

Синтез весовых распределений для частного случая задачи спектрального оценивания

И. В. Колбаско, О. В. Король

Приведена аналитическая формализация задачи синтеза весовых распределений и её решение, направленное на повышение качества спектрального оценивания параметров целевого сигнала на фоне коррелированных с ним помех, локализованных в частотной области.

Ключевые слова: весовое распределение, спектральное оценивание, корреляционно-фильтровая обработка.

1. Введение

В радиолокационных системах корреляционно-фильтрового типа решается задача спектрального оценивания, заключающаяся в обнаружении гармонического (полигармонического) сигнала на фоне коррелированных помеховых сигналов, значительно преобладающих по мощности, но отличных по частоте. Весовая оконная обработка эхо-сигналов, предшествующая быстрому преобразованию Фурье (БПФ), является причиной энергетических потерь, достигающих 2–3 дБ, и расширения спектра гармоник, приводящего к снижению разрешающей способности по частоте.

Особенностью задачи спектрального оценивания, решаемой в импульсно-доплеровских РЛС, является локализация сигналов пассивных помех в полосе ΔF . Как правило, ΔF не превышает величины нескольких (3..5) значений ширины главного лепестка спектра.

Учёт фактора локализации мешающих сигналов позволил предложить возможность использования весовых распределений, обеспечивающих подавление боковых лепестков мешающих сигналов в локальной области, в которой априори установлено наличие целевого сигнала либо решается задача его обнаружения. Качественное изображение энергетического спектра сигнала, взвешенного таким распределением, приведено на рис. 1а.

Границы локальной области сниженного уровня боковых лепестков обозначены a и b соответственно. На рис. 1б показан эффект сужения области сниженного уровня боковых лепестков при локализации мешающих сигналов в области ΔF . Как видно из рисунка, область сниженного уровня боковых лепестков сужается на величину ΔF , что необходимо учитывать при выборе значений a и b .

Задача синтеза весового распределения, обеспечивающего низкий уровень боковых лепестков в заданной области спектра, может быть решена выбором модулирующей функции, комплексный спектр которой в заданной области максимально приближен к комплексному спектру взвешиваемого сигнала в той же области по абсолютному значению и противоположен по фазе. Существует бесконечное множество сигналов, удовлетворяющих данному условию [1]. Для сужения множества сигналов использованы следующие критерии:

- весовое распределение должно приводить к минимальному расширению главного лепестка спектра;
- весовое распределение должно обеспечивать меньшие энергетические потери при аналогичной глубине формируемого провала по сравнению с весовым распределением, выбранным в качестве прототипа.

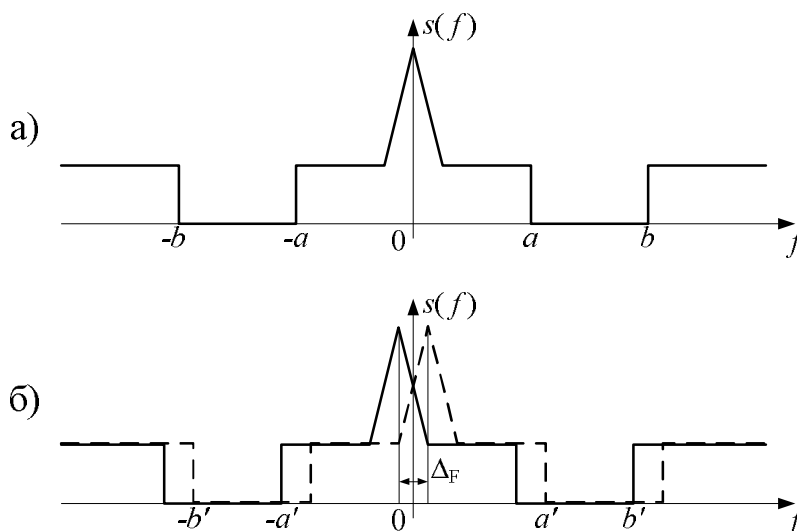


Рис. 1. Качественное изображение энергетического спектра монохроматического сигнала (а) и нескольких, близких по частоте монохроматических сигналов (б)

Задаче синтеза весовых распределений, оптимальных по различным критериям, посвящён ряд работ [2, 3]. Анализ известных весовых распределений показывает прямую зависимость между глубиной подавления боковых лепестков спектра и снижением отношения сигнал/шум. В качестве прототипа выбрано весовое распределение Дольфа–Чебышёва, являющееся оптимальным по критерию минимального расширения спектра при заданном уровне боковых лепестков [1].

