

Анализ однослойных и многослойных копланарных полосковых линий и волноводов

И. Ю. Якушев

В данной статье проанализировано шесть типов полосковых линий копланарного вида: однослойный и многослойный копланарный волновод без металлизированной подложки, однослойный и многослойный копланарный волновод с металлизированной подложкой, однослойная и многослойная копланарная полосковая линия. Анализ полосковых линий основан на методах конформных отображений и частичных емкостей. Приведены расчетные формулы эффективной диэлектрической проницаемости и волнового сопротивления для каждой копланарной линии.

Ключевые слова: волновое сопротивление, копланарный волновод, копланарная полосковая линия, метод конформных отображений, метод частичных емкостей, эллиптический интеграл, эффективная диэлектрическая проницаемость.

1. Введение

Копланарные полосковые линии и волноводы получили широкое применение в ВЧ- и СВЧ-интегральных микросхемах и печатных платах, так как они имеют существенное преимущество в сравнении с другими типами полосковых линий в схемотехнической реализации устройств, а именно: отсутствие отверстий для соединительных связей элементов с заземляющей плоскостью, легкую интеграцию с твердотельными устройствами, легкость в реализации компактных сбалансированных схем и уменьшение взаимного влияния сигналов между линиями. Однако при проектировании микроволновых устройств полоскового типа возникает проблема оценки волнового сопротивления и сопровождающих его характеристик, поскольку эти оценки сложны и выполняются методами конформного преобразования.

В статье дается систематизированный анализ волновых сопротивлений полосковых линий различных типов: однослойного и многослойного копланарного волновода без металлизированной подложки (рис. 2, 5), однослойного и многослойного копланарного волновода с металлизированной подложкой (рис. 3, 6), однослойной и многослойной копланарной полосковой линии (рис. 4, 7).

Особенность полосковых линий всех типов заключается в том, что электромагнитное поле распространяющихся вдоль щелей волн находится в неоднородной среде: верхнее подпространство – воздух и нижнее – диэлектрик. Сложность расчетов определяется не только полем в диэлектрике и воздухе, но и ярко выраженными краевыми эффектами. Например, в симметричной полосковой линии поле находится только в диэлектрике, однако оценка характеристик также требует эллиптических функций. Эти факты приводят к большим сложностям при расчете основных характеристик линии передачи, особенно при синтезе характеристик. Неоднородность среды распространения искажает основной тип волны (поперечная Т-волна), превращая её в квази Т-волну и возбуждая волны высшего типа.

2. Эллиптические интегралы в анализе полосковых линий

Расчет основных характеристик полосковых линий проводится методами конформных отображений, которые приводят к использованию эллиптических интегралов. Как известно [1], эллиптические интегралы не выражаются в элементарных функциях. Среди канонических преобразований эллиптического интеграла к формам Лежандра полный эллиптический интеграл первого рода применим к анализу полосковых линий [2–8]. Этот интеграл имеет вид:

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2 \cdot \sin^2 \varphi}}. \quad (1)$$

Число k в этом интеграле называется модулем интеграла. Его значение определяется типом полосковой линии и её линейными размерами в поперечном сечении.

Связанная с (1) дополнительная функция $K'(k)$ определяется соотношением:

$$K'(k) = K(k'), \quad (2)$$

где $k' = \sqrt{1-k^2}$.

Введение функции $K'(k)$ обусловлено тем обстоятельством, что в расчетах характеристик полосковых линий и устройств наиболее часто используется соотношение $K(k)/K'(k)$.

Соотношение эллиптических функций $K(k)/K'(k)$ может быть записано с использованием трех вариантов расчета, каждый из которых используется в зависимости от требуемой точности вычисления, см. (3)–(8).

