УДК 519.95

Управление товарными запасами на основе теории массового обслуживания

А. А. Истомина, В. Я. Баденков, А. Л. Истомин

Приведено математическое описание двух моделей задачи управления запасами на основе теории массового обслуживания. Модель с непрерывным пополнением запасов может найти эффективное применение для нахождения оптимальной стратегии пополнения запасов в торговых организациях, когда невыгодно заказывать товар крупными партиями, а выгоднее штучное пополнение, но с широким ассортиментом. Модель пополнения запасов партиями пригодна для широкого круга задач управления запасами, в которых приходится иметь дело с групповыми поставками. Важнейшей особенностью приведенных моделей является возможность получения оптимальных параметров стратегии управления запасами при известном математическом ожидании спроса на товар.

Ключевые слова: управление запасами, теория массового обслуживания, моделирование систем, оптимизация систем.

1. Введение

Основной задачей управления запасами, с которой сталкиваются торговые предприятия, является принятие решений относительно размера партии и «точки заказа» товаров.

В большинстве систем управления запасами уровни запасов уменьшаются с течением времени, пополнение запасов осуществляется за счёт поступления заказа. Каждый заказ, пополняющий запасы, представляет партию товаров. Необходимо определить наилучший размер партии товаров и «точку заказа» (критический уровень товаров), при которых издержки системы будут минимальны. При этом предполагается, что издержки управления запасами состоят из издержек выполнения заказов и издержек хранения запасов.

Издержки хранения запасов включают расходы, связанные с физическим содержанием товаров в торговых организациях. Издержки выполнения заказов представляют собой накладные расходы, связанные с реализацией заказа, не зависящие от размера партии.

Обзор работ показал, что в большинстве случаев оптимальный размер партии товаров Q определяется формулой Уилсона [1]:

$$Q = \sqrt{\frac{2C_1 S}{C_2}}, \qquad (1)$$

где S – спрос на товар на горизонте управления; C_1 – затраты на выполнение заказа; C_2 – затраты на хранение единицы товара на горизонте управления.

Действительно, если C_1 – затраты на выполнение заказа, а Q – размер партии заказанного товара, то издержки выполнения заказа в расчёте на единицу товара составляют C_1 / Q. Общие же издержки выполнения заказа на горизонте управления составляют $C_1 S / Q$ (где

S/Q – число заказов на горизонте управления). Очевидно, что при увеличении размера партии Q издержки выполнения заказа уменьшаются.

Если C_2 – затраты на хранение единицы товара на горизонте управления, то при постоянной интенсивности спроса на товары общие затраты на хранение запасов товаров на горизонте управления составят $C_2Q/2$. Из последней формулы видно, что с увеличением размера партии Q общие издержки хранения линейно возрастают.

Оптимальным числом заказов Q является число Q^*, минимизирующее выражение

$$\frac{C_1S}{Q}+\frac{C_2Q}{2}. \tag{2}$$

Чтобы найти оптимальное значение Q^*, возьмем первую производную выражения (2) по Q и приравняем её к нулю, откуда получим равенство

$$-\frac{C_1S}{Q^2}+\frac{C_2}{2}=0, \tag{3}$$

откуда

$$Q^*=\sqrt{\frac{2C_1S}{C_2}}\ . \tag{4}$$

В точке экстремума – минимум, так как вторая производная положительна.

Формула Уилсона пригодна для идеального случая, когда спрос на товары S заранее известен, уровень запасов уменьшается с постоянной интенсивностью, и как только он достигает нуля, немедленно поступает новая партия товаров размером Q. Такого в практике управления товарными запасами обычно не встречается. В торговых организациях приходится регулярно сталкиваться с проблемами задержки времени между заказом партии и моментом его подачи. Кроме того, фактический спрос на товары часто не совпадает с прогнозируемым, возникает дефицит товара, либо имеет место затоваривание торговых организаций. Также формула Уилсона не учитывает потери, связанные с дефицитом товара.