Цель исследования – разработка методики синтеза амплитудных весовых распределений, обеспечивающих снижение энергетических потерь анализируемого сигнала с известным частотным сдвигом при локализации коррелированных помеховых сигналов в заданной области спектра.

2. Методика

Взвешивание сигнала является его амплитудной модуляцией, свойство которой обуславливает симметричное изменение спектра каждой из гармонических составляющих сигнала относительно его несущей частоты [4].

Колебание, модулированное по амплитуде гармоническим сигналом с частотой ω_m и начальной фазой φ_m , можно разложить на три компоненты:

$$F(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0) + \frac{uA_0}{2} \cos[(\omega_0 + \omega_m)t + (\phi_0 + \phi_m)] + \frac{uA_0}{2} \cos[(\omega_0 - \omega_m)t + (\phi_0 - \phi_m)],$$

где A_0 – амплитуда модулируемого сигнала;

ω_0 – несущая частота модулируемого колебания;

ϕ_0 – начальная фаза модулируемого колебания;

u – коэффициент модуляции.

Приняв $A_0 = 1$, $\omega_0 = 0$, $\phi_0 = 0$ и $\varphi_m = 0$, получим:

$$F(t) = 1 + \frac{u}{2} \cos(\omega_m t) + \frac{u}{2} \cos(-\omega_m t). \quad (1)$$

Применив к правой части (1) преобразование Фурье, получим:

$$S(\omega) = \text{sinc}(\omega) + \frac{u}{2}(\text{sinc}(\omega + \omega_m) + \text{sinc}(\omega - \omega_m)), \quad (2)$$

$$\text{где } \text{sinc}(\omega) = \begin{cases} \frac{\sin(\omega\pi)}{\omega\pi}, & \text{при } \omega \neq 0, \\ 1, & \text{при } \omega = 0. \end{cases}$$

Энергетический спектр, полученный алгоритмом быстрого преобразования Фурье от комплексной экспоненты, аппроксимируется функцией sinc с ошибкой, вызванной эффектом многократного наложения частотных составляющих бесконечного спектра. Для учёта эффекта наложения введём функцию, описывающую результат БПФ от комплексной экспоненты:

$$\text{sink}(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (\text{sinc}(\omega + nL + \omega_0) + \text{sinc}(\omega - nL + \omega_0)),$$

где L – длительность сигнала в дискретных отсчётах.

Условие формирования нуля (точечного провала) в энергетическом спектре сигнала, представленного конечным числом дискретных отсчётов, на частоте ω_m :

$$\frac{u}{2}(\text{sink}(\omega + \omega_m) + \text{sink}(\omega - \omega_m)) = -\text{sink}(\omega_m), \quad (3)$$

В (3) коэффициент модуляции u является весовым множителем, правильный выбор которого определяет условие равенства левой и правой частей выражения и, как следствие, обеспечивает формирование нуля энергетического спектра на заданной частоте.

Условие формирования секторного провала в области спектра $x = [a, b]$ можно формализовать в виде равенства суммы сигналов $\text{sink}(\omega + \omega_m) + \text{sink}(\omega - \omega_m)$ из левой части (3) с бесконечно малым шагом по частоте на заданном интервале и функции $-\text{sink}$ на том же интервале. Такое равенство выполнимо при определённых значениях весовых коэффициентов суммируемых сигналов в левой его части. При бесконечно малом шаге по частоте искомые весовые коэффициенты могут быть описаны непрерывной функцией $u(\omega)$ (модулирующей функцией). Таким образом, задача сведена к линейному интегральному уравнению с постоянными пределами интегрирования:

$$\int_a^b u(y)(\text{sink}(x - y) + \text{sink}(x + y))dy = -2\text{sink}(x), \quad a \leq x \leq b, \quad (4)$$

где y – переменная интегрирования, определяющая смещение ядра интегрального уравнения на интервале $[a, b]$;

x – переменная, принимающая аналогичное y значение на том же интервале;

a, b – нижняя и верхняя границы формируемой области сниженного уровня боковых лепестков, в радианах.