1. Для $1 \leq K(k)/K'(k) \leq \infty$ и $0.5 \leq k^2 \leq 1$:

$$\frac{K(k)}{K'(k)} = \frac{2}{\pi} \cdot \ln \left(2 \cdot \sqrt{\frac{1+k}{1-k}} \right) = F_1(k); \quad (3)$$

для $0 \leq K(k)/K'(k) \leq 1$ и $0 \leq k^2 \leq 0.5$:

$$\frac{K(k)}{K'(k)} = \frac{1}{F_1(k')}. \quad (4)$$

Точность этой формулы не ниже, чем 0.003 [2].

2. Для $1 \leq K(k)/K'(k) \leq \infty$ и $0.5 \leq k^2 \leq 1$:

$$\frac{K(k)}{K'(k)} = \frac{1}{\pi} \cdot \ln \left(2 \cdot \frac{1+\sqrt{k}}{1-\sqrt{k}} \right) = F_2(k); \quad (5)$$

для $0 \leq K(k)/K'(k) \leq 1$ и $0 \leq k^2 \leq 0.5$:

$$\frac{K(k)}{K'(k)} = \frac{1}{F_2(k')}. \quad (6)$$

Точность этой формулы не ниже, чем $3 \cdot 10^{-6}$ [2].

3. Для $1 \leq K(k)/K'(k) \leq \infty$ и $0.5 \leq k^2 \leq 1$:

$$\frac{K(k)}{K'(k)} = \frac{1}{2\pi} \cdot \ln \left(2 \cdot \frac{\sqrt{1+k} + \sqrt[4]{4k}}{\sqrt{1+k} - \sqrt[4]{4k}} \right) = F_3(k); \quad (7)$$

для $0 \leq K(k)/K'(k) \leq 1$ и $0 \leq k^2 \leq 0.5$:

$$\frac{K(k)}{K'(k)} = \frac{1}{F_3(k')}. \quad (8)$$

Точность этой формулы не ниже, чем $4 \cdot 10^{-12}$ [2].

Построив зависимость отношения $K(k)/K'(k)$ от модуля интеграла k для трех вариантов расчета, получим функцию, изображенную на рис. 1. Отличия значений на графике не заметны, потому что формулы имеют высокую точность.

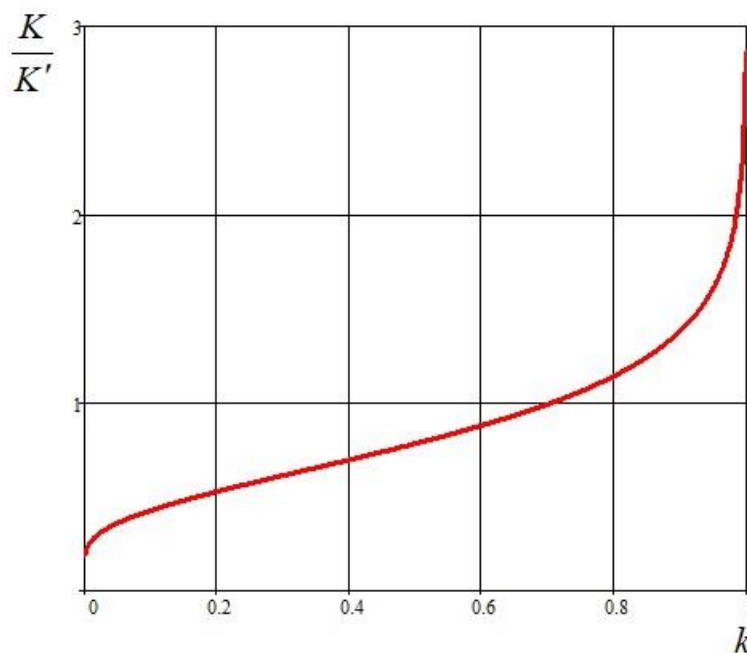


Рис. 1. Зависимость отношения полных эллиптических интегралов $K(k)/K'(k)$ от модуля интеграла k

3. Анализ однослойных полосковых линий

Проанализируем подробнее каждый тип однослойных полосковых линий копланарного вида, обозначенных в статье.

На рис. 2 изображено поперечное сечение однослойного копланарного волновода без металлизированной подложки.

