков следует, что с увеличением SNR точность определения разности фаз повышается, а степень рассеяния вычисленных значений относительно кривой, усредненной методом скользящего среднего (линия тренда), уменьшается. Среднеквадратичное отклонение (СКО) от линии тренда для метода [1] составляет:  $\sigma = 0.5832^\circ$ , для метода [2]:  $\sigma = 384.1^\circ$ , для метода [3]:  $\sigma = 0.9607^\circ$ , для метода [4]:  $\sigma = 26.14^\circ$ , для метода [5]:  $\sigma = 19.295^\circ$ . Алгоритм [1] дает стабильную ошибку измерения –  $3.5^\circ$ . Способы [2, 4, 5] характеризуются большой степенью рассеяния вычисленных значений относительно линии тренда. Наилучшую точность вычисления разности фаз показал метод [2], и при  $\text{SNR} = 35$  дБ ошибка  $\Delta\varphi = 0.0064^\circ$ , метод [5] дает ошибку  $-0.024^\circ$ , метод [4] –  $0.09^\circ$ , метод [3] –  $0.246^\circ$ . Наибольшая погрешность измерений  $3.3649^\circ$  наблюдается у метода [1]. Однако метод [3] показал наименьшую дисперсию значений относительно линии тренда.

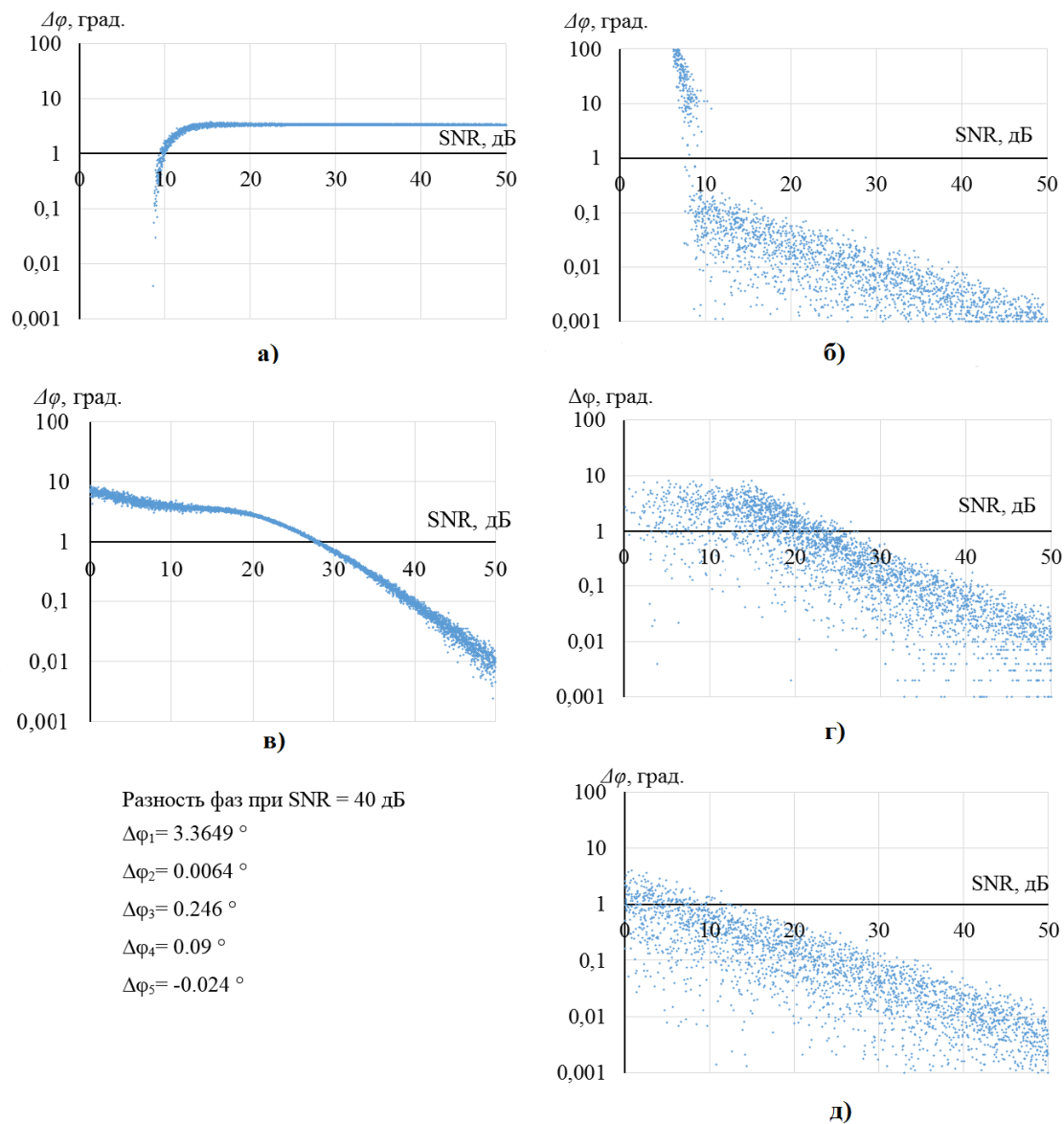


Рис. 1. Зависимость ошибки измерения разности фаз от отношения сигнал/шум:

а) метод [1]; б) метод [2]; в) метод [3]; г) метод [4]; д) метод [5]

На рис. 2 показана зависимость ошибки измерения разности фаз от длины выборки. Среднеквадратичное значение шума в этом и в последующих расчетах задано равным 1 мВ, амплитуда сигнала составляет 1 В. С увеличением количества периодов  $N$  гармонического сигнала в выборке у методов [1, 2] наблюдается уменьшение погрешности расчетов. Результат метода [4] практически не зависит от количества периодов сигнала в выборке. Метод [5] характеризуется большим уровнем рассеяния относительно линии тренда при  $N \leq 10$ , но с ростом  $N$  степень рассеяния быстро снижается. Наилучшую точность вычисления разности фаз в зависимости от длины выборки показал метод [3], и при  $N = 10$  ошибка  $\Delta\varphi = 1.42 \cdot 10^{-14}$  градусов, метод [4] дает ошибку  $1.54 \cdot 10^{-11}$  градусов, метод [5] –  $0.0001^\circ$ , метод [2]  $0.1736^\circ$ . Наибольшая погрешность измерений  $3.3596^\circ$  наблюдается у метода [1].

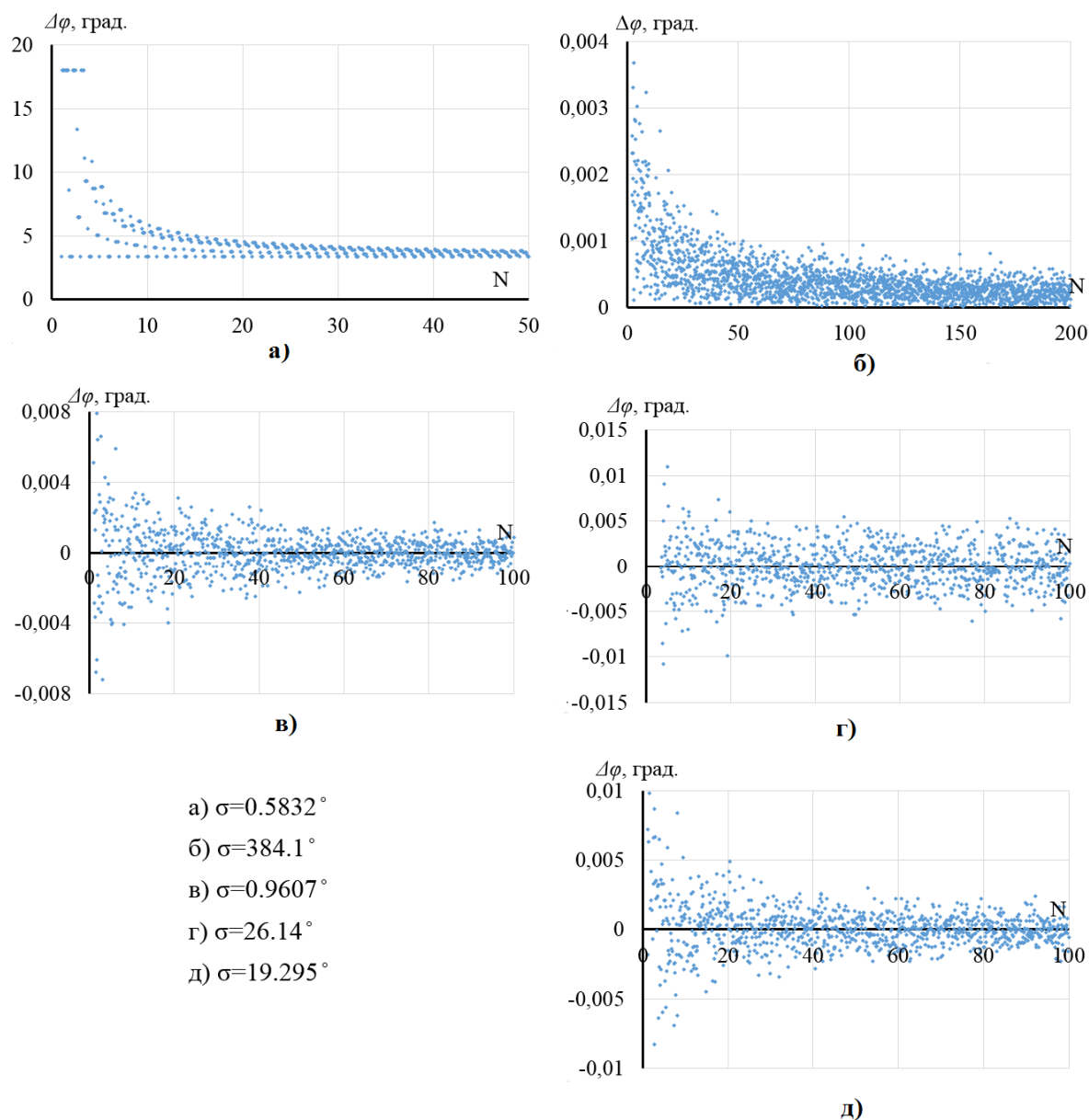


Рис. 2. Зависимость ошибки измерения разности фаз от длины выборки:  
 а) метод [1]; б) метод [2]; в) метод [3]; г) метод [4]; д) метод [5]