Анализ задачи управления товарными запасами в торговых организациях показал, что многие ситуации в работе торговых предприятий можно рассматривать как задачи массового обслуживания – не только в том смысле, что покупатели могут простоять в очереди за товарами, но и в том смысле, что товары, ожидающие покупателей, также образуют очереди. Если покупатели отсутствуют, то запасы товаров увеличиваются. Если нет очереди товаров (нет запасов), то имеет место дефицит, покупатели не обслуживаются. Если в качестве требований и заявок в системе массового обслуживания считать запасённые товары, а обслуживающие устройства – покупателей товаров, то зная интенсивность прибытия покупателей, можно определить оптимальную интенсивность поступления товаров в условиях тех или иных ограничений.

Теория массового обслуживания является известным разделом исследования операций и была разработана для того, чтобы создавать модели для прогнозирования состояний системы, которая предназначена обеспечить обслуживание по случайно возникающим запросам [2, 3]. Теория массового обслуживания получила широкое распространение при исследовании процессов в электронике и электротехнике, надёжности и диагностике, а также систем со многими разветвляющимися процессами, но всё же до настоящего времени она недостаточно применяется в задачах управления запасами. Известные в настоящее время аналитические методы исследования подобных ситуаций дают пригодные для машинного счета зависимости лишь в том случае, если процесс удовлетворения спроса и восполнения запаса может быть сведен к марковскому с конечным числом состояний [5–7].

В данной работе предложены две модели управления товарными запасами: модель с непрерывным пополнением и модель с пополнением запасов партиями, представленные как модели массового обслуживания и легко реализуемые на ЭВМ.

2. Постановка задачи оптимизации управления запасами на основе теории массового обслуживания

2.1. Модель с непрерывным пополнением запаса

Пусть поступление товаров в магазин происходит непрерывно с интенсивностью λ и имеет пуассоновское распределение. Прибытие покупателей в магазин происходит с интенсивностью μ и также характеризуется пуассоновским распределением. Будем считать, что интенсивности λ и μ не зависят от времени.

Закон Пуассона справедлив для многих случаев: для распределения числа новорождённых, появляющихся в родильном доме за сутки, числа прибытия автомобилей на автозаправочную станцию, телефонных вызовов, числа заявок на товары розничной торговли и для многих других случаев, когда вероятность появления события не зависит от происходящих ранее событий [2, 3].

Обозначим через S_n состояние системы, имея в виду, что система находится в состоянии S_n, когда в магазине присутствует n товаров как «обслуживаемых» покупателями, так и ожидающих обслуживания. Система выходит из состояния S_n в состояние S_{n+1}, когда прибывает дополнительная единица товара, или в состояние S_{n-1}, когда товар куплен покупателем. Случайный процесс, протекающий в системе S, можно трактовать как процесс блуждания системы в цепи состояний, в которой каждое состояние S_n (кроме двух крайних S_0 и S_N) связано прямой и обратной связью с двумя соседними S_{n-1}, S_{n+1}, а каждое из двух крайних связано прямой и обратной связью только с одним соседним. Интенсивности пуассоновских потоков событий, ведущих к уменьшению товаров, обозначены как μ, а к увеличению как λ. Схема случайного процесса движения товаров представлена на рис. 1.

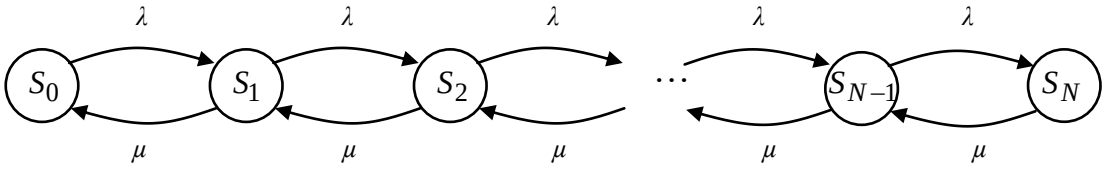

Рис. 1. Состояния процесса движения товаров

Такая схема случайного процесса получила название «гибели и размножения», а сам процесс – процессом «гибели и размножения». Термин «процесс гибели и размножения» ведёт начало от биологических задач, где такими процессами описывается изменение численности биологических популяций; стрелки, ведущие слева направо, соответствуют увеличению численности (размножению) популяции, а справа налево – гибели популяций. Очевидно, что схема «гибели и размножения» далеко выходит за пределы биологических задач. Стратегия управления запасами с непрерывным пополнением имеет «родственное сходство» с моделями массового обслуживания, описываемыми схемой «гибели и размножения».