Искомая функция весового распределения:

$$w(t) = 1 + \int_a^b u(y)\cos(yt)dy, \quad -\frac{1}{2} \leq t \leq \frac{1}{2}. \quad (5)$$

Решение (4) получено двумя численными методами: методом последовательных приближений [5] и методом перехода от интеграла к конечной сумме, записью суммы системой линейных уравнений и дальнейшим её решением классическим методом линейной алгебры. Второй метод оказался более предпочтительным по критерию глубины формируемого провала и рассмотрен далее.

В матричной форме система линейных уравнений, полученных из (4), имеет вид:

$$\mathbf{R}\mathbf{u} = \mathbf{b}, \quad (6)$$

где значения элементов матрицы $\mathbf{R}$ с координатами n и m рассчитываются по формуле

$$r_{nm} = \text{sinc}(x_n - y_m) + \text{sinc}(x_n + y_m),$$

где $x_n = a + (n-1)\Delta$, $n = \overline{1, N}$,

$$y_k = x_k, k = \overline{1, N},$$

$$N = \frac{b-a}{\Delta},$$

Δ – шаг дискретизации.

Вектор-столбец $\mathbf{b} = -2\text{sinc}(x_n)$.

Отсюда получаем, что искомая модулирующая функция равна

$$\mathbf{u} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{b}. \quad (7)$$

Заменив в (5) интеграл суммой, получим выражение для расчёта дискретного весового распределения:

$$w(t) = 1 + \sum_n u_n \cos(\omega t),$$

где n – индекс от 1 до N .

Размер шага дискретизации определяет размер матриц и напрямую связан со скоростью вычисления (7). Проведённый анализ показал, что достаточным является $\Delta = 0.05$ рад.

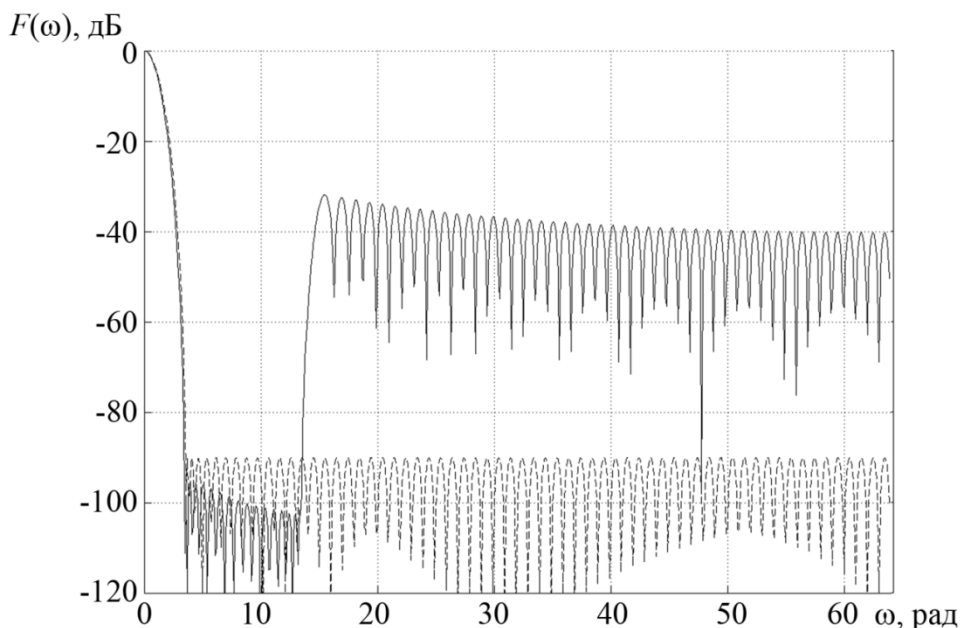


Рис. 2. Энергетические спектры весовых распределений Дольфа–Чебышёва (пунктир) и синтезированного распределения для $a = 3.5$, $b = 13.5$ (сплошная линия)