Каждый метод определения разности фаз имеет свой диапазон измерений. В случае если измеряемая разность фаз оказывается вне этого диапазона, к результату вычислений необходимо добавлять  $\pi n$  радиан,  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Точность измерений на разных участках диапазона измерений оказывается различна. На рис. 3 показана зависимость ошибки измерения разности фаз от абсолютного значения измеряемой разности фаз (от участка диапазона измерений). Из данных графиков следует, что погрешность расчетов методов [1, 3] в большей степени зависит от измеряемого значения разности фаз и возрастает на границах диапазона измерений  $\Delta\Phi$ . Так, для метода [1] точность вычисления для разности фаз  $\varphi = \varphi_{\max} - 0.01 \cdot \Delta\Phi = 178.2^\circ$  (т.е. при измерении фазы, составляющей 99 % от диапазона измерений) снижается в  $k=31$  раз по сравнению с результатом вычислений для середины этого диапазона. Для метода [3] коэффициент снижения точности составляет  $k=100$  (т.е. при  $\Delta\varphi=88.2^\circ$ ). Погрешность вычислений разности фаз при помощи остальных методов слабо зависит от абсолютного значения измеряемой разности фаз, и снижение точности составляет  $k=4.5$  для метода [2],  $k=1.5$  для способа [4] и  $k=2.1$  для алгоритма [5]. При частоте дискретизации  $F_s = 100$  кГц метод [1] хуже справляется с расчетами: вычисления удалось выполнить лишь для 86 % диапа-

зона измерений. Поэтому при расчетах для данного метода выбрана  $F_s = 100.1$  кГц, в этом случае вычисления удастся выполнить для 99 % интервала измерений.

