

# Использование принципа латеральных связей для обработки дискретных сигналов

В.П. Бакалов, Ю.С. Черных

В данной статье рассматриваются вопросы применения принципа латеральных обратных связей (ЛОС) для обработки дискретных сигналов. Рассмотрены различные схемы реализации принципа ЛОС при обработке дискретных сигналов. Показано, что использование принципа ЛОС позволяет существенно повысить помехоустойчивость цифровой обработки сигналов (ЦОС) по сравнению с известными алгоритмами. Получены уравнения выигрыша по помехоустойчивости для различных схем реализации дискретных фильтров с ЛОС.

*Ключевые слова:* цифровая обработка сигналов, латеральные обратные связи, помехоустойчивость, дискретные фильтры с ЛОС.

## 1. Введение

Методы цифровой обработки сигналов (ЦОС) находят всё большее применение в радиотехнике, связи, системах управления и контроля [1 – 3]. Использование ЦОС позволяет существенно повысить помехоустойчивость и эффективность цифровых систем по сравнению с аналоговыми. В то же время следует отметить, что возможности ЦОС ещё далеко не исчерпаны.

В данной статье рассматриваются вопросы использования латеральных обратных связей (ЛОС) при обработке сигналов в дискретных цепях, позволяющих существенно расширить возможности ЦОС, обеспечить более высокую помехоустойчивость дискретных и цифровых фильтров по сравнению с традиционными алгоритмами.

## 2. Принцип латеральных обратных связей

Принцип «латерального торможения» лежит в основе наиболее важного и распространённого метода «обострения» различных характеристик нейронных сетей и сенсорных систем [4, 5]. В монографии [6] показано, что этот принцип можно с успехом использовать в технике связи для обнаружения и различия сигналов, а также для контрастирования границ раздела поверхностей при многомерных измерениях.

В данной статье рассматриваются вопросы применения принципа ЛОС при обработке дискретных сигналов, исследуются вопросы помехоустойчивости дискретных фильтров с ЛОС.

## 3. Дискретные фильтры с ЛОС

В качестве простейшей модели рассмотрим двухканальную одноуровневую дискретную цепь с ЛОС, изображённую на рис. 1, на вход которой поступают дискретные сигналы  $x_1(n)$  и  $x_2(n)$  и после обработки функциональными элементами ФЭ1 и ФЭ2 формируются выходные сигналы  $y_1(n)$  и  $y_2(n)$ .

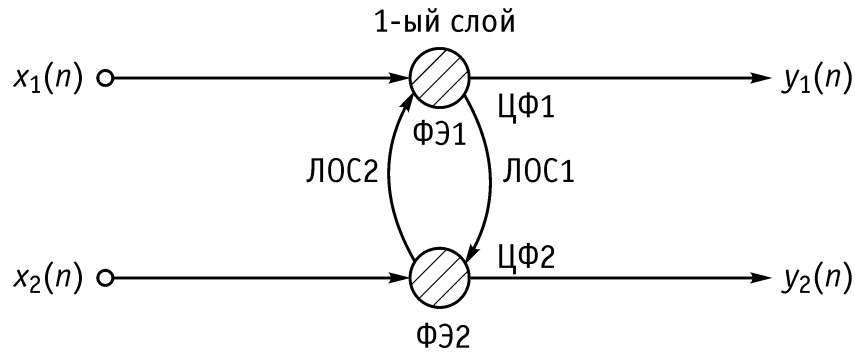


Рис. 1. Двухканальная одноуровневая система с латеральными обратными связями

На рис. 2 приведены четыре вида дискретных фильтров (ДФ) с ЛОС, которые могут быть осуществлены на основе схемы, изображённой на рис. 1.

Заметим, что на базе этих схем могут быть реализованы различные типы фильтров: нерекурсивные, рекурсивные и комбинированные.

Рассмотрим вначале схему рис. 2, а. Положим, что прямые каналы ДФ1 и ДФ2 и каналы ЛОС1 и ЛОС2 реализуются в форме нерекурсивных фильтров. Тогда алгоритм работы 1-го и 2-го каналов определяется следующим уравнением

$$\left. \begin{aligned} y_1(n) &= x_1(n) * h_1(n) + ((x_2(n) * h_2(n)) * \check{h}_2(n)) * h_1(n), \\ y_2(n) &= x_2(n) * h_2(n) + ((x_1(n) * h_1(n)) * \check{h}_1(n)) * h_2(n), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $h_1(n)$ ,  $h_2(n)$  – отсчёты импульсной характеристики прямых каналов ДФ1 и ДФ2 соответственно;  $\check{h}_1(n)$ ,  $\check{h}_2(n)$  – отсчёты импульсной характеристики каналов ЛОС1 и ЛОС2 соответственно; \* – знак свёртки.