Используя методы конформных отображений [1], были получены выражения для эффективной диэлектрической проницаемости (9) и волнового сопротивления (10) копланарных линий передачи с нулевой толщиной полоски и толщиной h диэлектрической подложки. Для копланарного волновода без металлизированной подложки эти выражения имеют вид [4, 5]:

$$\varepsilon_{эф} = 1 + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \cdot \frac{K(k')}{K(k)} \cdot \frac{K(k_1)}{K(k_1')}, \quad (9)$$

$$Z_{\epsilon} = \frac{30\pi}{\sqrt{\epsilon_{\text{эф}}}} \cdot \frac{K(k')}{K(k)}, \quad (10)$$

где

$$k = \frac{a}{b},$$

$$k' = \sqrt{1 - k^2},$$

$$k_1 = \frac{\sinh(\pi a/2h)}{\sinh(\pi b/2h)},$$

$$k'_1 = \sqrt{1 - k_1^2}.$$

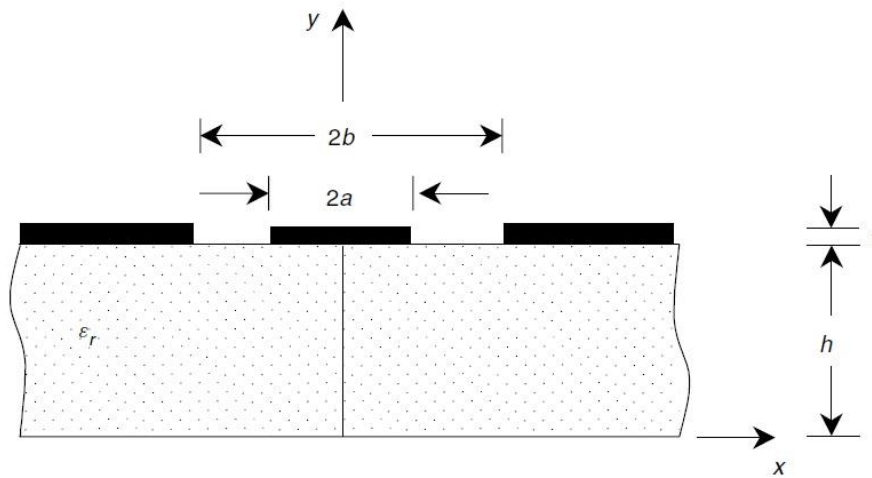


Рис. 2. Поперечное сечение копланарного волновода без металлизированной подложки

На рис. 3 изображено поперечное сечение однослойного копланарного волновода с металлизированной подложкой.

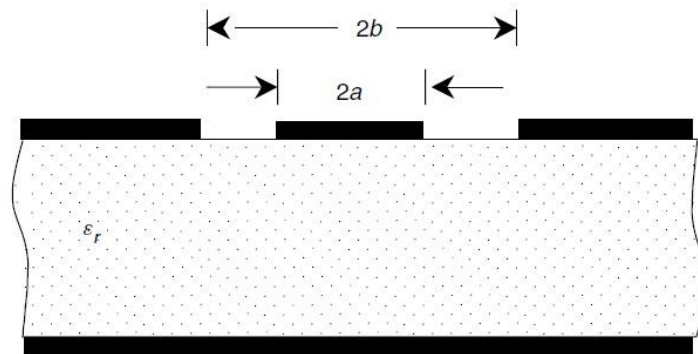


Рис. 3. Поперечное сечение копланарного волновода с металлизированной подложкой

Для однослойных копланарных волноводов с металлизированной подложкой эффективная диэлектрическая проницаемость (11) и волновое сопротивление (12) имеют вид [4, 5]:

$$\varepsilon_{\text{эф}} = \frac{1 + \varepsilon_r \cdot \frac{K(k')}{K(k)} \cdot \frac{K(k_1)}{K(k'_1)}}{1 + \frac{K(k')}{K(k)} \cdot \frac{K(k_1)}{K(k'_1)}}, \quad (11)$$

$$Z_{\text{с}} = \frac{60\pi}{\sqrt{\varepsilon_{\text{эф}}}} \cdot \frac{1}{\frac{K(k')}{K(k)} + \frac{K(k_1)}{K(k'_1)}}, \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} k &= \frac{a}{b}, \\ k' &= \sqrt{1 - k^2}, \\ k_1 &= \frac{\tanh(\pi a/2h)}{\tanh(\pi b/2h)}, \\ k'_1 &= \sqrt{1 - k_1^2}. \end{aligned}$$

