

Модификация алгоритма оценки отношения сигнал/шум

О. Г. Мелентьев, И. Е. Шевнина

Предлагается модернизация высокоскоростного алгоритма оценки отношения сигнал/шум (SNR) по комплексным отсчетам принятого сигнала для использования его при оценках по действительным отсчетам. При этом погрешность определения отношения первого и второго моментов распределения принятых отсчетов, возникающая при замене комплексных величин действительными, аппроксимируется полиномом третьей степени.

Ключевые слова: оценка отношения сигнал/шум, SNR, моменты распределения случайной величины.

1. Введение

Оценка параметров шума необходима для эффективной работы многих алгоритмов мягкого декодирования, управления мощностью и выделения ресурсов, реализуемых в телекоммуникационных системах.

Оценкам дисперсии белого гауссовского шума посвящено много работ [1–5]. Основными задачами исследований являются повышение точности оценок при малых значениях SNR, сокращение времени оценки и модификация алгоритмов под возможности элементной базы при аппаратной реализации.

В работе [1] предложен итерационный алгоритм оценки параметров аддитивного белого гауссовского шума, повышающий точность оценок с увеличением числа итераций. В работе [2] предложено решение, снижающее сложность аппаратной реализации за счет аппроксимации нелинейной обратной функции оценки SNR кубическими полиномами. Предложенное в [2] решение ориентировано на представление шума комплексными отсчетами. При использовании данного алгоритма для анализа шума, представленного действительными отсчетами, возникают значительные погрешности. В данной работе предлагается модификация алгоритма, предложенного в [2], позволяющая скомпенсировать указанные погрешности.

2. Модификация алгоритма

Пусть на входе алгоритма имеется массив модулей комплексных отсчетов смеси сигнала и шума u . Анализ строится на основе отношения первого и второго моментов случайного распределения значений отсчетов

$$\lambda_{1,2} = \frac{M_1^2}{M_2} = \frac{\left(\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} u_n \right)^2}{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} u_n}. \quad (1)$$

Для *MPSK*-модуляций в [2] приводится аналитическое выражение, связывающее отношение первого и второго моментов с *SNR*

$$\lambda_{1,2} = f_{1,2}(\rho) = \frac{\pi \cdot e^{-\rho}}{4 \cdot (1 - \rho)} \left((1 + \rho) I_0\left(\frac{\rho}{2}\right) + \rho \cdot I_1\left(\frac{\rho}{2}\right) \right)^2, \quad (2)$$

где $\rho = \frac{S}{N_0} = \frac{A^2}{2\sigma^2}$ – отношение сигнал/шум, $I_m(x)$ – функции Бесселя первого рода порядка m .

В данном случае оценка отношения моментов определяется из входной выборки, поэтому для определения ρ необходимо получить обратную выражению (2) функцию: $\rho = f_{1,2}^{-1}(\lambda_{1,2})$. Аналитически обратная функция довольно сложна и требует значительных вычислительных ресурсов при аппаратной реализации.

В работе [2] обратная функция аппроксимирована пятью кубическими полиномами вида $\rho_{dB} = (a_s \lambda_{dB}^3 + b_s \lambda_{dB}^2 + c_s \lambda_{dB} + d_s) / 2^3$. Следует обратить внимание, что значения отношения моментов и отношение сигнал/шум выражены в децибелах.

Каждый полином используется в своем диапазоне значений λ_{dB} :

$$s = \begin{cases} 1 & \lambda_{dB} \leq -1.0120 \\ 2 & -1.0120 < \lambda_{dB} \leq -0.8531 \\ 3 & -0.8531 < \lambda_{dB} \leq -0.1966 \\ 4 & -0.1966 < \lambda_{dB} \leq -0.0665 \\ 5 & -0.0665 < \lambda_{dB} \leq -0.0215 \end{cases}$$

Коэффициенты полиномов, соответствующих диапазонам значений *SNR*, приведены в табл. 1.