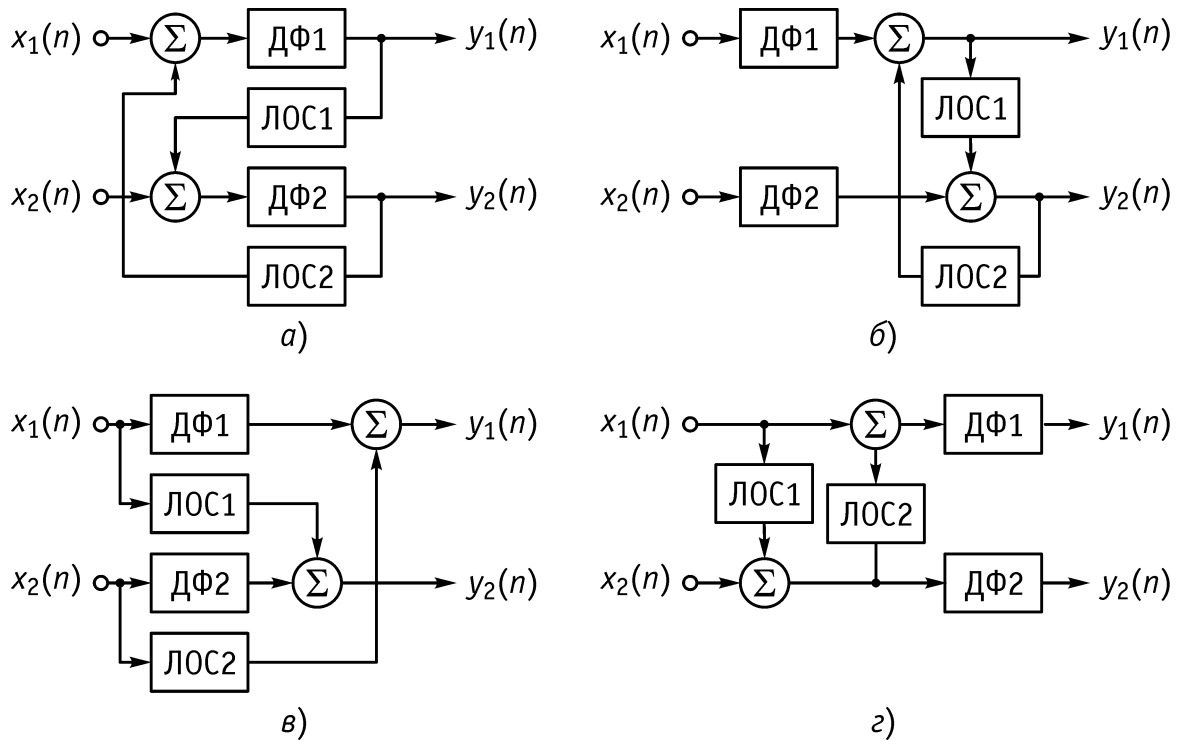


Рис. 2. Основные виды дискретных фильтров с ЛОС

Применив к (1) прямое  $z$ -преобразование, получим передаточные функции первого и второго каналов с ЛОС

$$\left. \begin{aligned} H_1^{(1)}(z) &= \frac{Y_1(z)}{X_1(z)} = \frac{H_1(z) + H_1(z)H_2(z)H_{\text{ЛОС2}}(z)\eta}{1 - H_1(z)H_2(z)H_{\text{ЛОС1}}(z)H_{\text{ЛОС2}}(z)}, \\ H_2^{(2)}(z) &= \frac{Y_2(z)}{X_2(z)} = \frac{H_2(z) + H_1(z)H_2(z)H_{\text{ЛОС1}}(z)(1/\eta)}{1 - H_1(z)H_2(z)H_{\text{ЛОС1}}(z)H_{\text{ЛОС2}}(z)}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $\eta = X_2(z)/X_1(z)$ ;  $H_1(z) = \sum_{k=0}^N a_k^{(1)} z^{-k}$  – передаточная функция нерекурсивного

