

Гибкая технология оценки альтернатив в случае сложных критериев

А.С.Кузнецов

Рассматриваются особенности многокритериальной оценки альтернатив в зависимости от качества и доступности исходных данных. Приводится логически гибкая информационная технология, способствующая получению всесторонне взвешенной оценки решений в сложных условиях.

Ключевые слова: многокритериальная задача, свертка критериев, многоуровневая структура оценки, интерактивная информационная технология.

1. Введение

Любое серьёзное решение, связанное с организацией направленного действия, основывается на всесторонней, многокритериальной оценке альтернативных вариантов реализации действия. Адекватность оценок и, соответственно, правильность выбора – ключевой фактор реальной эффективности принимаемых решений. Условия, в которых оцениваются альтернативы, часто характеризуются свойствами: новизна ситуации и отсутствие статистических данных или моделей, отражающих влияние различных факторов на показатели операции; существование сложной сети связей между критериями, природными и организационными факторами; частичная неопределённость или неизмеримость некоторых характеристик действия [1]. В этих условиях выбор наилучшего варианта становится нетривиальным.

В общем случае решение многокритериальной задачи – множество Парето-оптимальных вариантов. Если требуется упорядочить альтернативы по предпочтительности или выбрать единственное решение, то многокритериальная постановка задачи оказывается не вполне определённой. Информация, необходимая для уточнения ситуации, может быть нечёткой и неоднородной по значимости. Соответственно, технология или процедура оценки формируется с учётом качества тех или иных данных и приобретает эвристический или субъективный характер. Возникает необходимость проверки правильности выбора. Всё это требует использования разных способов оценки решений и, в идеале, наличия программной среды, в которой предусматривалась бы такая возможность.

Существует большое число публикаций, посвящённых разработке и применению эвристических методов и алгоритмов многокритериальной оптимизации [2 – 8], для которых не существует гарантии получения точного (объективного) решения. Определяющими факторами в использовании тех или иных технологий оценки являются знания эксперта или лица, принимающего решение, доступность или качество информации, а также возможности программной системы, с помощью которой анализируется ситуация. В данной работе рассматриваются логически связные комбинации методов, основанных на использовании различных свёрток критериев и способов их исчисления. Излагается подход, в котором оценки альтернатив получаются в результате последовательности шагов, определяемых с учётом множества факторов. Приводятся возможности, необходимые для интерактивного формирования информационных технологий оценки в тех или иных условиях.

2. Несравнимые Парето-оптимальные решения

Начнём с определений, уделяя внимание тем моментам или «мелочам», которые зачастую остаются незамеченными, но оказываются весьма существенными. Предположим, что имеется множество допустимых решений (вариантов, альтернатив) D и множество критериев оценки их качества $F = \{f_1, \dots, f_n\} = \{f_j\}$, $j \in J = \{1, \dots, n\}$. Решение $x \in D$ предпочтительнее (лучше) по F решения $y \in D$, если x не хуже y по каждому $f \in F$ и, по крайней мере, по одному из показателей строго лучше. Элемент $x \in D$ считается неулучшаемым или недоминируемым, если не существует другого элемента $y \in D$, который был бы лучше x по F . Неулучшаемые решения из D образуют Парето-оптимальное множество $X \subseteq D$. Любой элемент из X называется оптимальным по Парето.

Если $X = \{x_1, \dots, x_m\}$ – Парето-оптимальное множество и x, y – два произвольных решения из X , то эти решения либо эквивалентны, либо несравнимы по F . Если x и y не эквивалентны, то они несравнимы. Это означает, что если x лучше y по $f_j \in F$, то всегда найдётся другой критерий $f_k \in F$, по которому y лучше x . В противном случае решение y оказывается улучшаемым, что противоречит предположению о его оптимальности по Парето. Из каждой группы эквивалентных решений оставим в X по одному представителю и будем далее считать, что в X входят только несравнимые варианты. Чтобы выбрать какое-то решение, необходимо сформулировать критерий предпочтительности, обобщающий или дополняющий F , и тем самым определить задачу.