Таблица 1. Коэффициенты полиномов

s	a_s	b_s	c_s	d_s	Диапазон <i>SNR</i>
1	1440135	4409935	4501934	1532113	$-10 < \rho \leq -5$
2	4779	12488	3295	3295	$-5 < \rho \leq 0$
3	190	324	152	125	$0 < \rho \leq -10$
4	9714	4787	170	170	$10 < \rho \leq 15$
5	272967	44429	209	209	$15 < \rho \leq 20$

Имея значение сигнал/шум в децибелах, дисперсия шума определяется выражением

$$\sigma^2 = \frac{1}{2 \cdot 10^{0.1 \cdot \rho_{dB}}}.$$

Рассмотрим применение данного алгоритма для анализа действительных отсчетов смеси сигнала и аддитивного шума. В общем виде каждый действительный отсчет может быть представлен выражением

$$V_k = \mu B_k + \zeta_k, \quad (k = 1, 2, \dots, n),$$

где B_k – передаваемый двоичный элемент, равный ± 1 с вероятностью 0.5;

ζ_k – отсчет нормального случайного процесса с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2 ;

μ – коэффициент передачи отсчетов.

При использовании рассмотренного подхода для анализа выборки действительных отсчетов смеси сигнала и аддитивного шума отношения моментов распределения существенно занижаются (рис. 1).

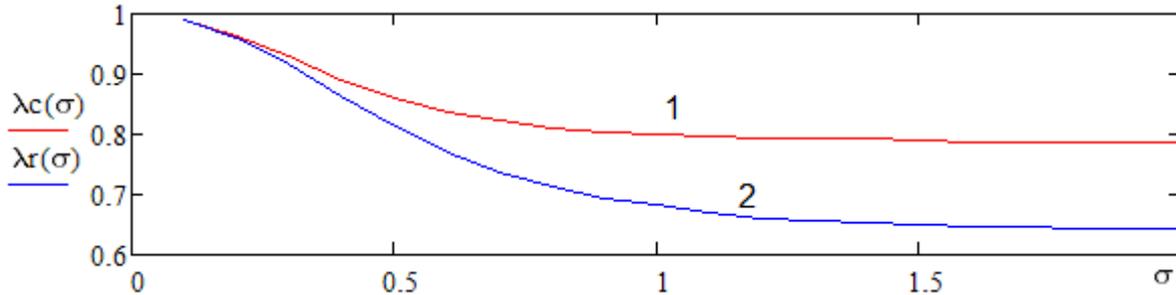


Рис. 1. Зависимости отношения первого и второго моментов распределения при анализе модулей комплексных (1) и действительных (2) отсчетов

Назовем отношение отношений моментов для комплексных и действительных отсчетов, сгенерированных при одинаковых значениях среднеквадратического отклонения, погрешностью $\Delta = \frac{\lambda_{1,2}^{complex}}{\lambda_{1,2}^{real}}$.

Зависимость погрешности Δ от среднеквадратического отклонения шума приведена на рис. 2.

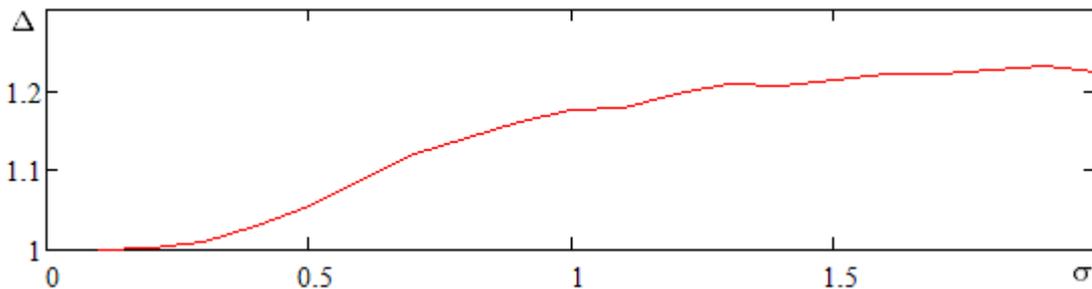


Рис. 2. Зависимость погрешности от среднеквадратического отклонения, при котором генерировались комплексные и действительные отсчеты шума