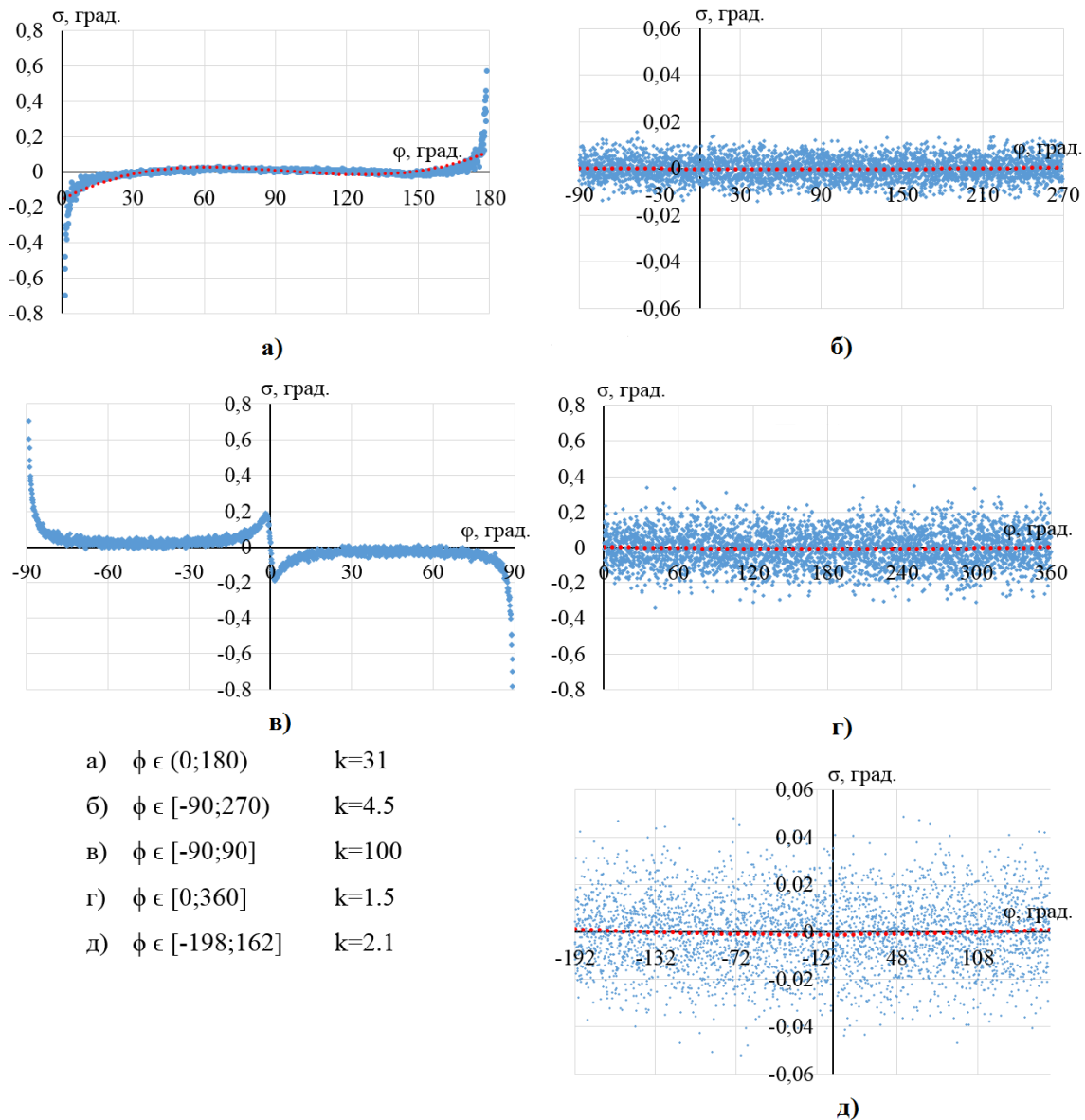


Рис. 3. Зависимость ошибки измерения разности фаз от диапазона измерений (от абсолютного значения измеряемой разности фаз):

а) метод [1]; б) метод [2]; в) метод [3]; г) метод [4]; д) метод [5]

Также на точность определения фазы оказывает влияние количество отсчетов  $n$ , приходящихся на период гармонических сигналов (т.е. отношение частоты дискретизации к частоте гармонического сигнала). На рис. 4 показана зависимость СКО от  $n$ . Из данных графиков следует, что метод [3] при  $n < 5$  дает неверное значение разности фаз, однако при  $n > 5$  результат, как и у метода [4], не зависит от  $n$ . У методов [1, 2, 5] заметно уменьшение среднеквадратичного отклонения с увеличением  $n$ : их коэффициенты улучшения точности  $k'$  соответственно равны 1.6, 1.5 и 1.7 раз при увеличении  $n$  от 6 до 12.