3. Свёртка критериев. Тонкости определения

В общем случае свёртка критериев – это функционал или сложная функция, которую можно представить в виде $f_0(x) = f_0(f_1(x), \dots, f_n(x))$. Существует несколько типов свёрток, отражающих разные способы получения обобщённых оценок элементов $x \in X$. Рассмотрим линейную свёртку. Допустим, что каждая целевая функция $f_j(x)$ из F имеет эквивалентное представление в виде безразмерной зависимой переменной $Q_j(x)$, значение которой соответствует степени приближения решения к оптимуму по данному показателю. Тогда в качестве свёртки можно использовать целевую функцию

$$f_0(x) = \sum_{j \in J} w_j Q_j(x) \rightarrow \max_{x \in X}, \quad (1)$$

где w_j – вес (важность) j -го критерия, $Q_j(x)$ – значимость (приоритет) x по f_j . Характеристики w_j и $Q_j(x)$ – это относительные величины, нормированные по условию $\max_{k \in J} w_k = \max_{x \in X} Q_j(x) = 1$ или $\sum_{k \in J} w_k = \sum_{x \in X} Q_j(x) = 1$, $j \in J$. Исходные значения w_j определяются с учётом ценности или дефицитности используемых ресурсов, достоверности данных, предпочтений и других факторов.

Пусть f_j – критерий на максимум и $f_j(x)$ – установленные характеристики $x \in X$, отражающие качество решений по данному показателю. Для получения значений $Q_j(x)$ необходимо нормировать вектор $(f_j(x_1), \dots, f_j(x_m))$. В простейшем случае $Q_j(x) = d_j f_j(x)$, где d_j – нормирующие коэффициенты, определяемые по формуле $d_j = 1 / \max_{x \in X} f_j(x)$ или $d_j = 1 / \sum_{x \in X} f_j(x)$ в зависимости от выбранного способа нормирования данных. Однако возможны случаи, когда полученные таким образом значения $Q_j(x)$ не вполне отвечают разум-

ным представлениям. Использование формулы $Q_j(x) = (f_j(x) - f_j^{\min}) \cdot (f_j^{\max} - f_j^{\min})^{-1}$, где $f_j^{\min} = \min_{x \in X} f_j(x)$, $f_j^{\max} = \max_{x \in X} f_j(x)$, также не гарантирует получение адекватных оценок. Подобные ситуации возникают и тогда, когда критерии имеют противоположную направленность.

Пусть f_j – показатель, который минимизируется, и $f_j(x)$ – относительная безразмерная величина, принимающая значения из интервала $[0,1]$, например, степень опасности x , определяемая как оценка возможности потерь или оценка вероятности неблагоприятного исхода операции. Чтобы перейти к обратному критерию, т.е. к показателю безопасности x , достаточно заменить $f_j(x)$ на $1 - f_j(x)$. Предположим теперь, что $f_j(x)$ – характеристика, имеющая какую-то единицу измерения. Может оказаться, что функция $Q_j(x) = 1 - f_j(x) / \max_{x \in X} f_j(x)$ не отражает реальную значимость $x \in X$ по f_j . Чтобы получить формулу перехода от $f_j(x)$ к $Q_j(x)$ для подобных случаев, понадобится свойство двух взаимосвязанных оптимизационных задач, которое можно выразить следующим образом

$$x^* = \arg \min_{x \in X} f(x) = \arg \max_{x \in X} (c - d \cdot f(x)), \quad (2)$$

где c, d – константы и $d > 0$. Это означает, что при указанном преобразовании целевой функции оптимум достигается при одном и том же значении аргумента x . Для доказательства (2) следует рассмотреть отдельно каждую операцию преобразования $f(x)$.