Примеры энергетических спектров весовых распределений, полученных для $a = 3.5$, $b = 13.5$ и $a = 30$, $b = 40$ при $\Delta = 0.05$, $L = 128$, приведены сплошной линией на рис. 2 и 3 соответственно. На тех же рисунках пунктиром приведены энергетические спектры весового распределения Дольфа–Чебышёва (-90 дБ). Приведённые спектры нормированы к собственным значениям на нулевой частоте.

На рис. 4 приведена оценка энергетических потерь в зависимости от местоположения формируемого провала и его ширины. Цифрами 1, 2 и 3 обозначены зависимости, соответствующие ширине провала 5, 10 и 15 радиан соответственно. Как видно из приведенных графиков, энергетические потери от весовой обработки приближаются к потерям, вносимым распределением Дольфа–Чебышёва (2.66 дБ при подавлении -90 дБ), и значительно снижа-

ются при удалении формируемого провала в область высоких частот. Аналогичной зависимости подчинена динамика расширения главного лепестка спектра.

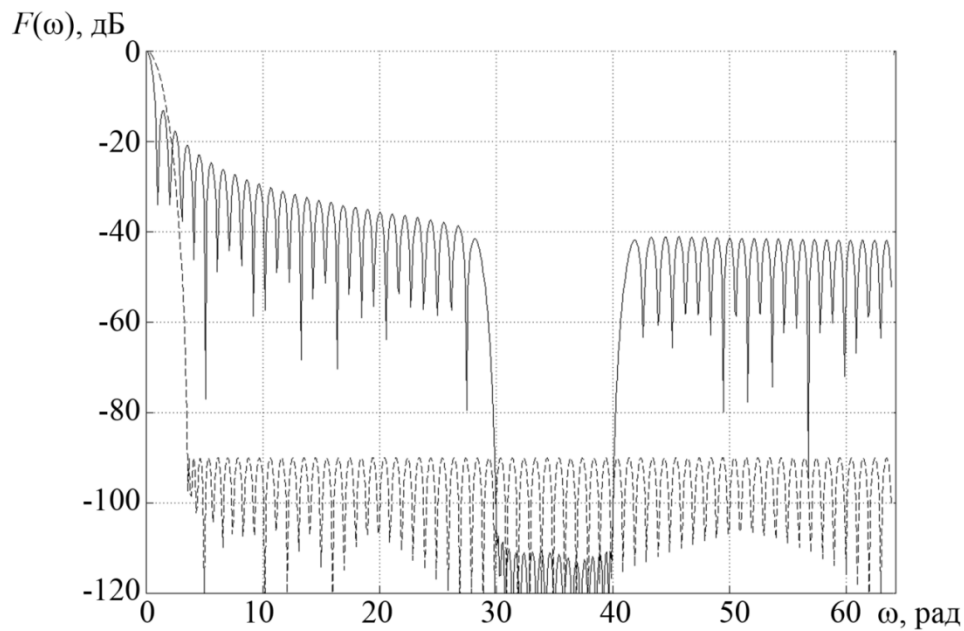


Рис. 3. Энергетические спектры весовых распределений Дольфа–Чебышёва (пунктир) и синтезированного распределения для $a = 30$, $b = 40$ (сплошная линия)