Обозначим через P_n вероятность того, что в наличии имеются *n* единиц запаса (P_0 – вероятность того, что запас отсутствует). Очевидно, что для системы с дискретными состояниями S_0, S_1, …, S_N в любой момент времени сумма вероятностей состояний равна единице:

$$\sum_{i=0}^{N} P_i = 1 \tag{5}$$

как сумма вероятностей полной группы несовместимых событий.

При постоянных интенсивностях потоков и конечном числе состояний существует стационарный режим. В стационарном режиме процесс будет менять свои состояния, переходя из одного в другое, но вероятности этих состояний уже не зависят от времени.

Значения вероятностей для случайного процесса, находящегося в стационарном режиме, имеют вид [3, 4]:

$$P_i = \rho^i P_0,\ i = \overline{1, N}, \tag{6}$$

где $\rho = \lambda / \mu$ – показатель загрузки системы, а вероятность P_0 находится как

$$P_0 = \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}}. \tag{7}$$

Среднее число запасённых товаров, находящихся в системе в стационарном режиме, определяется по формуле

$$\bar{n} = \frac{\rho(1-\rho^N(N+1-N\rho))}{(1-\rho^{N+1})(1-\rho)}. \tag{8}$$

Ожидаемое число единиц товара, реализованного за единицу времени, равно $\overline{N} = \mu(1-P_0)$, или

$$\overline{N} = \mu\left(1-\frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}}\right). \tag{9}$$

Обозначим через C_1 издержки оформления заказа, а через C_2 затраты на хранение единицы товара. Так как заказы поступают на отдельные единицы товара, следовательно, суммарные издержки выполнения заказов находятся как $C_1\lambda$ или $C_1\rho\mu$, а затраты на хранение запасённого товара как $C_2\bar{n}$.

Поскольку вероятность дефицита товара составляет P_0, то и доля времени, в течение которого отсутствует товар, равна P_0. Следовательно, доля времени, в течение которого в системе присутствовал товар, равна $1-P_0$. Если доход от продажи одной единицы товара равен *Z*, то общий доход от продажи всех товаров на горизонте управления составит $Z\mu(1-P_0)$.

Тогда прибыль на горизонте управления товарными запасами составит

$$F = Z\mu(1-P_0) - C_1\rho\mu - C_2\bar{n},$$

или

$$F = Z\mu\left(1-\frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}}\right) - C_1\rho\mu - C_2\frac{\rho(1-\rho^N(N+1-N\rho))}{(1-\rho^{N+1})(1-\rho)}. \tag{10}$$

Нас интересует значение ρ, максимизирующее F. В частности, требуется найти значение интенсивности пополнения запаса товаров λ, максимизирующее прибыль F при известной интенсивности спроса на товары μ. Беря производную от F по ρ и приравнивая её к нулю, получим

$$\frac{dF}{d\rho} = -Z\mu\left[\frac{1}{\rho^{N+1}-1} - \frac{\rho^N(N+1)(\rho-1)}{(\rho^{N+1}-1)^2}\right] - C_1\mu + \frac{C_2\left[\rho^N(N-N\rho+1)-1\right]}{(\rho-1)(\rho^{N+1}-1)} -$$
$$- \frac{C_2\rho\left[\rho^N(N-N\rho+1)-1\right]}{(\rho-1)^2(\rho^{N+1}-1)} - \frac{C_2\rho\left[N\rho^N - N\rho^{N-1}(N-N\rho+1)\right]}{(\rho-1)(\rho^{N+1}-1)} - \quad (11)$$
$$- \frac{C_2\rho\rho^N(N+1)\left[\rho^N(N-N\rho+1)\right]}{(\rho-1)(\rho^{N+1}-1)^2} = 0.$$

Уравнение (11) получено с помощью символьного процессора Mathcad.