Обозначим буквой a лучшее по f решение, а b – худшее. Упорядочим и перенумеруем альтернативы так, что $a = x_1$, а $b = x_m$. Пусть k – степень предпочтительности a относительно b по f , т.е. $k = Q_f(a) / Q_f(b)$, где $Q_f(a)$, $Q_f(b)$ – оценки значимости a и b по f . Положим $Q_f(a) = 1$, тогда $Q_f(b) = k^{-1}$ и $1 \geq Q_f(x) \geq k^{-1}$, $x \in X$. Представим функцию $Q_f(x)$ в виде $Q_f(x) = Q(f(x)) = Q(f)$, так что её областью определения становится множество значений $\{f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_m)\}$. Граничные значения $Q(f)$ равны 1 и k^{-1} . Используя линейную зависимость, получаем формулу

$$Q_f(x) = Q(f(x)) = 1 - \frac{f(x) - f(a)}{f(b) - f(a)} \cdot (1 - k^{-1}), \quad x \in X. \quad (3)$$

Если принять $Q_f(b) = 1$, а $Q_f(a) = k$, то получим похожее на (3), но всё же другое выражение для $Q_f(x)$. Однако, независимо от применяемой формулы, нормированные векторы оценок будут одинаковыми.

Существуют и другие свёртки критериев, отображающие F и дополнительные факторы. Так, функционал

$$f_0'(x) = \min_{j \in J} Q_j(x) \rightarrow \max_{x \in X} \quad (4)$$

используется при оптимизации решения по нижней оценке его значимости. С помощью следующей свёртки одновременно учитывается степень приближения $x \in X$ к идеалу и его удалённость от худшего значения.

Пусть $f_{ij} = Q_j(x_i)$, $i \in I = \{1, \dots, m\}$, $\underline{f}_j = \min_{i \in I} f_{ij}$, $\bar{f}_j = \max_{i \in I} f_{ij}$, $j \in J$; $\bar{x}$ и $\underline{x}$ – фиктивные (мнимые) решения, первое из которых заведомо лучше, а второе заведомо хуже любого $x \in X$; $\bar{f}_j$, $\underline{f}_j$ – характеристики $\bar{x}$ и $\underline{x}$ соответственно ($j \in J$). Если в множестве крите-

риев F присутствует выражение вида $|f_j^* - f_j(x)| \rightarrow \min_{x \in X}$, то очевидно f_j^* – характеристика идеального решения, относительно которой определяются значения $Q_j(x)$, $x \in X$.

Предположим, что установлена мера качественного различия решений x, y , т.е. выбран способ определения расстояния $\rho_F(x, y)$ между соответствующими точками пространства критериев, например, $\sqrt{\sum_{j \in J} (f_j(x) - f_j(y))^2}$, или $\sum_{j \in J} |f_j(x) - f_j(y)|$, или $\max_{j \in J} |f_j(x) - f_j(y)|$ (здесь $f_1, \dots, f_n$ – новые, безразмерные показатели). В качестве свёртки используется выражение

$$f_0''(x_i) = \underline{S}_i / (\bar{S}_i + \underline{S}_i), \quad (5)$$

где $\bar{S}_i = \rho_F(x_i, \bar{x})$, $\underline{S}_i = \rho_F(x_i, \underline{x})$. С помощью формул для $\bar{S}_i$ и $\underline{S}_i$ легко проверить, что $f_0''(\bar{x}) = 1$, а $f_0''(\underline{x}) = 0$, следовательно, решение x_{i^*} , такое что $f_0''(x_{i^*}) = \max_{i \in I} f_0''(x_i)$, наиболее предпочтительное.

Если пренебречь оценкой расстояния до фиктивного решения $\underline{x}$, то получается ряд критериев $\rho_F(x, \bar{x}) \rightarrow \min_{x \in X}$, определяемых способами измерения расстояния между точками пространства.

4. Парные соотношения как основа унарных оценок

На практике возникают ситуации, когда непосредственное определение значений w_j или $Q_j(x)$ вызывает затруднения. Это связано с тем, что некоторые критерии могут быть весьма ёмкими, сложными или не вполне определёнными. Если f_j – неизмеримая величина, то решения $x \in X$ также оказываются неизмеримыми по данному показателю. Однако, если критерии или альтернативы попарно сравнимы или сложный показатель может быть детализирован и структурирован так, что элементы оказываются соизмеримыми, то можно использовать способ оценки, предложенный Т.Саати и известный как метод анализа иерархий [7]. Прежде чем перейти к его рассмотрению, приведём несколько определений.

Пусть сравниваются (оцениваются) два элемента a и b по критерию f . Элементы – это или альтернативы, или критерии одного уровня. Если a и b – два разных показателя, то под f подразумевается обобщающий показатель – критерий более высокого уровня. Элемент a доминирует над b по f , если a важнее или предпочтительнее b по f (сокращённо $a \succ_f b$).