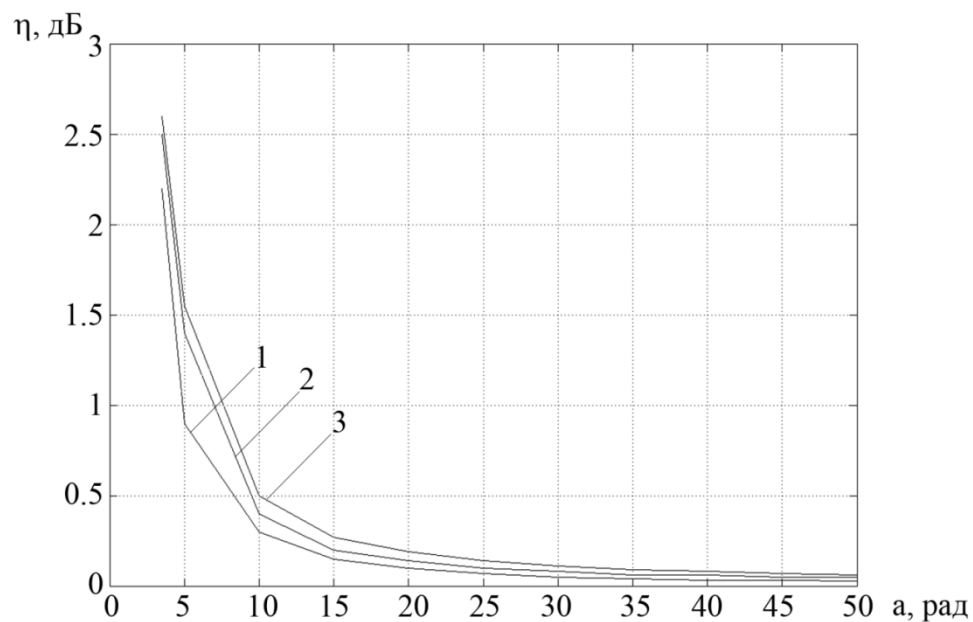


Рис. 4. Оценка энергетических потерь в зависимости от местоположения формируемого провала и его ширины

3. Заключение

Реализация системы обработки с использованием синтезированных весовых распределений требует адаптивного, с учётом частотного сдвига, целевого сигнала и ширины помеховой зоны, выбора весового распределения, что требует введения в обработку дополнитель-

ных процедур оценивания частотного сдвига целевого сигнала либо построения системы обработки с параллельными каналами для перекрытия всей анализируемой области спектра.

Использование синтезированных весовых распределений позволяет снизить энергетические потери от весовой обработки на величину до 2.6 дБ и повысить разрешающую способность по частоте до уровня, достижимого при равномерном весовом распределении, при сниженном уровне боковых лепестков в заданной области спектра.

Литература

1. Вакман Д. Е., Седлецкий Р. М. Вопросы синтеза радиолокационных сигналов. М.: Сов. радио, 1973. 312 с.
2. Картьяну Г. Частотная модуляция. Издательство академии Румынской народной республики, 1961. 378 с.
3. Зайцев Г. В. Цифровая обработка квазинепрерывных радиолокационных сигналов с использованием весовых функций малой степени // Цифровая обработка сигналов, 2013. № 4, С. 9–16.
4. Дворкович В. П., Дворкович А. В. Оконные функции для гармонического анализа сигналов. М.: Техносфера, 2014. 112 с.
5. Краснов М. Л., Киселёв А. И., Макаренко Г. И. Интегральные уравнения: Задачи и примеры с подробными решениями: Учебное пособие. Изд. 3-е, испр. М.: «Едиториал УРСС», 2003. 192 с.

Статья поступила в редакцию 11.05.2016

Колбаско Иван Васильевич

к.т.н., старший преподаватель кафедры ВА ВКО (170100, Тверь, ул. Жигарева, 50),
e-mail: 1x5@bk.ru.

Король Олег Владимирович

д.в.н., профессор кафедры ВА ВКО (170100, Тверь, ул. Жигарева, 50),
e-mail: korol950@mail.ru.

Synthesis of weight distribution for a particular case of spectral problem estimation

Ivan V. Kolbasko, Oleg V. Korol

Analytical formalization of synthesis problem of weight distribution and its solution aimed at improving the quality of spectral parameters estimation of the target signal on the background of correlated noise located in the frequency domain is provided in this paper.

Keywords: weight distribution, spectral estimation, correlative processing of filters.