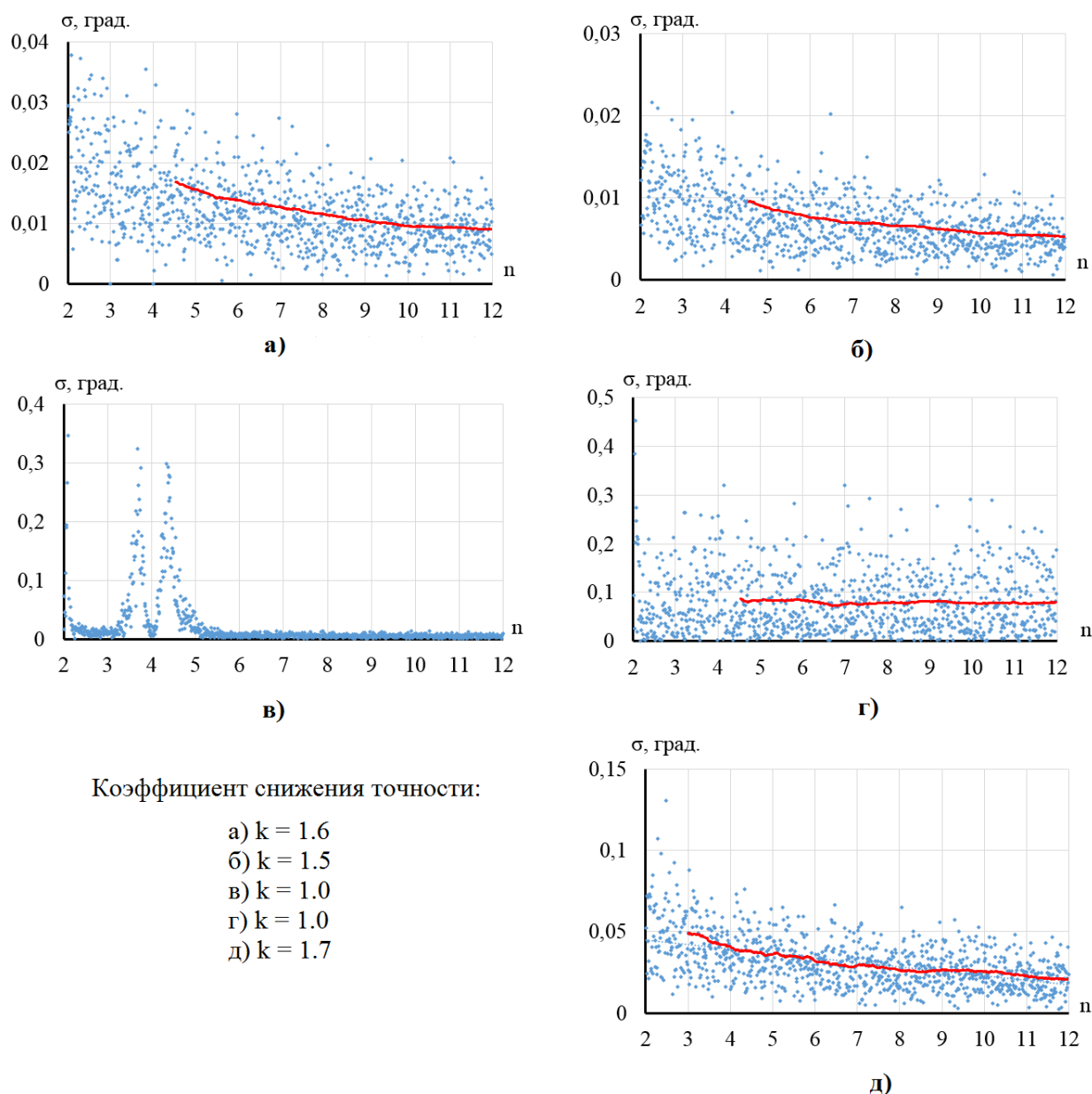


Рис. 4. Зависимость среднеквадратичного отклонения от количества отсчетов, взятых на один период сигнала:

а) метод [1]; б) метод [2]; в) метод [3]; г) метод [4]; д) метод [5]

Еще одним параметром, от которого зависит погрешность измерений, является коэффициент гармоник – величина для количественной оценки нелинейных искажений, равная отношению среднеквадратичной суммы спектральных компонентов выходного сигнала, отсутствующих в спектре входного сигнала, к среднеквадратичной сумме спектральных компонентов входного сигнала. На рис. 5 показана зависимость ошибки измерения разности фаз от коэффициента гармоник. Из данных графиков следует, что ошибка измерения методов [1–5] не превышает величины  $\Delta = -0.1^\circ$  при коэффициенте гармоник  $\Delta K_r$  не более 0.5 %, 73.4 %, 1.7 %, 0.4 % и 61.4 % соответственно. Из результатов расчета видно, что наименьшую погрешность показал метод [2], а наибольшую – метод [4].

