

О потенциальной скорости передачи информации в инфокоммуникационных сетях с латеральными связями

В.П. Бакалов, Ю.С. Черных

В статье рассматриваются инфокоммуникационные сети с латеральными обратными связями (ЛОС). Определяется потенциальная скорость передачи информации в многоканальных, многоуровневых сетях с различной структурой охвата ЛОС: сети с межслойными и внутрислойными ЛОС, а также сети с иерархической структурой при действии флуктуационных помех как в каналах передачи, так и в каналах ЛОС.

Ключевые слова: инфокоммуникационные сети, латеральные связи, скорость передачи информации, помехи в каналах с ЛОС.

1. Введение

Точность и скорость передачи информации являются одними из важнейших характеристик систем связи, определяющих их помехоустойчивость и эффективность [1]. В последнее время всё большее распространение получает метод повышения помехоустойчивости многоканальных инфокоммуникационных систем, основанный на использовании принципа «латеральных обратных связей» (ЛОС), широко реализуемый в различных биологических системах [2].

В работе [3] рассмотрены методы повышения помехоустойчивости дискретных фильтров с помощью принципа ЛОС. В данной работе исследуются вопросы, связанные с оценкой потенциальной скорости передачи информации в инфокоммуникационных сетях с ЛОС при воздействии помех.

2. Потенциальная скорость передачи информации в сетях с внутрислойными ЛОС

Рассмотрим многоканальную инфокоммуникационную сеть (в дальнейшем сеть), состоящую из n идентичных каналов и m слоёв, каждый из которых охвачен ЛОС по слоевому принципу. Структурная схема подобной системы изображена на рис. 1 с помощью графа $G[B, X]$, узлы (функциональные элементы (ФЭ)) которого $x \in X$ отображают преобразованное значение информационного параметра с учётом помех, а ветви $b \in B$ операции преобразования в прямых каналах и каналах ЛОС.

Если предположить, что на входы всех каналов поступают сообщения с нормальным распределением вероятностей мгновенных значений, занимающие один и тот же частотный спектр Δf , то скорость передачи информации на выходе первого слоя любого из n -каналов можно определить по формуле Шеннона [4]

$$R_1(\hat{x}) = \Delta f \ln(1 + 1/\varepsilon), \quad (1)$$

где ε – среднеквадратическая ошибка (СКО) на выходе 1-го слоя; Δf – полоса пропускания канала.