В качестве меры соотношения a и b по функционалу f используется оценка $f(a)/f(b)$ или $f(b)/f(a)$, где $f(a), f(b)$ – значимость соответственно a и b по f (обозначается $O_f(a/b)$ или $O(f(a)/f(b))$), обратное отношение – аналогично; буквой O заменяется слово «оценка». Отметим, что в таком бинарном отношении любую из величин $f(a)$ или $f(b)$ можно принять за базовую и приравнять единице, если каждую из этих величин разделить на базовое значение.

Если элементы множества $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ упорядочиваются по f не на основе точных или приближённых количественных значений $f(a_j)$, а с помощью вербальных оценок, отражающих лишь порядок следования элементов, то получаемый порядок называется лексикографическим, а множество A – лексикографически упорядоченным.

Пусть, для определённости, элементы A упорядочены лексикографически по невозрастанию f , т.е. $a_1 \succ_f a_2 \succ_f \dots \succ_f a_n$ ($f(a)$ – искомая мера приближения a к идеалу по данному показателю). Предположим, что отношения $f(a_j)/f(a_1)$, $j = 2, \dots, n$, измеримы и k_j – оценка j -го отношения. Очевидно, что $k_1 = 1 \geq k_2 \geq \dots \geq k_n$ и получаемые значения k_j представляют собой оценки элементов a_j , $j = 1, \dots, n$, по f .

Предположим теперь, что измеримы отношения соседних элементов a_j и a_{j+1} , $j = 1, \dots, n-1$, т.е. удаётся оценить значения $k_j = f(a_j)/f(a_{j+1})$. Понятно, что в зависимости от того, как упорядочены элементы a_j , все эти отношения либо не больше, либо не меньше единицы. Обозначим $w_j = O_f(a_j) = O(f(a_j))$ – искомые величины, удовлетворяющие условию $w_j/w_{j+1} = k_j$, $j = 1, \dots, n-1$. Имеем n неизвестных и $n-1$ уравнение (одна переменная свободная). Положим $w_1 = 1$ или $w_n = 1$, тогда с помощью формулы $w_j = k_j w_{j+1}$ легко определяются все остальные переменные. Нормируя w_j , $j = 1, \dots, n$, получаем оценки $a \in A$ по f .

Рассмотрим случай, когда достоверность оценок отношений соседних элементов или первого с остальными вызывает сомнения. Пусть $\tilde{J}$ – множество критериев, по которым непосредственная оценка альтернатив затруднена или установленные бинарные оценки требуют проверки, $\tilde{n}$ – мощность $\tilde{J}$ (число элементов множества). Метод Т.Саати [7, 8] основан на использовании оценок доминирования/доминированности элемента по функционалу в паре с каждым другим элементом. Строятся матрицы или таблицы бинарных отношений для системы критериев F и множества альтернатив X по каждому показателю из $\tilde{J}$. На их основе определяются унарные оценки значимости элементов, используемые для вычисления свёртки, например, $f_0(x)$, $x \in X$.

В критериальной матрице парных соотношений (обозначим её $W = (w_{ij})$, $i, j \in J$) элемент w_{ij} представляет собой степень доминирования или доминированности f_i в паре (f_i, f_j) с позиции f , т.е. $w_{ij} = O_f(f_i/f_j)$, где f – критерий более высокого уровня, обобщающий или дополняющий $\{f_k\}$, $k \in J$. Для определения w_{ij} используется шкала или непрерывная область оценок, включающая единицу. Оценка, равная единице, означает, что сопоставляемые элементы признаются эквивалентными по f . Более высокая оценка соответствует степени превосходства первого элемента над вторым (во сколько раз он важнее или предпочтительнее по f). Таким образом, если $f_i \succ_f f_j$, то $w_{ij} > 1$, в противном случае $w_{ij} < 1$, а $w_{ji} > 1$ (когда f_i и f_j не эквивалентны), при этом $w_{ij} = 1/w_{ji}$, а $w_{ii} = 1$.