Если учитывать толщину t центральной полоски и металлизированную подложку, то ширина полоски увеличится, а толщина зазоров уменьшится. С учетом этого эффективная диэлектрическая проницаемость (13) и волновое сопротивление (14) могут быть найдены по формулам [4]:

$$\varepsilon_{\text{эф}}(t) = \varepsilon_{\text{эф}} - \frac{0,7 \cdot (\varepsilon_{\text{эф}} - 1) \cdot \frac{t}{b-a}}{\frac{K(k)}{K(k')} + 0,7 \cdot \frac{t}{b-a}}, \quad (13)$$

$$Z_{\text{с}}(t) = \frac{60\pi}{\sqrt{\varepsilon_{\text{эф}}(t)}} \cdot \frac{K(k'_e)}{K(k_e)}, \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} k_e &= \frac{S_e}{S_e + 2W_e}, \\ k'_e &= \sqrt{1 - k_e^2}, \\ S_e &= 2a + \Delta, \\ W_e &= b - a - \Delta, \\ \Delta &= \frac{1,25t}{\pi} \cdot \left[1 + \ln\left(\frac{8\pi a}{t}\right) \right]. \end{aligned}$$

Теперь рассмотрим однослойную копланарную полосковую линию, изображенную на рис. 4. Она имеет две параллельные полоски на одной стороне диэлектрической подложки. Такая структура применяется в ВЧ- и СВЧ-интегральных микросхемах, особенно из-за сбалансированных связей. Структура копланарных полосковых линий позволяет с легкостью соединять последовательно твердотельные устройства, а также использовать их в качестве шунта. Эффективная диэлектрическая проницаемость (15) и волновое сопротивление (16)

копланарной полосковой линии для нулевой толщины полоски [4] получаются на основе метода конформных отображений [1]:

$$\varepsilon_{\text{эф}} = 1 + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \cdot \frac{K(k')}{K(k)} \cdot \frac{K(k_1)}{K(k_1')}, \quad (15)$$

$$Z_0 = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_{\text{эф}}}} \cdot \frac{K(k)}{K(k')}, \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} k &= \frac{a}{b}, \\ k' &= \sqrt{1 - k^2}, \\ k_1 &= \frac{\sinh(\pi a / 2h)}{\sinh(\pi b / 2h)}, \\ k_1' &= \sqrt{1 - k_1^2}. \end{aligned}$$

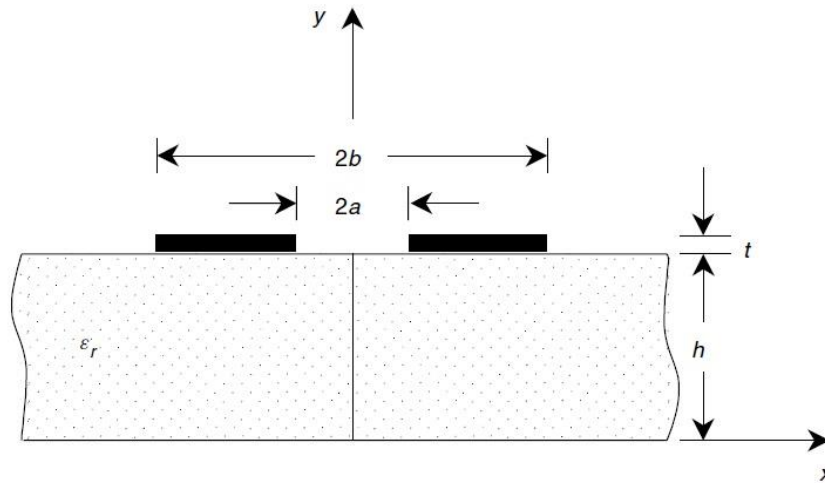


Рис. 4. Поперечное сечение копланарной полосковой линии

Если задать толщину полоски t , то эффективная диэлектрическая проницаемость (17) и волновое сопротивление (18) определяются по формулам [4]:

$$\varepsilon_{\text{эф}}(t) = \varepsilon_{\text{эф}} - \frac{0,7 \cdot (\varepsilon_{\text{эф}} - 1) \cdot \frac{t}{a}}{\frac{K(k')}{K(k)} + 0,7 \cdot \frac{t}{a}}, \quad (17)$$

$$Z_0(t) = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_{\text{эф}}(t)}} \cdot \frac{K(k_e)}{K(k_e')}, \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned}
k_e &= \frac{S_e}{S_e + 2W_e}, \\
k'_e &= \sqrt{1 - k_e^2}, \\
S_e &= S - \Delta, \\
W_e &= W + \Delta, \\
\Delta &= \frac{1,25t}{\pi} \cdot \left[1 + \ln \left(4\pi \frac{b-a}{t} \right) \right].
\end{aligned}$$

Для всех типов полосковых линий потери обусловлены потерями в проводнике и диэлектрике (диэлектрические потери обычно превышают потери в проводниках в сантиметровом и дециметровом диапазонах), которые оцениваются затуханием:

$$\alpha = \alpha_c + \alpha_d, \quad (19)$$

где α_c и α_d – затухание в проводнике и диэлектрике соответственно.

Затухание в проводнике (дБ/см) может быть определено следующим образом, как следует из [4].

Для $0 < W/h \leq 1/2\pi$:

$$\alpha_c = \frac{8.68R_s}{2\pi Z_0 h} \left[1 - \left(\frac{W_e}{4h} \right)^2 \right] \left[1 + \frac{h}{W_e} + \frac{h}{\pi W_e} \left(\ln \left(\frac{4\pi W}{t} \right) + \frac{t}{W} \right) \right]. \quad (20)$$

Для $1/2\pi < W/h \leq 2$:

$$\alpha_c = \frac{8.68R_s}{2\pi Z_0 h} \left[1 - \left(\frac{W_e}{4h} \right)^2 \right] \left[1 + \frac{h}{W_e} + \frac{h}{\pi W_e} \left(\ln \left(\frac{2h}{t} \right) - \frac{t}{h} \right) \right]. \quad (21)$$

Для $2 < W/h$:

$$\alpha_c = \frac{8.68R_s}{Z_0 h} \left[1 + \frac{h}{W_e} + \frac{h}{\pi W_e} \left(\ln \left(\frac{2h}{t} \right) - \frac{t}{h} \right) \right] \left(\frac{W_e}{h} + \frac{W_e/\pi h}{W_e/2h + 0.94} \right) \left[\frac{W_e}{h} + \frac{2}{\pi} \ln \left(\frac{W_e}{2h} + 0.94 \right) \right]^{-2}, \quad (22)$$

где $R_s = \sqrt{\omega\mu_0/2\sigma}$ – поверхностное сопротивление проводника с удельной проводимостью σ , W_e – эффективная ширина полосковой линии с учетом конечной толщины линии.

Затухание в диэлектрике (дБ/м) может быть найдено из [4] по формуле:

$$\alpha_d = \frac{27.3\varepsilon_r (\varepsilon_{эф} - 1) \tan \delta}{\sqrt{\varepsilon_{эф}} (\varepsilon_r - 1) \lambda_0}, \quad (23)$$

где $\tan \delta$ – тангенс потерь в диэлектрике, λ_0 – длина волны в свободном пространстве.