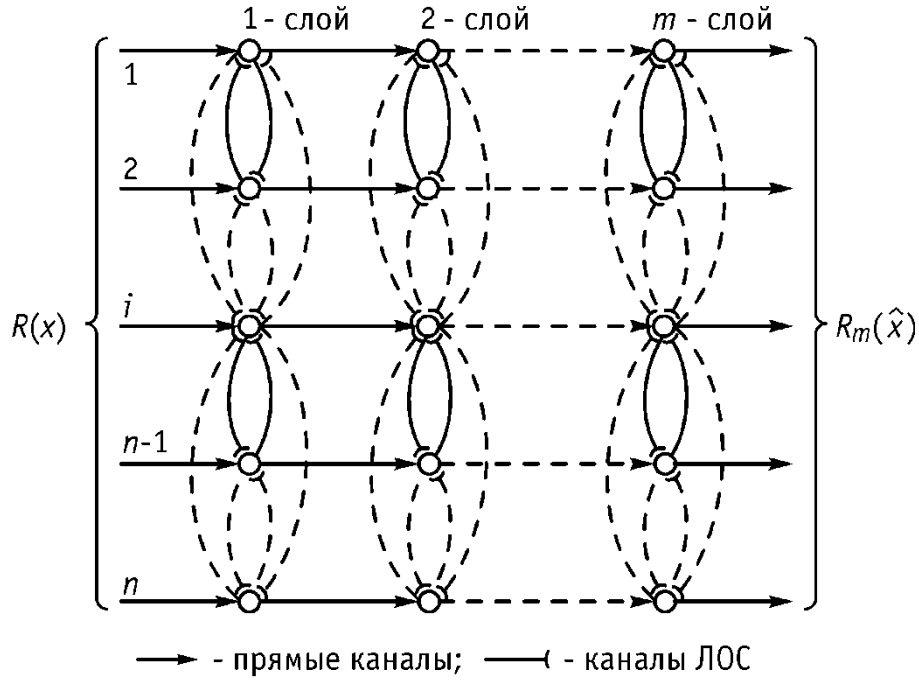


Рис. 1. Структурная схема многоканальной системы со слоевыми ЛОС

В работе [3] показано, что подобная система может обеспечить существенный выигрыш по помехоустойчивости по сравнению с системами без ЛОС. Причём соответствующим подбором передаточной функции каналов с ЛОС можно добиться, что выигрыш на выходе каждого слоя будет пропорционален числу ЛОС. При этом, если бы ЛОС не вносили дополнительной погрешности, то СКО на выходе каждого последующего слоя уменьшилась бы в $(n-1)$ раз по отношению к СКО на выходе предшествующего слоя, что привело бы, согласно (1), к росту скорости передачи информации. Однако вследствие неидеальности ЛОС, в частности, конечности петлевого усиления [3], наличия шумов, а также возможной коррелированности сообщений в отдельных каналах, латеральные связи будут вносить собственные помехи, которые по своему характеру при $n \gg 1$ приближаются к нормальному флуктуационному шуму. Учитывая вышеизложенное и полагая, что источники ошибок от действия каждой ЛОС взаимно независимы, получим для СКО на выходе первого слоя

$$\varepsilon_1^2 = \frac{\varepsilon^2 + (n-1)^2 \varepsilon_{\text{Л}}^2}{(n-1)}, \quad (2)$$

где ε – СКО первого слоя, обусловленная действием флуктуационных помех; $\varepsilon_{\text{Л}}$ – СКО, вызванная действием ЛОС соседних $(n-1)$ каналов первого слоя.

Аналогичным образом можно определить СКО на выходе второго слоя

$$\varepsilon_2^2 = \frac{\varepsilon^2 + \varepsilon_{\text{Л}}^2 [(n-1)^2 + (n-1)^3]}{(n-1)^2} \quad (3)$$

и на выходе m -го слоя

$$\varepsilon_m^2 = \frac{\varepsilon^2 + \varepsilon_{\text{Л}}^2 \sum_{k=2}^{m+1} (n-1)^k}{(n-1)^m} = \frac{\varepsilon^2 + \varepsilon_{\text{Л}}^2 \left\{ \frac{(n-1)^{m+1} - 1}{n-2} + n(n^m - 1) \right\}}{(n-1)^m}. \quad (4)$$

При $n \gg 1$ получим

$$\varepsilon_m^2 \simeq \frac{\varepsilon^2}{n^m} + n \varepsilon_{\text{Л}}^2 \quad (5)$$

Как следует из (5), для получения минимальной СКО и максимальной скорости $R_m(\hat{x})$

$$R_m(\hat{x}) = \Delta f \ln(1 + 1/\varepsilon_m) \quad (6)$$

необходимо увеличивать число слоёв m . При $m \gg 1$ можно считать, что $\varepsilon_m^2 \approx n \varepsilon_L^2$, т.е. СКО на выходе m -слоя полностью определяется СКО ε_L^2 ЛОС и числом каналов.

Оптимальное число ЛОС в слое, минимизирующих СКО и максимизирующих $R(x)$, можно определить из условия

$$\frac{d}{dn} \{ \varepsilon_m^2 \} = 0,$$

откуда с учётом (5)

$$n_0 = m+1 \sqrt{\left(\frac{\hat{\varepsilon}^2}{\varepsilon_L^2} \right)}, \quad \text{где } \hat{\varepsilon}^2 = m \varepsilon^2 \quad (7)$$

или

$$\ln n_0 = \frac{2}{m+1} \{ \ln \hat{\varepsilon} - \ln \varepsilon_L \}.$$

При этом ε_m^2 достигает минимального значения

$$\min \varepsilon_m^2 = m+1 \sqrt{\varepsilon^{2m} \cdot \varepsilon_L^2} + m+1 \sqrt{\varepsilon^2 \cdot \varepsilon_L^{2m}}, \quad (8)$$

а $R_m(x)$ максимального.