ДФ1;  $H_2(z) = \sum_{k=0}^N a_k^{(2)} z^{-k}$  – передаточная функция нерекурсивного ДФ2;

$H_{\text{ЛОС1}}(z) = \sum_{k=0}^M c_k^{(1)} z^{-k}$  – передаточная функция нерекурсивного ЛОС1;

$H_{\text{ЛОС2}}(z) = \sum_{k=0}^M c_k^{(2)} z^{-k}$  – передаточная функция нерекурсивного ЛОС2, где  $a_k^{(1)}$ ,  $a_k^{(2)}$ ,

$c_k^{(1)}$ ,  $c_k^{(2)}$  – некоторые числа (веса), характеризующие отсчёты импульсных характеристик 1-го и 2-го каналов и каналов с ЛОС1 и ЛОС2 – соответственно.

В случае реализации ДФ и ЛОС рекурсивными схемами  $H_1(z)$ ,  $H_2(z)$ ,  $H_{\text{ЛОС1}}(z)$ ,  $H_{\text{ЛОС2}}(z)$  определяются формулами:

$$H_1(z) = \frac{\sum_{k=0}^N a_k^{(1)} z^{-k}}{1 - \sum_{l=1}^L b_l^{(1)} z^{-k}} \quad \text{– передаточная функция рекурсивного ДФ1;}$$

$$H_2(z) = \frac{\sum_{k=0}^N a_k^{(2)} z^{-k}}{1 - \sum_{l=1}^L d_l^{(2)} z^{-k}} \quad \text{– передаточная функция рекурсивного ДФ2;}$$

$$H_{\text{ЛОС1}}(z) = \frac{\sum_{k=0}^M c_k^{(1)} z^{-k}}{1 - \sum_{l=1}^S d_l^{(1)} z^{-k}} \quad \text{– передаточная характеристика рекурсивного фильтра ЛОС1;}$$

$$H_{\text{ЛОС2}}(z) = \frac{\sum_{k=0}^M c_k^{(2)} z^{-k}}{1 - \sum_{l=1}^S d_l^{(2)} z^{-k}} \quad \text{– передаточная характеристика рекурсивного фильтра ЛОС2;}$$

$b_l^{(1)}$ ,  $b_l^{(2)}$ ,  $d_l^{(1)}$ ,  $d_l^{(2)}$  – коэффициенты, характеризующие веса рекурсивной части ДФ1, ДФ2, ЛО1 и ЛОС2 соответственно.

Аналогично можно получить передаточные функции комбинированных фильтров: с нерекурсивными ДФ и рекурсивными ЛОС, и наоборот.

Как следует из уравнения (2), нерекурсивные фильтры с нерекурсивной ЛОС могут быть неустойчивы, в отличие от нерекурсивных фильтров без ЛОС, которые всегда являются устойчивыми [3].

Из уравнений (2) нетрудно видеть, что для того, чтобы дискретный фильтр с ЛОС был устойчивым, его полюса, определяемые из уравнения

$$1 - H_1(z)H_2(z)H_{\text{Лос1}}(z)H_{\text{Лос2}}(z) = 0, \quad (*)$$

должны лежать внутри единичной окружности  $z$ -плоскости.

Аналогично можно получить передаточные функции ДФ с ЛОС для схем, представленные на рис. 2, б – 2, з.

В частности, для схемы 2, б можно записать уравнения

$$\left. \begin{aligned} H_1^{(1)}(z) &= \frac{H_1(z) + H_2(z)H_{\text{Лос2}}(z)\eta}{1 - H_{\text{Лос1}}(z)H_{\text{Лос2}}(z)}, \\ H_2^{(2)}(z) &= \frac{H_2(z) + H_1(z)H_{\text{Лос1}}(z)\frac{1}{\eta}}{1 - H_{\text{Лос1}}(z)H_{\text{Лос2}}(z)}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

а для схем 2, в и 2, з – уравнения

$$\left. \begin{aligned} H_1^{(1)}(z) &= H_1(z) + H_{\text{Лос2}}(z)\eta; \\ H_2^{(2)}(z) &= H_2(z) + H_{\text{Лос1}}(z)\frac{1}{\eta}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} H_1^{(1)}(z) &= H_1(z)(1 + H_{\text{Лос2}}(z)\eta); \\ H_2^{(1)}(z) &= H_2(z)\left(1 + H_{\text{Лос1}}(z)\frac{1}{\eta}\right). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

#### 4. Исследование помехоустойчивости ДФ с ЛОС

Исследуем теперь помехоустойчивость ДФ с ЛОС.