4. Анализ многослойных полосковых линий

Конформное отображение многослойной структуры копланарных линий основывается на методе параллельных частичных емкостей [7, 8], который используется при уменьшении диэлектрической проницаемости от слоя к слою (в нашем случае $\varepsilon_2 \geq \varepsilon_1 \geq 1$). При увеличении диэлектрической проницаемости может быть использован метод последовательных

частичных емкостей [7]. Метод параллельных частичных емкостей основан на расщеплении многослойной подложки на несколько однослойных подложек с модифицированными диэлектрическими проницаемостями. Емкость каждой однослойной подложки оценивается с использованием методов конформного отображения [1], а суммарная емкость представляет собой сумму параллельных емкостей.

Проанализируем подробнее каждый тип многослойных полосковых линий копланарного вида, обозначенных в статье.

На рис. 5 изображено поперечное сечение двухслойного копланарного волновода без металлизированной подложки.

Используя методы конформных отображений [1], были получены выражения для эффективной диэлектрической проницаемости (24) и волнового сопротивления (25) копланарных линий передачи с нулевой толщиной полоски и толщинами h_1 и h_2 диэлектрических подложек. Для двухслойного копланарного волновода без металлизированной подложки эти выражения имеют вид [7, 8]:

$$\varepsilon_{\text{эф}} = 1 + \frac{\varepsilon_1 - 1}{2} \cdot \frac{K(k')}{K(k)} \cdot \frac{K(k_1)}{K(k'_1)} + \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2} \cdot \frac{K(k')}{K(k)} \cdot \frac{K(k_2)}{K(k'_2)}, \quad (24)$$

$$Z_{\text{в}} = \frac{30\pi}{\sqrt{\varepsilon_{\text{эф}}}} \cdot \frac{K(k')}{K(k)}, \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} k &= \frac{a}{b}, \\ k' &= \sqrt{1 - k^2}, \\ k_i &= \frac{\sinh(\pi a / 2h_i)}{\sinh(\pi b / 2h_i)}, \\ k'_i &= \sqrt{1 - k_i^2}. \end{aligned}$$

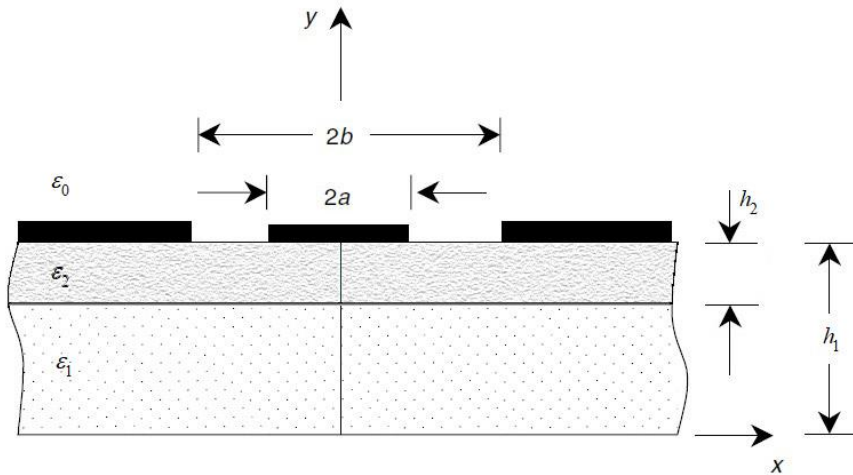


Рис. 5. Поперечное сечение двухслойного копланарного волновода без металлизированной подложки

На рис. 6 изображено поперечное сечение двухслойного копланарного волновода с металлизированной подложкой.