Для нахождения ρ из уравнения (11) можно воспользоваться любым численным методом решения нелинейных алгебраических уравнений.

Пример 1. Пусть спрос на товар составляет 60 единиц в неделю. Оформление одного заказа обходится магазину в 2000 рублей, а доход от продажи единицы товара – 10000 рублей. Пусть стоимость хранения единицы товара в неделю – 500 рублей. Разместить в магазине можно не более 40 единиц товара.

Значение ρ, при котором выполняется (11) и критерий оптимальности (10) достигает максимума, равно 0.87. Тогда оптимальное значение интенсивности заказа товара в неделю $\lambda = \mu\rho = 60 \cdot 0.87 = 52.2.$ Округляя до целого значения, находим оптимальное целочисленное значение $\lambda = 52$.

Вероятность того, что в течение недели будет исчерпан запас товара, равна

$$P_0 = \frac{1-\rho}{1-\rho^{N+1}} = \frac{1-0{,}87}{1-0{,}87^{41}} = 0{,}13.$$

Средний запас товара будет равен

$$\bar{n} = \frac{\rho(1-\rho^N(N+1-N\rho))}{(1-\rho^{N+1})(1-\rho)} = \frac{0{,}87(1-0{,}87^{40}(40+1-40\cdot 0{,}87))}{(1-0{,}87^{41})(1-0{,}87)} = 6.656,$$

или 7 единиц.

Ожидаемая реализация товара равна $\mu(1-P_0) = 52.17$, или 52 единицы.

Максимальная прибыль, которую может получить магазин, составляет 384400 рублей.

Модель с непрерывным пополнением запасов может найти эффективное применение для нахождения оптимальной стратегии пополнения запасов в торговых организациях, реализующих штучный товар, например, автомобили, дорогую мебель, ювелирные изделия и т.п., когда предприятию не выгодно заказывать товар крупными партиями, а выгоднее штучное пополнение, но с широким ассортиментом.

2.2. Модель управления запасами с пополнением товаров партиями

Как и в модели с непрерывным пополнением запасов, примем допущение, что покупатели прибывают за товаром с интенсивностью μ человек в единицу времени. Распределение спроса во времени является пуассоновским.

Если уровень запасов равен нулю, продажа товара не производится (неудовлетворенный спрос не одалживается).

Длительность промежутка времени от момента подачи заказа на пополнение запасов до момента поступления товара имеет показательное (экспоненциальное) распределение. При показательном законе и потоке событий с интенсивностью λ среднее время доставки заказа составляет $T = 1/\lambda$.

Пусть при уменьшении уровня запасов до критического уровня («точки заказа») P заказывается количество товара, равное Q единицам, таким образом, что

$$P + Q = M, \tag{12}$$

где M – максимальный уровень товара (заранее заданное максимальное количество товара, которое может принять торговая организация). Определению подлежит либо точка заказа P, либо объем партии Q. Очевидно, что установив любое из этих значений, второе можно найти из уравнения (12).

Пусть, как и в предыдущей модели P_n, есть вероятность того, что в наличии имеются n единиц товара.

Правило «заказывать Q единиц товара, когда уровень запасов уменьшится до P, и заказывать M единиц товара, когда уровень запасов уменьшается до нуля», означает, что:

1) система S переходит из состояния S_n в состояние S_{n-1} при продаже единицы товара с интенсивностью μ;

2) система S переходит из состояния S_n ($n \neq 0$) в состояние S_{n+Q} и из состояния S_0 в состояние S_M при пополнении запаса с интенсивностью λ.

Случайный процесс, протекающий, например, в системе S с шестью состояниями (максимальный запас товара равен пяти единицам, а точка заказа двум единицам товара), показан на рис. 2.