Если используется дискретная балльная шкала оценок $(1, 2, 3, \dots)$, связанных с интервальными характеристиками соотношений значимости элементов по f , то получаемая балльная оценка преобразуется к обычной количественной оценке бинарного отношения. Приведём формулу, с помощью которой выполняется указанная операция. Пусть с каждым баллом шкалы оценок связана интервальная характеристика отношения $f(a)/f(b)$ и l – конкретный балл, присвоенный этому отношению. Тогда в качестве количественной оценки отношения принимается величина $1 + 0.5(d_{l-1} + d_l)/100$, где d_i – граничные значения интервальных оценок, связанных с баллами. В данном случае 1 балл – эквивалентность – расхождение по функционалу не более d_1 %, 2 балла – слабое превосходство – степень доминирования

больше d_1 % и не выше d_2 %, 3 – степень превосходства оценивается величиной из интервала от d_2 до d_3 % и т.д., $0 = d_0 \leq d_1 < d_2 < \dots < d_r$, r – максимальный балл, $l \in \{1, 2, \dots, r\}$.

Отметим, что рассматриваемый подход может иметь различные реализации: с использованием непрерывной области оценок или балльной системы, которая, в свою очередь, может быть связана или не связана с интервальными оценками. Очевидно, что в каких-то случаях непосредственное определение числовых значений, отображающих степень доминирования или доминированности элемента, может оказаться более уместным.

Т.Саати использует балльную систему, а в качестве унарных оценок w_j , $j \in J$, обобщающих w_{ij} , – нормированный характеристический вектор матрицы W , соответствующий её максимальному собственному значению. Чтобы понять логику такой организации вычислительного процесса, следует заметить, что $w_{ij} = w_i / w_j$ или $w_{ij} w_j = w_i$ и просуммировать последние равенства по $j \in J$; однако, дальше на этом пути вопросов больше, чем ответов. Более простой способ получения унарных оценок заключается в вычислении средних по строке значений w_j , нормированных по условию $\sum_{j \in J} w_j = 1$ или $\max_{j \in J} w_j = 1$.

Аналогичным образом определяются матрицы парных соотношений $V^k = (v_{ij}^k)$ для альтернатив и соответствующие векторы $Q_k = (Q_{ik})$ унарных оценок $x \in X$ по критериям f_k , $k \in \tilde{J}$; $v_{ij}^k = O_{f_k}(x_i / x_j) = O(f_k(x_i) / f_k(x_j))$ – значимость x_i относительно x_j по f_k , $i, j \in I$. Наилучшее решение x_r имеет максимальную оценку $f_0(x_r) = \sum_{k \in J} w_k Q_{rk}$. Понятно, что вместо f_0 можно использовать f_0' или f_0'' (формулы (4), (5)).

При больших значениях m или n в матрице бинарных отношений возникают логические противоречия. Этого можно избежать, предварительно упорядочив элементы на основе вербальной оценки их соотношений. Так, если элементы $a_1, \dots, a_n$ лексикографически упорядочены, например, по невозрастанию f , то в каждом столбце матрицы бинарных отношений будем иметь монотонно невозрастающую последовательность значений, а в каждой строке – монотонно неубывающую. Это помогает контролировать правильность заполнения матрицы. Если бинарные отношения определяются точно, то любой из представленных способов вычисления унарных оценок даёт точные значения.

Отметим, что использование интервальных или непрерывных оценок бинарных отношений позволяет получить более простой и доступный способ вычисления унарных оценок (в сравнении с алгоритмом, основанным на использовании собственного вектора матрицы). Во-вторых, лексикографическое упорядочение сравниваемых элементов в сочетании с непрерывными оценками отношений заменяет логически сложную операцию проверки корректности матрицы бинарных отношений существенно более простой процедурой проверки монотонности элементов строк и столбцов. Введение дополнительных возможностей помогает обойти шаги метода Т.Саати, которые оказываются труднообъяснимыми или не вполне аргументированными.