При оценке помехоустойчивости данной системы определим отношение сигнал/шум (с/ш) на выходе по первому и второму каналам и рассмотрим его зависимость от величины с/ш на входе по каждому из каналов.

Предположим, что на вход 1 и 2 канала поступает аддитивная смесь полезного сигнала и помехи от соседнего канала:

$$\left. \begin{aligned} x_1(n) &= x'_1(n) + x''_1(n), \\ x_2(n) &= x''_2(n) + x'_2(n), \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где  $x'_1(n)$  – полезный сигнал на входе 1-го канала;  $x''_1(n)$  – помеха на входе 1-го канала от 2-го канала;  $x''_2(n)$  – полезный сигнал на входе 2-го канала;  $x'_2(n)$  – помеха на входе 2-го канала от 1-го канала.

Покажем, что представленная схема позволяет усилить свой сигнал и подавить помеху соседнего канала (т.е. увеличить отношение сигнал/помеха на выходе  $h_{\text{вых}}$  по отношению ко входу  $h_{\text{вх}}$ ).

Рассмотрим вначале 1-й канал схемы 2, а. Положим, что оба канала линейны, тогда, применив к (6) прямое  $z$ -преобразование и используя принцип суперпозиции, получим согласно (2), (6)  $z$ -изображение выходного сигнала 1-го канала

$$Y_1(z) = Y_1'(z) + Y_1''(z) = H_1^{*'}(z)X_1'(z) + H_1^{*''}(z)X_1''(z),$$

где

$$\left. \begin{aligned} H_1^{*'}(z) &= \frac{H_1(z) + H_1(z)H_2(z)H_{\text{ЛОС2}}(z)\eta'}{1 - H_1(z)H_2(z)H_{\text{ЛОС1}}(z)H_{\text{ЛОС2}}(z)}, \\ H_1^{*''}(z) &= \frac{H_1(z) + H_1(z)H_2(z)H_{\text{ЛОС2}}(z)\eta''}{1 - H_1(z)H_2(z)H_{\text{ЛОС1}}(z)H_{\text{ЛОС2}}(z)}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где  $\eta' = X_2'(z)/X_1'(z)$  – отношение помехи от канала № 1 на входе 2-го канала к сигналу на входе 1-го канала;  $\eta'' = X_2''(z)/X_1''(z)$  – отношение сигнала во 2-м канале к помехе от канала № 2 на входе 1-го канала.

Найдём отношение сигнал/помеха на выходе первого канала

$$h_{\text{ВЫХ1}} = \frac{Y_1'(z)}{Y_1''(z)} = \frac{H_1(z) + H_1(z)H_2(z)H_{\text{ЛОС2}}(z)\eta'}{H_1(z) + H_1(z)H_2(z)H_{\text{ЛОС2}}(z)\eta''} h_{\text{ВХ}}, \quad (8)$$

где  $h_{\text{ВХ}} = \frac{X_1'(z)}{X_1''(z)}$ .

Определим теперь выигрыш по помехоустойчивости для рассматриваемого канала как

$$B_1(\eta) = \frac{h_{\text{ВЫХ}}}{h_{\text{ВХ}}} = \frac{H_1(z) + H_1(z)H_2(z)H_{\text{ЛОС2}}(z)\eta'}{H_1(z) + H_1(z)H_2(z)H_{\text{ЛОС2}}(z)\eta''}. \quad (9)$$

Полагая, что мешающее воздействие соседних каналов одинаково:

$$\left| \frac{X_1'(z)}{X_2'(z)} \right| = \left| \frac{X_2''(z)}{X_1''(z)} \right| = \eta > 1 \quad (10)$$

получим для  $B_1(\eta)$ :

$$B_1(\eta) = \frac{\eta + H_2(z)H_{\text{ЛОС2}}(z)}{\eta(1 + H_2(z)H_{\text{ЛОС2}}(z)\eta)}. \quad (11)$$

Приняв для простоты, что  $H_2(z)H_{\text{ЛОС2}}(z)$  – вещественно (при  $z = e^{j\omega T}$ ), для отрицательных ЛОС получим

$$|B_1(\eta)| = \frac{\eta - |H_{\text{П2}}(z)|}{\eta(1 - |H_{\text{П2}}(z)|\eta)}, \quad (12)$$

где  $H_{\text{П2}}(z) = H_2(z)H_{\text{ЛОС2}}(z)$  – передаточная функция петли ЛОС2, причём  $0 \leq |H_{\text{П2}}(z)| < 1$ .