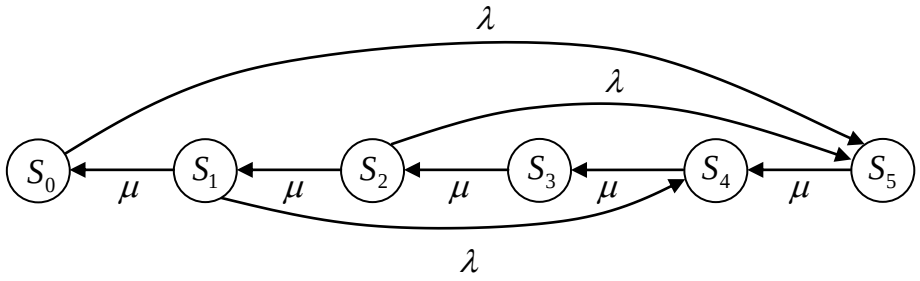

Рис. 2. Случайный процесс движения товаров при заказе товара партиями

На рис. 2 видно, что при отсутствии товара делается заказ на пополнение запаса до максимального уровня. Далее, как только запас товара уменьшается до двух единиц (точки заказа), следует заказ товара в количестве трех единиц. Пополнение запаса может наступить до прибытия очередного покупателя (в этом случае система перейдет из состояния S_2 в состояние S_5) либо уже после прибытия очередного покупателя и продажи ему единицы товара (в этом случае система перейдет из состояния S_1 в состояние S_4) и т.д.

Например, для системы на рис. 2 получаем следующие уравнения для вероятностей состояний:

$$\begin{aligned}
\frac{dP_0}{dt} &= -\lambda P_0 + \mu P_1, \\
\frac{dP_1}{dt} &= -\lambda P_1 - \mu P_1 + \mu P_2, \\
\frac{dP_2}{dt} &= -\lambda P_2 - \mu P_2 + \mu P_3, \\
\frac{dP_3}{dt} &= -\mu P_3 + \mu P_4, \\
\frac{dP_4}{dt} &= \lambda P_1 - \mu P_4 + \mu P_5, \\
\frac{dP_5}{dt} &= \lambda P_0 + \lambda P_2 - \mu P_5.
\end{aligned} \tag{13}$$

Стационарные решения системы уравнений (13) принимают вид:

$$P_1 = P_0\left(\frac{\lambda}{\mu}\right),$$
$$P_2 = P_0\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)\left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right),$$
$$P_3 = P_0\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)\left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)^2 \quad . \tag{14}$$
$$P_4 = P_0\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)\left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)^2,$$
$$P_5 = P_0\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)\left(\frac{\mu^2+\mu\lambda+\lambda^2}{\mu^2}\right)$$

где

$$P_0 = \frac{\mu^3}{\mu^3+5\mu^2\lambda+6\mu\lambda^2+3\lambda^2}. \tag{15}$$

Запишем в общем виде уравнения для вероятностей состояний системы с пополнением запасами партиями

$$\frac{dP_0}{dt} = -\lambda P_0 + \mu P_1,$$
$$\frac{dP_n}{dt} = -\lambda P_n - \mu P_n + \mu P_{n+1}, \quad \text{для} \quad n \le P,$$
$$\frac{dP_n}{dt} = -\mu P_n + \mu P_{n+1}, \quad \text{для} \quad P < n \le Q, \tag{16}$$
$$\frac{dP_n}{dt} = \lambda P_{n-Q} - \mu P_n + \mu P_{n+1}, \quad \text{для} \quad Q < n \le M,$$
$$\frac{dP_M}{dt} = \lambda P_0 - \mu P_M + \lambda P_{M-Q}.$$

Стационарные решения системы уравнений (16):

$$P_n = P_0\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)\left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)^{n-1} \quad \text{для} \quad 0 < n \le P,$$
$$P_n = P_0\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)\left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)^{P} \quad \text{для} \quad P < n \le M - P + 1, \tag{17}$$
$$P_n = P_0\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)\left[1+\left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)^{P} - \left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)^{n-Q-1}\right] \quad \text{для} \quad M - P + 1 < n \le M,$$

где

$$P_0 = \frac{\mu^{P+1}}{(\mu+\lambda)^P(\mu+Q\lambda)}. \tag{18}$$

Вычислим показатели эффективности системы пополнения запасов партиями.