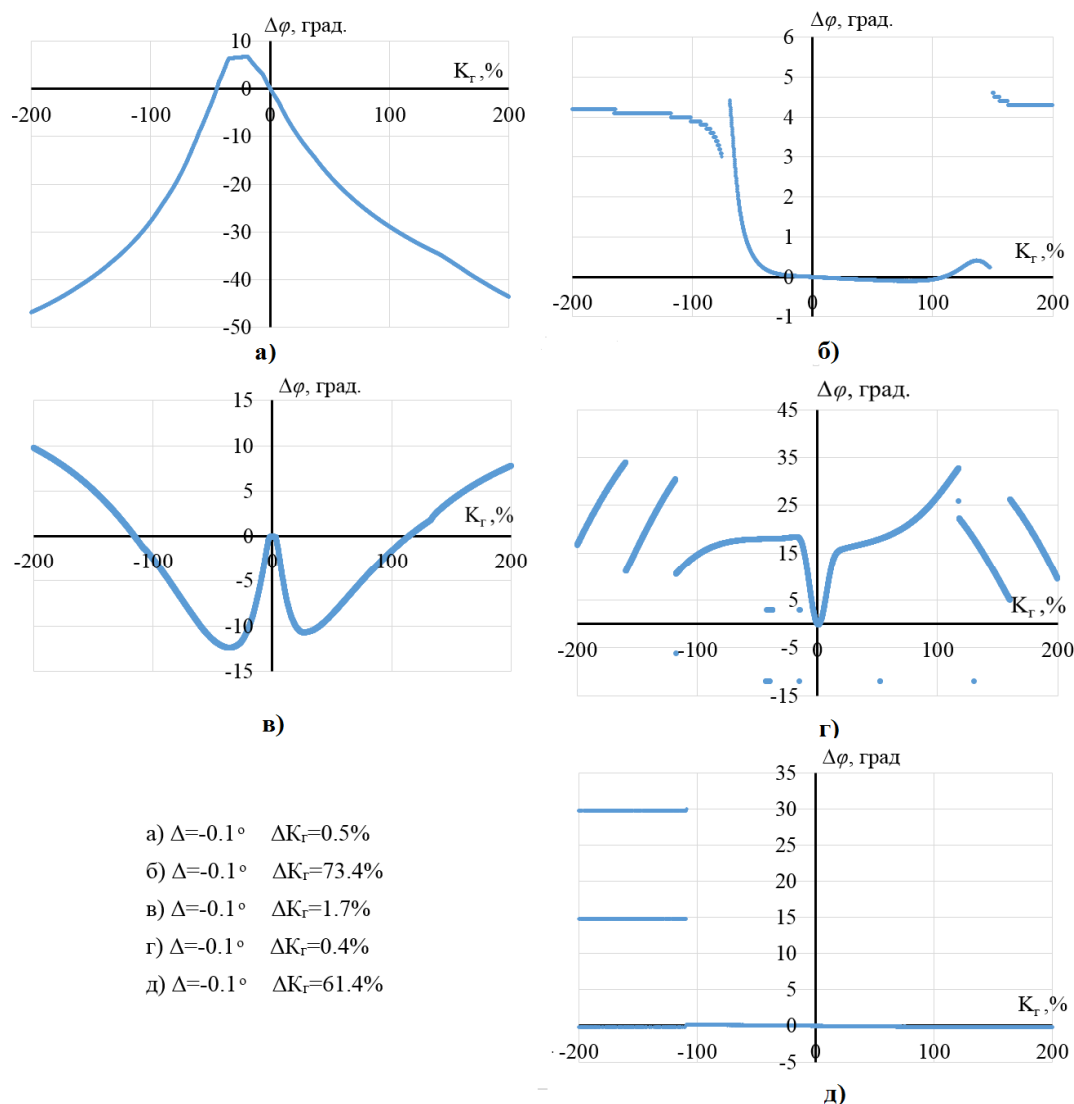


Рис. 5. Зависимость ошибки измерения от коэффициента гармоник:  
 а) метод [1]; б) метод [2]; в) метод [3]; г) метод [4]; д) метод [5]

### 3. Применение в измерениях

Рассмотренные методы определения разности фаз были использованы при измерении нестабильности частоты устройства синхронизации сверхдлинноволнового (СДВ) интерферометра [6], предназначенного для синхронных измерений амплитуды и фазы разнесенных СДВ-радиоприемников. Данное устройство является источником внешней синхронизации аналого-цифровых преобразователей (АЦП) приемников интерферометра, и от ухода во времени импульсов запуска преобразования в АЦП зависит погрешность измерения фазы сигналов СДВ-радиостанций.

В эксперименте по измерению нестабильности частоты устройства синхронизации синусоидальный сигнал  $f_c = 20$  кГц от вторичного задающего генератора ГСС-93/1, синхронизированного с эталонным генератором (водородный стандарт частоты и времени Ч1-75А, нестабильность частоты  $0.6 \cdot 10^{-15}$  за сутки), подавался на вход АЦП L-Card E14-140MD. Частота дискретизации составляла  $F_s = 200$  кГц.

Номинальная частота генератора находится как

$$f_s = \frac{\tilde{n}}{\Delta T}, \quad (3)$$

где  $\tilde{n}$  – количество импульсов;  
 $\Delta T$  – время измерения.

В результате ухода импульсов на  $\tau_m$  частота генератора станет равной

$$f'_s = \frac{\tilde{n}}{\Delta T + \tau_m}. \quad (4)$$

Поскольку количество импульсов одинаково, то

$$f'_s = f_s \frac{\Delta T}{\Delta T + \tau_m}. \quad (5)$$

Отклонение частоты составит

$$\Delta f = f_s - f'_s = f_s \left( 1 - \frac{\Delta T}{\Delta T + \tau_m} \right). \quad (6)$$

Нестабильность частоты при этом равна

$$\kappa = \frac{\Delta f}{f_s} = 1 - \frac{\Delta T}{\Delta T + \tau_m}. \quad (7)$$

При  $\tau_m = 28$  нс,  $\Delta T = 1$  с получаем нестабильность  $\kappa \approx 2.8 \cdot 10^{-8} = 0.028$  ppm. При аналого-цифровом преобразовании тонального сигнала с частотами дискретизации  $f_s$  и  $f'_s$ :

$$S_1(t) = \sin \left( 2\pi f_c \frac{k}{f_s} \right), k = 0, 1, 2, \dots, N-1; \quad (8)$$

$$S_2(t) = \sin \left[ 2\pi f_c k \left( \frac{1}{f_s} + \tau_0 \right) \right], k = 0, 1, 2, \dots, N-1, \tau_0 = \frac{\tau_m}{N-1}. \quad (9)$$

Разность мгновенных значений фазы этих сигналов составит

$$\Delta\phi = 2\pi f_c k \left( \frac{1}{f_s} + \tau_0 \right) - 2\pi f_c \frac{k}{f_s} = 2\pi f_c k \tau_0. \quad (10)$$

Максимальный разбег фаз на времени измерения

$$\Delta\phi_m = 2\pi f_c \tau_m. \quad (11)$$

Таким образом, амплитуда джиттера  $\tau_m$  задает максимальный за время  $\Delta T$  разбег фаз  $\Delta\phi_m$ , через который можно выразить нестабильность частоты