На рис. 2 изображён график нормированной зависимости $R_H(n) = \frac{R_m(\hat{x})}{R_1(\hat{x})}$ от n при значениях $\varepsilon^2 = 0.1$ и $\varepsilon_L^2 = 0.01$ для нескольких уровней m .

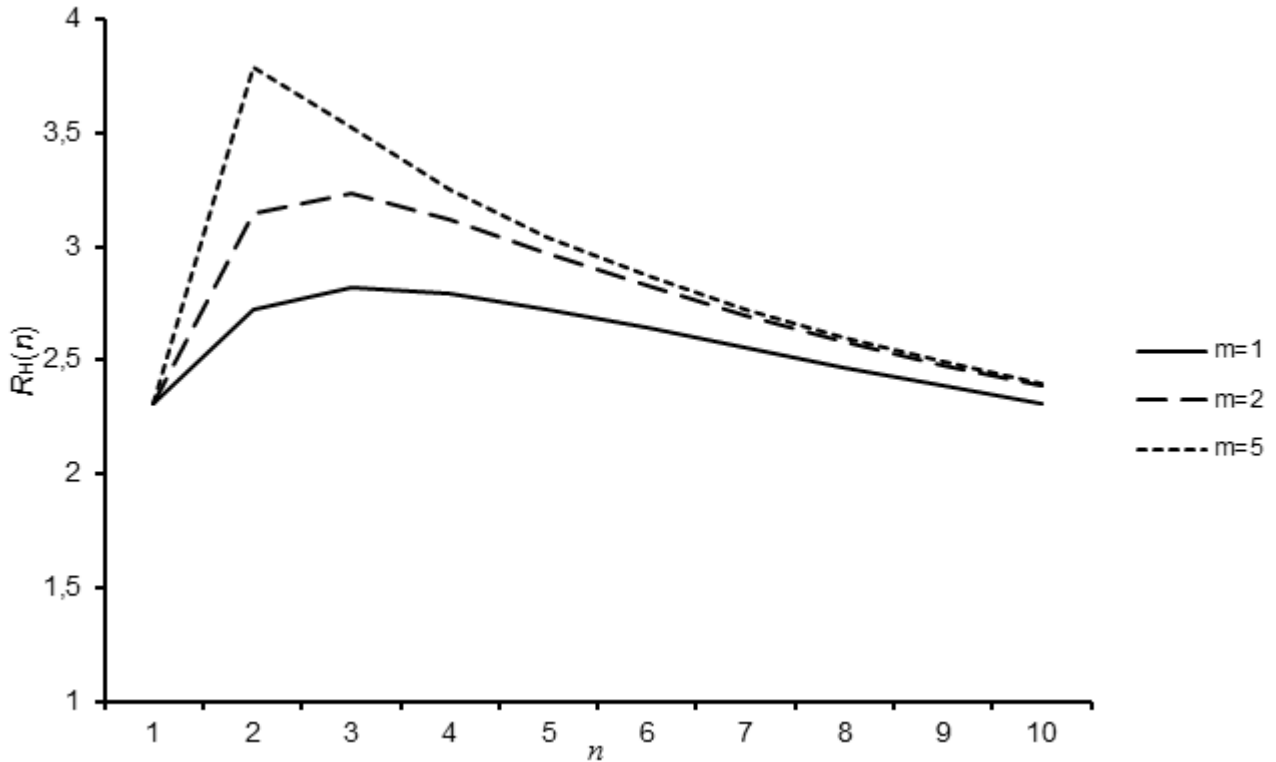


Рис. 2. Нормированное значение скорости передачи информации на выходе системы со слоевыми ЛОС

Из формул (5), (6) и рис. 2 видно, что в общем случае скорость передачи на выходе системы при $m \gg 1$ и $n > 1$ и неизменной Δf растёт до определённого максимума пропорционально m , а затем начинает уменьшаться в основном за счёт увеличения ошибок, вносимых ЛОС. Поэтому их число сверх n_0 увеличивать невыгодно. Однако минимальное число каналов, охватываемых ЛОС, определяется обычно количеством передаваемых параметров, поэтому варьировать величиной n в широких пределах затруднительно. Максимально допустимое число ЛОС можно приближённо определить из условия:

$$n_{\max} < \varepsilon^2 / \varepsilon_{\text{л}}^2. \quad (9)$$

3. Потенциальная скорость передачи информации в сетях с межслойными и внутрислойными ЛОС

Рассмотрим теперь сеть с ЛОС между соседними слоями (межслойные ЛОС) и внутрислойными ЛОС (рис. 3).