Среднее число запасённых товаров, находящихся в системе в стационарном режиме, определяется по формуле

$$\bar{n} = \sum_{i=0}^{M} iP_i = 0 \cdot P_0 + 1 \cdot P_1 + 2 \cdot P_2 + \ldots + N \cdot P_N \,, \tag{19}$$

или

$$\bar{n} = \sum_{i=1}^{P+1} i \cdot P_0 \frac{\lambda}{\mu}\left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)^{i-1} + \sum_{i=P+2}^{M-P+1} i \cdot P_0 \frac{\lambda}{\mu}\left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)^{P} + \\ + \sum_{i=M-P+2}^{M} i \cdot P_0 \frac{\lambda}{\mu}\left[1+\left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)^{P} - \left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)^{i-Q-1}\right] \,. \tag{20}$$

Вынесем в (20) $P_0 \frac{\lambda}{\mu}$ за скобки:

$$\bar{n} = P_0 \frac{\lambda}{\mu}\left[\begin{array}{l} \sum_{i=1}^{P+1} i\left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)^{i-1} + \sum_{i=P+2}^{M-P+1} i \cdot \left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)^{P} + \\ + \sum_{i=M-P+2}^{M} i \cdot \left[1+\left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)^{P} - \left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)^{i-Q-1}\right] \end{array}\right]. \tag{21}$$

Сумма, стоящая в скобках (21), представляет сумму трех рядов. Не приводя подробные вычисления, запишем окончательное выражение для нахождения среднего числа запасённых товаров, которое принимает вид

$$\bar{n} = \frac{\mu^{P+1}}{(\mu+\lambda)^{P}(\mu+Q\lambda)} \cdot \frac{\lambda}{\mu} \times \\ \times \left[\frac{1-\left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)^{P}\left(P+1-P\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)}{\left[1-\left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)\right]^{2}} + \left(\frac{M(M+1)-P(P+1)}{2}\right)\left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)^{P}\right]. \tag{22}$$

Пусть, как и ранее, Z – доход на единицу проданного товара, C_1 – издержки выполнения заказа, C_2 – затраты на хранение единицы товара. Если спрос на товар на горизонте управления составляет μ, то количество заказов в установившемся режиме будет равно μ / Q.

Тогда прибыль на горизонте управления товарными запасами составит

$$F = Z\mu(1-P_0) - C_1\frac{\mu}{Q} - C_2\bar{n},$$

или

$$F = Z\mu\left(1-\frac{\mu^{P+1}}{(\mu+\lambda)^{P}(\mu+Q\lambda)}\right) - C_1\frac{\mu}{Q} - C_2\frac{\mu^{P+1}}{(\mu+\lambda)^{P}(\mu+Q\lambda)} \cdot \frac{\lambda}{\mu} \times \\ \times \left[\frac{1-\left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)^{P}\left(P+1-P\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)}{\left[1-\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right]^{2}} + \left(\frac{M(M+1)-P(P+1)}{2}\right)\left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)^{P}\right]. \tag{23}$$

Нас интересует критический уровень заказа P и объем каждой партии Q, максимизирующие F. Поскольку P и Q связаны уравнением (12), подставим в (23) $M-P$ вместо Q. В результате получим

$$F = Z\mu\left(1-\frac{\mu^{P+1}}{(\mu+\lambda)^P\left[\mu+(M-P)\lambda\right]}\right)-C_1\frac{\mu}{M-P}-C_2\frac{\mu^{P+1}}{(\mu+\lambda)^P\left[\mu+(M-P)\lambda\right]}\frac{\lambda}{\mu}\times$$
$$\times\left[\frac{1-\left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)^P\left(P+1-P\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)}{\left[1-\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right]^2}+\left(\frac{M(M+1)-P(P-1)}{2}\right)\left(\frac{\mu+\lambda}{\mu}\right)^P\right]. \quad (24)$$

Оптимальное значение критического уровня запасов находится из необходимых условий оптимальности. Приравнивая производную целевой функции F от P к нулю, получим нелинейное уравнение. Решая это уравнение численно, можно найти оптимальное значение критического уровня запаса P, а по уравнению (12) – оптимальный размер заказа Q.