Очевидно, что умножение полученной оценки отношений моментов при анализе действительных отсчетов $\lambda_{1,2}^{real}$ на значение погрешности при заданном σ даст соответствующее значение $\lambda_{1,2}^{complex}$. Однако значение σ является целью оценки и на данном этапе неизвестно. Учитывая однозначность связи σ и $\lambda_{1,2}^{real}$, можно получить зависимость погрешности Δ от значения $\lambda_{1,2}^{real}$ по результатам имитационного моделирования. На следующем этапе необходимо аппроксимировать погрешность полиномом.

Погрешности, полученные с помощью имитационного моделирования в диапазоне $\sigma \in [0.1, 0.2, \dots, 2]$ при объеме выборки входных отсчетов, равном 50 000, и результат аппроксимации погрешностей полиномом третьей степени, приведены на рис. 3. Аппроксимирующий полином имеет вид:

$$g(\lambda_{1,2}) = -1.32 \cdot \lambda_{1,2}^3 + 5.28 \cdot \lambda_{1,2}^2 - 6.6 \cdot \lambda_{1,2} + 3.64. \quad (3)$$

Таким образом, при анализе действительных отсчетов значение отношения моментов, полученное по выражению (1), следует скорректировать умножением на полином (3).

$$\lambda_{1,2}^{kop} = \lambda_{1,2} \left(-1.32 \cdot \lambda_{1,2}^3 + 5.28 \cdot \lambda_{1,2}^2 - 6.6 \cdot \lambda_{1,2} + 3.64 \right). \quad (4)$$

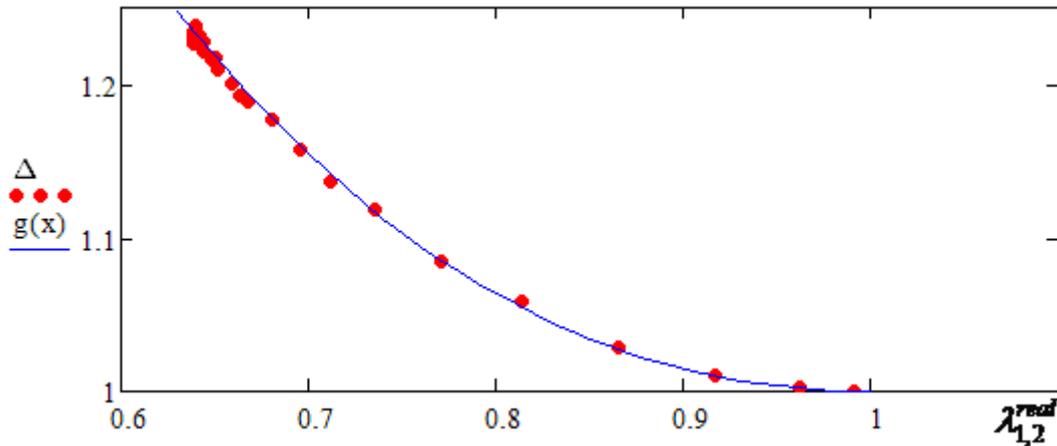


Рис. 3. Аппроксимация погрешностей полиномом третьей степени

3. Результаты моделирования

Для оценки качества проведенной аппроксимации сравним оценки SNR , полученные прямым вычислением дисперсии, с помощью алгоритма, рассмотренного в [1], при 20 итерациях и способом, рассмотренным выше.

Параметры моделирования скопированы из [1]: длина вектора отсчетов $N = 80$; количество векторов — 200 для каждого значения σ ; $\sigma \in [0.1, 0.2, \dots, 10]$; коэффициент передачи отсчетов $\mu = 1$.

Прямая оценка дисперсии проводилась по выражению:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (|u_k| - \mu_0)^2, \quad (5)$$

где $\mu_0 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |u_k|$ — среднее значение модулей отсчетов.