5. Многоуровневая оценка альтернатив

Предположим, что критерии могут быть объединены в группы и распределены по уровням общности на основе каких-либо соображений или признаков. Например, показатели, имеющие отношение к потребителям продукции и качеству обслуживания (качество, цена услуг или продукции, точность, своевременность, надёжность поставок или обслуживания) – одна группа, а показатели, связанные с себестоимостью продукции и расходом ресурсов или безопасностью производства, могут образовывать другую или другие группы. При этом

обобщающий критерий, например, качество обслуживания или экономическая привлекательность решения, будет располагаться на одном уровне, а непосредственно связанные с ним частные показатели – на другом.

До сих пор мы рассматривали систему оценок, которую с учётом обобщающего (корневого) критерия можно назвать двухуровневой. Предположим, что система критериев образует иерархическую структуру, в которой главная цель или задача непосредственно связана с критериями первого ранга – назовём их основными. С каждым из них связана группа критериев второго ранга (субкритериев). Ниже идут критерии третьего ранга и т.д. Если каждому критерию поставить в соответствие точку (вершину) на плоскости и установить связи между ними, то получим оценочный граф G , отображающий структуру свёртки. Граф G не имеет циклов, т.е. представляет собой дерево, корень которого соответствует самому общему (главному) критерию. Рассмотрим сначала случай, когда с учетом этого показателя получается трёхуровневая система оценки.

Пусть $F_0 = \{F_1, \dots, F_{k_0}\}$ – множество основных критериев, $J_0 = \{1, \dots, k_0\}$; w_k^0 – вес k -го критерия, $k \in J_0$; $J_k = \{1, \dots, n_k\}$ – внутренняя нумерация субкритериев, связанных с F_k , $\{f_{k1}, \dots, f_{kn_k}\}$ – множество этих критериев (k -я группа), w_{kj} – вес j -го критерия в k -й группе; $Q_{kj}(x)$ – приоритет x по f_{kj} ; $\overline{Q}_k(x)$ – значимость x по F_k , определяемая через приоритеты $Q_{kj}(x)$ и w_{kj} , например, $\overline{Q}_k(x) = \sum_{j \in J_k} w_{kj} Q_{kj}(x)$ – взвешенная оценка x по субкритериям, связанным с F_k .

Рассматриваемый подход включает в себя следующие операции.

1. Построение бинарных отношений:

- для множества основных критериев F (в самом трудном случае – матрица W^0 размерности $k_0 \times k_0$);
- для отдельных групп субкритериев J_k (не более k_0 матриц W^k , каждая из которых имеет собственную размерность $n_k \times n_k$);
- для множества альтернатив X по каждому субкритерию f_{kj} , по которому непосредственно установить унарные оценки решений не удаётся (в крайнем случае, $\tilde{n}$ матриц размерности $m \times m$).

2. Определение значимости (весов, приоритетов):

- основных критериев (вектор w^0);
- субкритериев внутри группы J_k для каждого $k \in J_0$ (k_0 векторов w^k размерности n_k);
- решений $x \in X$ по каждому критерию f_{kl} , $l \in J_k$, и F_k , $k \in J_0$ (в результате этого шага для каждого $x \in X$ получаем вектор $(\overline{Q}_k(x))$, $k \in J_0$).

3. Вычисление значений главного критерия в точках $x \in X$ и выбор наиболее предпочтительной альтернативы $x^* \in X$.

В общем случае алгоритм вычисления многоуровневой свёртки сводится к последовательному просмотру (свёртыванию) двухуровневых структур оценочного графа G , начиная с нижнего слоя L , т.е. с вершин – критериев, имеющих максимальный ранг (L -м слоем дерева G называется множество вершин ранга L , таких, что путь между любой вершиной данного множества и корнем графа состоит из L дуг, $0 \leq l \leq L$; $L+1$ – общее количество структурных уровней с учётом нулевого слоя, в который входит один главный корень). Висячие вершины двухуровневой структуры считаются просмотренными, если получены оценки альтернатив по корневому показателю данной структуры. Просмотренные вершины в дальнейшей работе алгоритма не участвуют (т.к. соответствующие показатели учтены и включены в обобщаю-

щий критерий). Очередная l -я стадия алгоритма ($l = 1, 2, \dots, L$) состоит из однотипных шагов, количество которых равно числу k_l линейно независимых двухуровневых систем оценок с висячими вершинами, расположенными в слое $L - l + 1$. Результат k -го шага ($k \in \{1, \dots, k_l\}$) – оценка значимости элементов по k -му корневому критерию ранга $L - l$. После шага k_l переходим к следующей стадии (ближайшему верхнему слою) и так до тех пор, пока не будут получены оценки решений по f_0 (или f'_0 , или f''_0). Как обычно, наиболее предпочтительным считается решение, имеющее максимальную общую оценку.