Пример 2. Пусть спрос на товар составляет 200 единиц в неделю. Максимальный объем запаса товара не должен превышать 40 единиц. Среднее время доставки заказа составляет 6.7 часов или 0.04 недели. Оформление одного заказа обходится магазину в 2000 рублей, а доход от продажи единицы товара – 500 рублей. Стоимость хранения единицы товара в неделю обходится магазину в 50 рублей.

Требуется определить критический уровень товара и размер заказа, при которых прибыль магазина от реализации товара будет максимальной.

Для начала из уравнения $T = 1/\lambda$ найдем интенсивность потока λ:

$$\lambda = \frac{1}{0{,}04} = 25.$$

Далее для найденного $\lambda = 25$ и заданных $\mu = 200$, $M = 40$, $Z = 500$, $C_1 = 2000$, $C_2 = 50$ находим оптимальное значение критического уровня запаса $P^* = 11.46$. Округляя решение до ближайшего целого, получаем значение 11. Таким образом, «точка заказа» составляет 11 единиц товара.

Тогда оптимальная стратегия управления запасами будет заключаться в следующем: каждый раз, когда уровень запаса достигает 11 единиц, следует заказывать 29 единиц товара.

При данной стратегии магазин сделает 7 заказов, вероятность дефицита P_0 будет равна 0.059, средний уровень запаса $\bar{n}$ составит 22 единицы, а ожидаемая прибыль магазина будет равна 7921 рублей.

3. Заключение

Рассмотренные в статье модели массового обслуживания могут найти применение для описания широкого круга задач управления запасами. Важнейшей особенностью приведенных моделей является возможность получения оптимальных параметров стратегии управления запасами при известном математическом ожидании спроса на товар.

Литература

1. *Букан Д., Кенигберг Э.* Научное управление запасами. М.: Наука, 1967. 423 с.
2. *Саати Т.* Математические методы исследования операций. М.: Воениздат, 1963. 420 с.
3. *Вентцель Е. С.* Исследование операций. М.: Советское радио, 1972. 552 с.
4. *Вентцель Е. С., Овчаров Л. А.* Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М.: Наука, Физматлит, 1991. 384 с.

5. *Mitten L. G., Second O. R.* Conference, Armour Research Institute and Illinois Institute of Technology, 1957.
6. *Morse P. M.* Queues, Inventories and Maintenance. Publications in Operations Research, № 1, Operation Research Society of America, New York, John Willey & Sons, Inc., 1958.
7. *Рыжиков Ю. И.* Теория очередей и управление запасами. СПб.: Питер, 2001. 384 с.

Статья поступила в редакцию: 02.12.2017;
Переработанный вариант: 13.04.2017

Истомина Алена Андреевна
инженер кафедры технологии электрохимических производств Ангарского государственного технического университета (665830, Иркутская область, Ангарск, ул. Чайковского, 60), тел. (3955) 67-64-86, e-mail: alenaist@yandex.ru.

Баденков Виктор Яковлевич
д.т.н., профессор кафедры автоматизации технологических процессов Ангарского государственного технического университета (665830, Иркутская область, Ангарск, ул. Чайковского, 60), тел. (3955) 67-88-45.

Истомин Андрей Леонидович
д.т.н., профессор кафедры вычислительных машин и комплексов Ангарского государственного технического университета (665830, Иркутская область, Ангарск, ул. Чайковского, 60), тел. (3955) 67-83-38, e-mail: a.l.istomin@mail.ru.

Inventory management on the basis of the Queuing theory

A. Istomina, V. Badenikov, A. Istomin

Mathematical description of two models of inventory control task based on the queueing theory is presented. A model with continuous replenishment may find an effective application for finding optimum strategy of restocking in trade organizations when it is not profitable to order the goods in large lots, and piece replenishment with a wide range of goods is more profitable. Batch replenishment model is more suitable for a wide range of inventory problems that have to deal with group deliveries. The most important feature of the proposed model is the possibility of obtaining the optimal parameters of inventory control strategy with a known mathematical expectation of demand for goods.

Keywords: inventory control, Queuing theory, system modeling, optimization of systems.