На рис. 3 приведены графики зависимости выигрыша в помехоустойчивости  $|B_1(\eta)|$  для различных значений петлевого усиления  $|H_{\text{П2}}|$ .

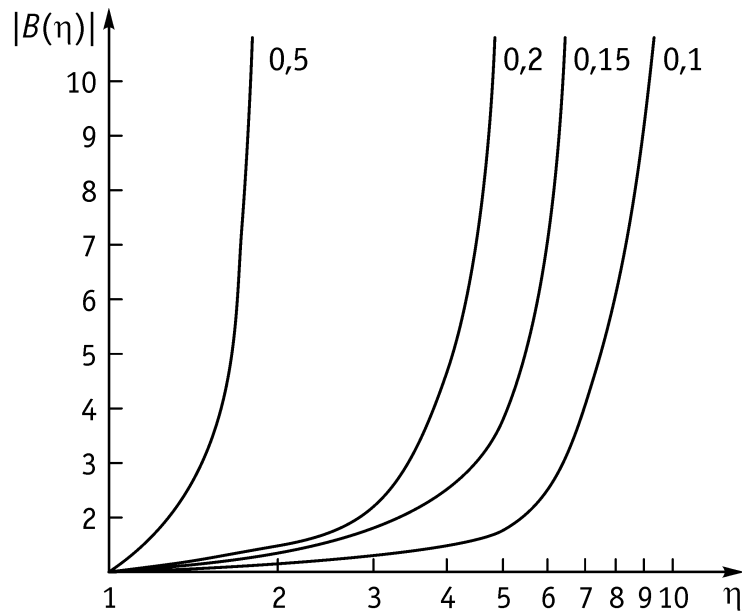


Рис. 3. Выигрыш по помехоустойчивости в ДФ с ЛОС

Из графика следует, что чем больше различие в уровнях сигнала на входе 1-го и 2-го каналов, тем больше выигрыш в помехоустойчивости ДФ с ЛОС. С увеличением передаточной функции по цепи ЛОС выигрыш достигается при меньших отношениях сигнала  $x_2''(n)$  – во втором канале к помехе  $x_1''(n)$ , наведенной на 1-й канал.

Аналогичную зависимость  $B_2(\eta)$  можно получить и для 2-го канала, причём как и для 1-го, выигрыш по помехоустойчивости здесь реализуется за счёт различия в уровнях сигнала и помехи, определяемого неравенством (10).

Роль ЛОС сводится при этом к взаимной перекрёстной компенсации помех в информационных каналах, т.е. сигнал первого канала давит свою более слабую помеху ( $\eta > 1$ ) во втором канале, и наоборот. Таким образом, использование ЛОС принципиально позволяет подавить помеху в соседнем канале даже при отношении сигнал/помеха меньше единицы ( $h_{вх} < 1$ ). Конечно, практическое осуществление этого метода для реальных сигналов связано с определёнными трудностями. В частности, для эффективного подавления реальной помехи необходимо по цепи ЛОС отслеживать мгновенные значения входного сигнала, что требует глубокой величины ЛОС ( $|H_{П}| \ll 1$ ). Это, в свою очередь, согласно (2), может привести к ухудшению устойчивости системы в целом. Однако устойчивость можно повысить, если дополнительно к ЛОС каждый из каналов охватить отрицательной обратной связью (ООС).

Аналогичным образом можно исследовать помехоустойчивость других схем с ЛОС. В частности, выигрыш по помехоустойчивости для схемы рис. 2, б для тех же условий, что и для схемы рис. 2, а, определяется уравнением

$$B_1(\eta) = \frac{\eta H_1(z) + H_2(z) H_{ЛОС2}(z)}{\eta [H_1(z) + H_2(z) H_{ЛОС2}(z) \eta]} \quad (13)$$

Сравнительный анализ формул (11) и (13) показывает, что при  $H_2(z) = H_1(z) = H$  выигрыш по помехоустойчивости для этой схемы зависит только от передаточной функции цепи ЛОС2.