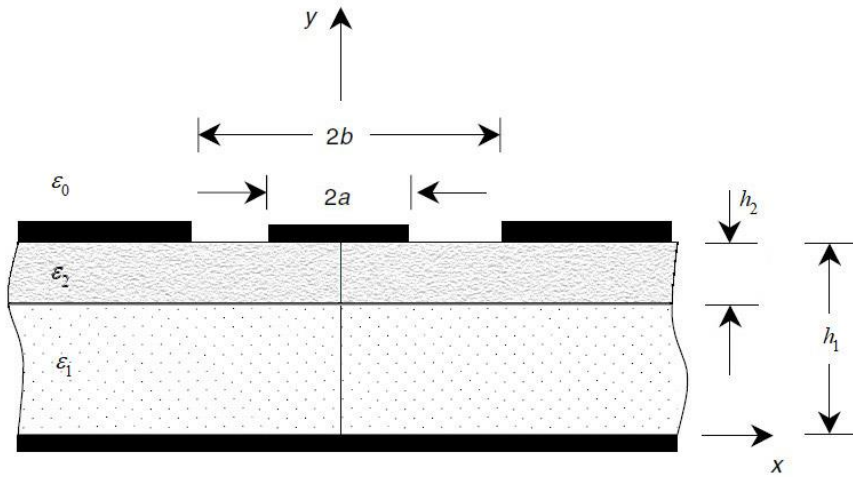


Рис. 6. Поперечное сечение двухслойного копланарного волновода с металлизированной подложкой

Для двухслойных копланарных волноводов с металлизированной подложкой эффективная диэлектрическая проницаемость (26) и волновое сопротивление (27) имеют вид [8]:

$$\varepsilon_{\text{эф}} = \frac{1 + \varepsilon_1 \cdot \frac{K(k')}{K(k)} \cdot \frac{K(k_1)}{K(k'_1)} + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \cdot \frac{K(k')}{K(k)} \cdot \frac{K(k_2)}{K(k'_2)}}{1 + \frac{K(k')}{K(k)} \cdot \frac{K(k_1)}{K(k'_1)}}, \quad (26)$$

$$Z_{\text{с}} = \frac{60\pi}{\sqrt{\varepsilon_{\text{эф}}}} \cdot \frac{1}{\frac{K(k')}{K(k)} + \frac{K(k_1)}{K(k'_1)}}, \quad (27)$$

где

$$\begin{aligned} k &= \frac{a}{b}, \\ k' &= \sqrt{1 - k^2}, \\ k_i &= \frac{\tanh(\pi a / 2h_i)}{\tanh(\pi b / 2h_i)}, \\ k'_i &= \sqrt{1 - k_i^2}. \end{aligned}$$

Теперь рассмотрим двухслойную копланарную полосковую линию, изображенную на рис. 7. Она имеет две параллельные полоски на одной стороне диэлектрической подложки. Эффективная диэлектрическая проницаемость (28) и волновое сопротивление (29) двухслойной копланарной полосковой линии для нулевой толщины полоски [7] получаются на основе метода конформных отображений [1]:

$$\varepsilon_{\text{эф}} = 1 + \frac{\varepsilon_1 - 1}{2} \cdot \frac{K(k')}{K(k)} \cdot \frac{K(k_1)}{K(k'_1)} + \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2} \cdot \frac{K(k')}{K(k)} \cdot \frac{K(k_2)}{K(k'_2)}, \quad (28)$$

$$Z_{\text{с}} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_{\text{эф}}}} \cdot \frac{K(k)}{K(k')}, \quad (29)$$