Результаты моделирования приведены на рис. 4.

Как видим, предложенный способ не уступает итерационному алгоритму в точности и при этом выигрывает во времени расчетов в 20 раз.

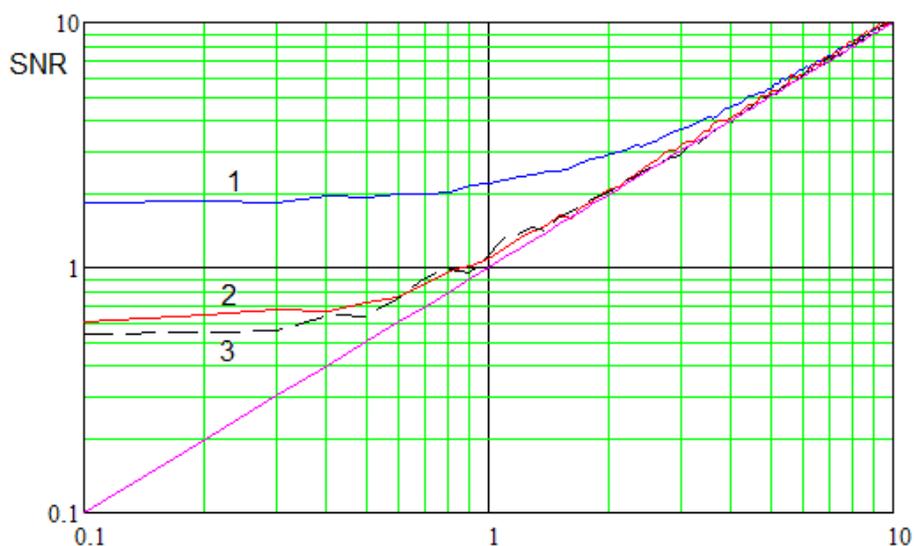


Рис. 4. Зависимости оценок отношения сигнал/шум:
1 – прямая оценка; 2 – оценка алгоритмом [1] при 20 итерациях; 3 – оценка алгоритмом [2] с предложенной коррекцией

Литература

1. *Christoph F. Mecklenbräuker, Steffen Paul.* On estimating the signal to noise ratio from BPSK signals // IEEE Xplore Conference: Acoustics, Speech, and Signal Processing. 2005. V. 4.
2. *Chao Gong, Bangning Zhang, Aijun Liu, Daoxing Gu.* A Highly Accurate and Low Bias SNR Estimator: Algorithm and Implementation // Radioengineering. 2011. V. 20, № 4.
3. *Beaulieu N., Toms A., Pauluzzi D.* Comparison of four SNR estimators for QPSK modulation // IEEE Communication Letters. 2000. V. 4. P. 43–45.
4. *Xu H., Zheng H.* The simple SNR estimator for MPSK signals // In Proc. IEE ICSP. 2004. V. 2. P. 1781–1785.
5. *Ren G., Chang Y., Zhang H.* A new SNR's estimator for QPSK modulations in an AWGN channel // IEEE Trans. on Circuits and Systems II: Express Briefs. 2005. V. 52, № 6. P. 336338.

Статья поступила в редакцию 19.03.2018.

Мелентьев Олег Геннадьевич

д.т.н., профессор, профессор кафедры передачи дискретных сообщений и метрологии СибГУТИ (630102, Новосибирск, ул. Кирова, 86), e-mail: melog.aes@gmail.com.

Шевнина Ирина Евгеньевна

к.т.н., доцент кафедры ПДСиМ СибГУТИ, e-mail: pdsm@yandex.ru.

Modification of the signal-to-noise ratio estimation algorithm

O. Melentyev, I. Shevnina

Modernization of a high-speed SNR algorithm according to complex counts of the received signal using it while estimating according to actual counts is considered. In this case the error in determining the ratio of the first and the second moments of the received counting distribution occurring when complex quantities are replaced by real ones is approximated by a polynomial of the third degree.

Keywords: signal-to-noise ratio estimation, SNR, moments of random variable distribution.