Отметим, что корневой критерий двухуровневой структуры представляет собой ту или иную свёртку группы показателей, соответственно, отдельный шаг алгоритма может быть организован с помощью любой подходящей по смыслу свёртки. Рисунок отражает динамику свёртывания оценочного графа и последовательность шагов, направленных на получение значения главного обобщающего показателя.

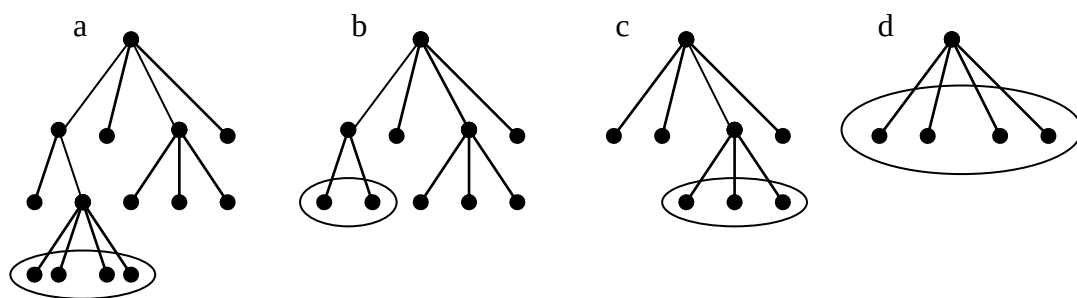


Рис. 1. Иллюстрация алгоритма вычисления многоуровневой свёртки; овальной линией обведены вершины, просматриваемые и удаляемые на текущем шаге алгоритма;

a – пример исходной структуры оценки, b – текущая структура после одного шага,

c – оценочный граф перед третьим шагом, d – последний шаг.

Перечислим возможности, используемые в излагаемой технологии оценки решений.

1. Непосредственная вещественная или интервальная оценка значимости критериев и решений по отдельным показателям.
2. Использование соотношений значимости элементов (учитываем разные способы получения унарных оценок на основе бинарных отношений).
3. Структуризация (декомпозиция, детализация) сложных критериев и построение системы измеримых показателей.
4. Агрегирование (объединение, укрупнение) логически связанных показателей одного уровня и выбор меры или основы агрегированной оценки элементов, т.е. выбор критериев, обобщающих группы показателей.
5. Выбор критерия оптимальности, обобщающего и дополняющего все множество показателей.

Эти возможности позволяют получать различные способы оценки альтернатив и выбирать в конкретных условиях наиболее подходящую реализацию информационной технологии.

6. Пример

Проиллюстрируем отдельные моменты представленного подхода с помощью следующего примера. Имеется три допустимых проектных варианта x_1, x_2, x_3 , каждый из которых оценивается по совокупности критериев: $f_1(x)$ – экологическая безопасность, $f_2(x)$ – ожидаемая прибыль с учётом оценки устойчивости или реалистичности x , $f_3(x)$ – прогрессив-

ность решения. Установлены оценки качества альтернатив по критериям $f_1(x)$ (как степень приближения x к идеалу) и $f_2(x)$ (в условных денежных единицах): $f_1 = (0.95, 0.75, 0.8)$, $f_2 = (34, 42, 37)$ ($\sum_i f_{i1} = 2.5$, $\sum_i f_{i2} = 113$).

Непосредственно установить веса критериев и прогрессивность каждого решения не удаётся, но получены оценки важности критериев относительно f_3 ($O(f_j / f_3) = (0.9, 0.75, 1.0)$, $\sum_j O(f_j / f_3) = 2.65$) и характеристики соотношений значимости альтернатив по f_3 (Таблица 1).