$$\kappa = \frac{1}{1 + \frac{2\pi f_c \Delta T}{\Delta\phi_m}}. \quad (12)$$

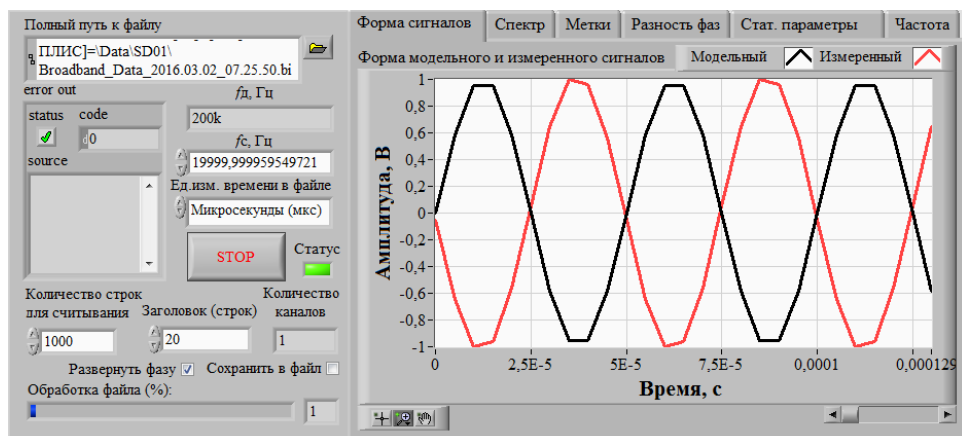
Например, при  $f_c = 25$  кГц,  $\Delta T = 1$  с,  $\Delta\phi_m = 9^\circ$  получаем  $\kappa = 10^{-6} = 1$  ppm.

На рис. 6а показана лицевая панель программы вычисления разности фаз по данным измерений. При расчетах для некоторых методов важно устранить возможную постоянную составляющую. В программе для этого имеются два способа нормирования: статистический (вычитание среднего значения выборки) и фильтрационный (применение полосового фильтра с полосой пропускания 1 кГц). Результаты вычислений показаны на рис. 6б, в соответствии. Из графиков видно, что с интервалом в 1 с выполняется измерение частоты внутреннего генератора устройства синхронизации и производится импульсная фазовая автоподстройка частоты (ИФАПЧ).

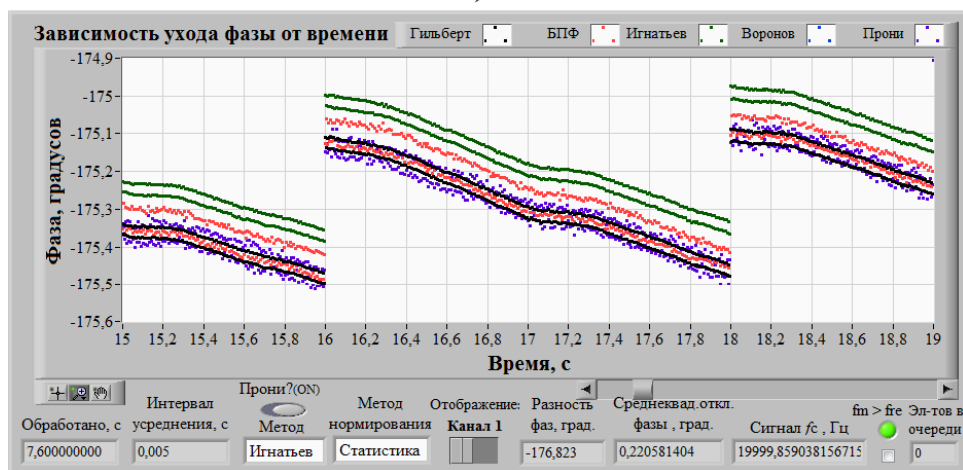
Поскольку разность фаз составляет около  $180^\circ$ , метод [1] не смог выполнить расчет. В случае статистического нормирования близкие результаты дали метод [2] и модифицированный метод Прони, показавшие наименьшую дисперсию результатов расчета. При использовании цифрового полосового фильтра дисперсия значений, полученных модифицированным методом Прони и способом [5], существенно возросла. В этом случае наиболее точными оказались методы [2, 3]. Уход фазы в течение 1 секунды составляет  $0.2^\circ$ , что согласно формуле (12) соответствует кратковременной нестабильности частоты  $\kappa = 2.78 \cdot 10^{-8}$ .