Рассмотрим теперь схему 2, в. По аналогии с предыдущим можно показать, что выигрыш в помехоустойчивости для этой схемы определяется уравнением

$$B_1(\eta) = \frac{\eta H_1(z) + H_{\text{Лос2}}(z)}{\eta(H_1(z) + H_{\text{Лос2}}(z)\eta)}, \quad (14)$$

т.е. зависит как от передаточной функции цепи ЛОС2, так и от передаточной функции ДФ1.

Наконец, для схемы 2, з получим для 1-го канала выигрыш по помехоустойчивости

$$B_1(\eta) = \frac{\eta + H_{\text{Лос2}}(z)}{\eta(1 + H_{\text{Лос2}}(z)\eta)}, \quad (15)$$

который зависит только от передаточной функции цепи ЛОС2.

Аналогичным образом можно получить соответствующие уравнения и для 2-го канала.

Анализ полученных выражений для  $B(\eta)$  показывает, что выигрыш по помехоустойчивости в рассмотренных схемах может быть получен как соответствующим выбором цепей ЛОС1 и ЛОС2, так и передаточными функциями ДФ1 и ДФ2. Следует также отметить, что последние две схемы являются устойчивыми при условии устойчивости ДФ1, ДФ2, ЛОС1 и ЛОС2.

Полученные результаты можно обобщить и на  $n$ -канальную систему с ЛОС. Причём в зависимости от вида помех могут изменяться характер ЛОС, структура охвата каналов латеральными связями (каждый канал с каждым; по группам мешающих параметров и т.д.), подбор глубины обратной связи. С вероятностной точки зрения, использование ЛОС приводит к соответствующему преобразованию законов распределения сигнала и помехи, «обострению» разделяющей поверхности между множеством информационных и мешающих параметров.

В заключение отметим, что использование ЛОС, вообще говоря, может привести к частичной потере полезной информации, особенно если источник сообщений и помехи сильно коррелированы. Однако для некоррелированных или слабокоррелированных источников сигнала и помех потери информации будут незначительными.

## 5. Заключение

Исследованы четыре схемы реализации принципа латеральных связей для обработки дискретных сигналов в одноуровневых системах. Найдены передаточные функции дискретных фильтров с ЛОС, исследованы вопросы их устойчивости, в частности, показано, что не только рекурсивные, но и нерекурсивные ДФ с ЛОС могут быть неустойчивы, определены границы неустойчивости.

Показано, что использование ЛОС позволяет существенно повысить помехоустойчивость дискретных фильтров, получены уравнения, характеризующие выигрыш по помехоустойчивости в зависимости от отношения сигнал/помеха в соседних каналах при различных значениях петлевого усиления ЛОС.

## Литература

1. Рабинер Л, Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработкой сигналов. М.: Мир, 1978. – 774 с.
2. Цифровые фильтры в электросвязи и радиотехнике (под. ред. Гольденберга Л.М.) М.: Радио и связь, 1992. – 224 с.
3. Бакалов В.П., Дмитриков В.Ф. Крук Б.И. Основы теории цепей / под. ред. Бакалова В.П. М.: Горячая линия – Телеком, 2009. – 596 с.
4. Теория связи в сенсорных системах – М.: Мир, 1964. – 811 с.
5. Bentley J., Sleator D., Tarjan R., Wei V. A locally adaptive data compression scheme // Communications of the ACM. – 1971. – Vol. 29, № 4. – p. 320 – 330.

6. Бакалов В.П., Субботин Е.А. Оптимизация многомерных информационно-измерительных систем. – Новосибирск: Наука, 2009. – 456 с.

*Статья поступила в редакцию 05.03.2012*

**Бакалов Валерий Пантелеевич**

доктор технических наук, профессор, завкафедрой ТЭЦ ФГОБУ ВПО «СибГУТИ»  
тел. 286-80-25; e-mail: bvp@sibsutis.ru

**Черных Юлия Сергеевна**

ст. преподаватель кафедры ТЭЦ ФГОБУ ВПО «СибГУТИ»  
тел. 286-80-25

**Lateral Communication Principles Application for Discrete Signals Processing**

**V.P. Bakalov, Y.S. Chernykh**

This paper considers application problems of lateral feedback for discrete signal processing. Different implementation schemes of lateral feedback principles while discrete signal processing are considered. It is demonstrated that lateral feedback principle allows to enhance substantially noise immunity of digital signal processing as compared with the known algorithms. Gain equalization of noise immunity for different implementation schemes of discrete filters with lateral feedback is obtained.

*Keywords:* digital signal processing, lateral, feedback, noise immunity, discrete filters with lateral feedback.