Таблица 1. Бинарные оценки решений по f_3 .

	x_1	x_3	x_2	Q_{i3}^{sum}	Q_{i3}
x_1	1	1.1	1.3	3.4	0.37 ($i=1$)
x_3	0.9	1	1.1	3.0	0.33 ($i=3$)
x_2	0.8	0.9	1	2.7	0.30 ($i=2$)
Σ				9.1	1

Нормированные оценки представим в виде матрицы

$$Q = (Q_{ij}) = \begin{pmatrix} 0.38 & 0.3 & 0.37 \\ 0.3 & 0.37 & 0.3 \\ 0.32 & 0.33 & 0.33 \end{pmatrix} \text{ и вектора } w = \begin{pmatrix} 0.34 \\ 0.28 \\ 0.38 \end{pmatrix}.$$

Если выбрана свёртка $f_0 = Qw$, то $f_0 = (0.3538, 0.3196, 0.3266)$, соответственно, x_1 – наилучший вариант. Этот же вывод получается с помощью второго способа нормирования значимости элементов, а также при использовании критерия $f_0''(x)$ и третьего способа измерения расстояния между решениями.

Предположим, что непосредственно оценить альтернативы по f_1 не удаётся, но известно, что каждое из рассматриваемых решений в той или иной мере влияет на две экосистемы. Для определения $f_1(x)$ выбрана линейная свёртка $f_1(x) = w_1 q_1(x) + w_2 q_2(x)$, где w_1, w_2 – веса соответственно первой и второй экологических составляющих, $q_1(x), q_2(x)$ – приоритет или степень приближения x к идеалу по первому и второму субкритериям. Пусть установлены значения: $w_1 = 0.6$, $w_2 = 0.4$, $(q_{11}, q_{21}, q_{31}) = (0.4, 0.35, 0.25)$, $(q_{12}, q_{22}, q_{32}) = (0.3, 0.32, 0.38)$ (первый индекс – номер решения, второй – номер критерия). Тогда $f_1(x_1) = 0.36$, $f_1(x_2) = 0.34$, $f_1(x_3) = 0.3$. Итоговые оценки альтернатив теперь будут другими.

7. Заключение

Представленный подход объединяет в себе различные реализации технологии оценки. Один из получаемых алгоритмов рассматривается как основной, другой или другие – как дополнительные, с помощью которых проверяется правильность оценки и выбора. Комбинация свёрток позволяет найти компромиссное решение. Всё это даёт возможность с помощью одного весьма гибкого подхода и соответствующего математического обеспечения анализировать большое число разнообразных ситуаций без кардинального изменения технологии исследований. Использование данного подхода и, в частности, вербальных оценок значимости элементов и лексикографического порядка в сочетании с непрерывными (вещественными, реальными) оценками может способствовать повышению качества принимаемых решений.

Литература

1. Мархасин А.Б. Системная оптимизация технико-экономического планирования сотовых сетей // Электросвязь. – 1998, № 10.
2. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация. Теория, вычисления и приложения. – М.: Радио и связь, 1992.
3. Дубов Ю.А., Травкин С.И., Якимец В.Н. Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. – М.: Наука, 1986.
4. Ногин В.Д. Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. – М.: Физматлит, 2002.
5. Соболев И.М., Статников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. – М.: Дрофа, 2006.
6. Лотов А.В., Пospelова И.И. Многокритериальные задачи принятия решений. – М.: МаксПресс, 2008.
7. Саати Т.Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях. Аналитические сети. – М.: ЛКИ, 2008.
8. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. – М.: Университетская книга, Логос, 2008.

*Статья поступила в редакцию 27.11.2011
переработанный вариант – 12.02.2012*

Кузнецов Александр Сергеевич

д.т.н., профессор кафедры ТСиВС СибГУТИ (630102, Новосибирск, ул. Кирова, 86),
тел.: (383) 220-14-70, e-mail: AS_Kuznetsov@ngs.ru

Flexible Technology of Alternatives Assessment in Case of Complex Criteria

A.S. Kuznetsov

In this paper, features of multicriterion alternatives assessment subject to quality and visibility of initial data are considered. Logical and flexible information technology assisting the development of thoroughly windowed decision estimation in complex conditions are presented.

Keywords: Decision theory, multicriteria optimization, multicriterion problem, criteria convolution, multilevel structure of estimation, interactive information technology.