где

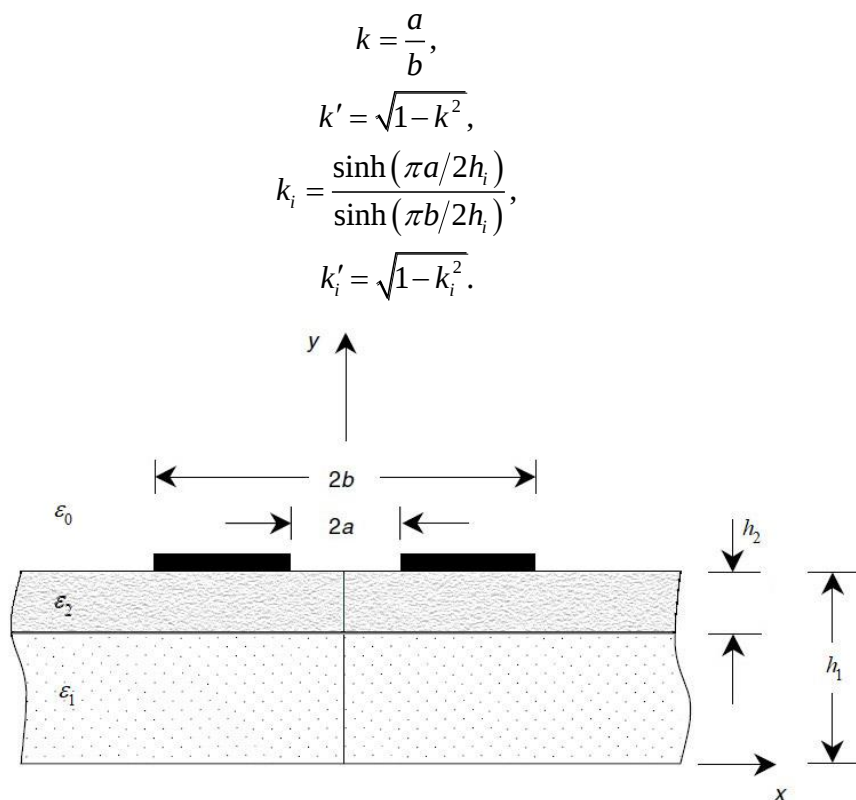


Рис. 7. Поперечное сечение двухслойной копланарной полосковой линии

Рассмотрение трех- и более слойных структур копланарных линий происходит аналогичным образом – с помощью метода параллельных частичных емкостей.

5. Заключение

Анализ копланарных линий основан на методах конформных отображений и частичных емкостей. В результате проведенного анализа были определены эффективная диэлектрическая проницаемость и волновое сопротивление для каждого типа копланарной линии, для некоторых линий – с учетом толщины полоски проводника. Рассмотрены однослойные и многослойные структуры копланарных линий.

Литература

1. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. Госиздат. Физико-матем. литературы, 1958. 680 с.
2. Ганстон М. А. Р. Справочник по волновым сопротивлениям фидерных линий СВЧ. М.: Связь, 1976. 152 с.
3. Гупта К., Гардж Р., Чадха Р. Машинное проектирование СВЧ устройств. М.: Радио и связь, 1987. 430 с.
4. Nguyen C. Analysis Methods for RF, Microwave and Millimeter-Wave Planar Transmission Line Structures. John Wiley & Sons, 2001. 240 p.
5. Ramesh Garg. Analytical and Computational Methods in Electromagnetics. Artech House, 2008. 528 p.

6. *Nataraj B., Porkumaran K.* Conformal Mapping Analysis of Various Coplanar Waveguide Structures // *ICTACT Journal on Communication Technology*. 2012. V. 3, № 2. P. 532–535.
7. *Chen T.-K., Huff G. H.* Analytical Investigation of Periodic Coplanar Waveguides // *Progress In Electromagnetics Research M*. 2013. V. 30. P. 167–181.
8. *Carlsson E., Gevorgian S.* Conformal Mapping of the Field and Charge Distributions in Multilayered Substrate CPWs // *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 1999. V. 47, № 8. P. 1544–1552.

Статья поступила в редакцию 14.06.2017

Якушев Игорь Юрьевич

аспирант кафедры систем мобильной связи Сибирского государственного университета телекоммуникаций и информатики (630102, Новосибирск, ул. Кирова, 86),
e-mail: yakushevigor@mail.ru.

Single-layer and multilayer coplanar strips and waveguides analysis

I. Yakushev

In the paper, the six types of the coplanar transmission lines have been analyzed: single-layer and multilayer conventional coplanar waveguide, single-layer and multilayer conductor-backed coplanar waveguide, single-layer and multilayer coplanar strip. Strips analysis has been based on conformal-mapping and partial capacitance techniques. Formulas of the effective dielectric constant and characteristic impedance for each coplanar transmission lines have been given.

Keywords: characteristic impedance, coplanar waveguide, coplanar strip, conformal-mapping technique, elliptic integral, effective dielectric constant, partial capacitance technique.