#### 4. Заключение

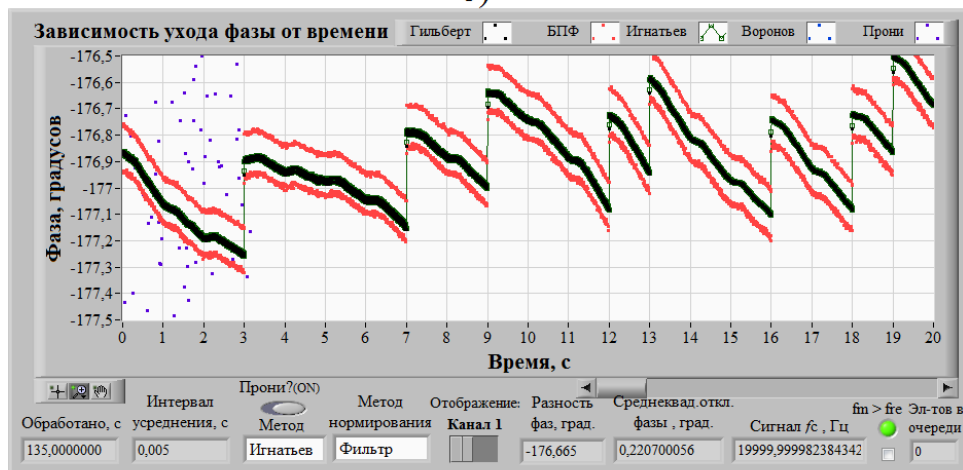
В данной работе исследована точность расчетов разности фаз гармонических сигналов при помощи различных методов. Для проведения измерений в условиях слабозашумленных сигналов лучшим оказался метод [2]. Для небольших по длительности выборок сигналов лучший результат дал метод [3]. Для расчета разности фаз на границах диапазона измерений лучше всего справляется метод [1]. При расчете в зависимости от количества отсчетов на период лучше всего использовать метод [3], однако для оптимального результата достаточно использовать  $n=5\dots 6$ . Кроме того, точность результатов можно повысить при помощи предварительной цифровой обработки измеренных сигналов.



а)



б)



в)

Рис. 6. Программа для оценки нестабильности частоты устройства синхронизации СДВ интерферометра:

- а) лицевая панель; б) результаты расчетов при использовании статистической обработки;  
в) результаты расчетов при использовании полосового фильтра

## Литература

1. Воронов А. С. Измерение разности фаз сигналов // Горизонты образования. 2007. № 9.
2. Степанов В. В., Матвеев С. А. Методы компьютерной обработки сигналов систем радиосвязи. М.: СОЛОН-Пресс, 2003. С. 48–54. 145 с.

3. *Игнатъев В. К., Никитин А. В., Бернардо-Сапрыкин В. Х., Орлов А. А.* Измерение разности фаз квазигармонических сигналов в реальном времени // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. 2013. № 7. С. 241–257.
4. *Воскресенский Д. И., Канащенков А. П.* Активные фазированные антенные решетки. М.: Радиотехника, 2004. 488 с.
5. *Суранов А. Я.* LabVIEW 7: справочник по функциям. М.: ДМК Пресс, 2005. С. 419–420. 512 с.
6. *Токмачев Д. А., Полетаев А. С., Безрукин А. Г., Ченский А. Г., Засенко В. Е., Губин Н. А.* Система синхронизации сверхдлинноволнового интерферометра // Приборы и техника эксперимента. 2014. № 5. С. 77–84. DOI: 10.7868/S0032816214050139.
7. *Переход Н. Г.* Измерение параметров фазы случайных сигналов. Томск: Томское отделение издательства «Радио и связь», 1991. 310 с.
8. *Полетаев А. С., Ченский А. Г., Токмачев Д. А.* Регистрация вариаций амплитуды и фазы сигналов навигационных СДВ передатчиков: В сб.: Взаимодействие полей и излучения с веществом. Сборник трудов XIV Конференции молодых ученых. Иркутск, 14–18 сентября 2015. С. 252–255.
9. *Полетаев А. С., Ченский А. Г., Григорьев К. А.* Мониторинг нижней ионосферы методом наклонного зондирования СДВ-радиосигналами // Вестник ИрГТУ. 2012. № 10 (69). С. 203–211.

*Статья поступила в редакцию 20.10.2016*

**Дамдинова Дарима Баировна**

студент кафедры радиоэлектроники и телекоммуникационных систем ИРНИТУ (664074, Иркутск, ул. Лермонтова, 83), тел. 8 (950) 061-6495, e-mail: darimka1998@mail.ru.

**Полетаев Александр Сергеевич**

программист отдела информационно-измерительных систем физико-технического института, аспирант кафедры радиоэлектроники и телекоммуникационных систем ИРНИТУ (664074, Иркутск, ул. Лермонтова, 83), тел. 8 (904) 129-8187, e-mail: sardaukar9@yandex.ru.

**Ченский Александр Геннадьевич**

к.ф.-м.н., заведующий кафедрой радиоэлектроники и телекоммуникационных систем ИРНИТУ (664074, Иркутск, ул. Лермонтова, 83), тел. 8 (3952) 40-52-81, e-mail: zavmts@istu.edu.

**Accuracy comparison of methods for measuring a phase shift of quasi-harmonic signals**

**D. B. Damdinova, A. S. Poletaev, A. G. Chensky**

The article presents a comparative analysis of five methods for calculating a phase shift of quasi-harmonic signals which can be used in digital information-measuring systems. Errors depending on signal / noise ratio, number of samples, measurement range, total harmonic distortion, number of samples per a period of signal are assessed via programs designed in LabVIEW. These methods are applied for frequency instability measurements of a synchronization system of very-low frequency interferometers for oblique sounding of the ionosphere.

**Keywords:** phase shift, harmonic signal, phase measurement, VLF, frequency instability, LabVIEW.