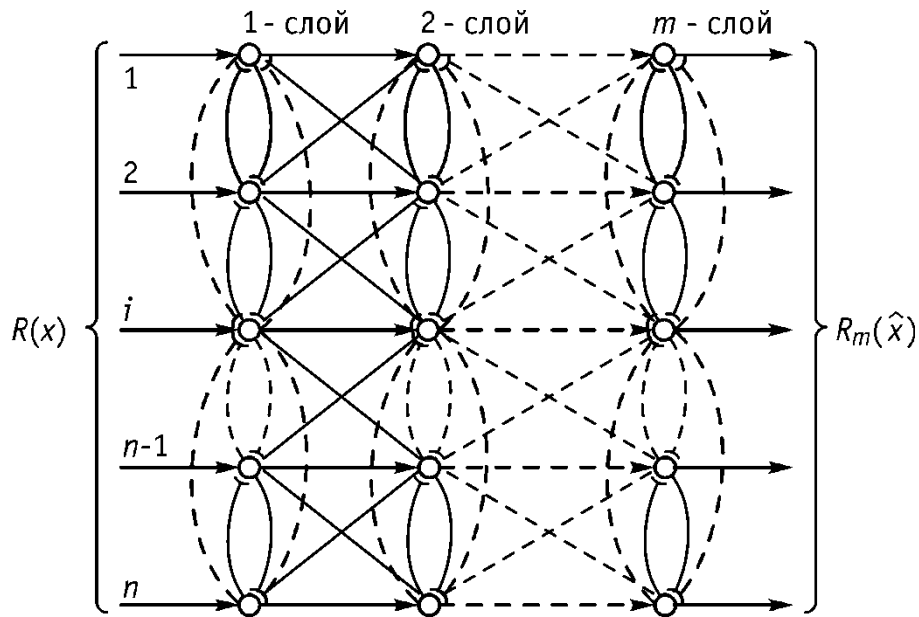


Рис. 3. Структурная схема со внутрислойными и межслойными ЛОС

По аналогии с предыдущим можно показать, что СКО на выходе m -го слоя подобной сети определится уравнением

$$\varepsilon_m^2 = \frac{2\varepsilon^2 + \varepsilon_{\text{л}}^2 \left\{ \frac{[2(n-1)]^{m+1} - 1}{2n-3} + 2n[(2n)^m - 1] + 1 \right\}}{[2(n-1)]^m}, \quad (10)$$

или при $n \gg 1$

$$\varepsilon_m^2 = \frac{2\varepsilon^2}{(2n)^m} + 2n\varepsilon_{\text{л}}^2. \quad (11)$$

Сравнение (11) и (4) показывает, что при $n \gg 1$ СКО для второй схемы $\varepsilon_m^2 \simeq 2n\varepsilon_{\text{л}}^2$ оказывается выше, а скорость передачи $R_m(\hat{x})$ меньше, чем для первой. Поэтому её использование рационально только при малых $\varepsilon_{\text{л}}$ и n в многоканальных системах в условиях относительно сильных помех ε от малого числа мешающих источников. Оптимальное число ЛОС, минимизирующее значение $\varepsilon_{\min}$ для данной схемы, можно определить аналогичным образом:

$$n_0 = m+1 \sqrt{\frac{\hat{\varepsilon}^2}{2^m \varepsilon_{\text{л}}^2}}. \quad (12)$$

На рис. 4 приведены графики зависимости $R_H(\hat{\chi})$ от n при тех же значениях ε , $\varepsilon_{\text{л}}$ и m для этого случая.

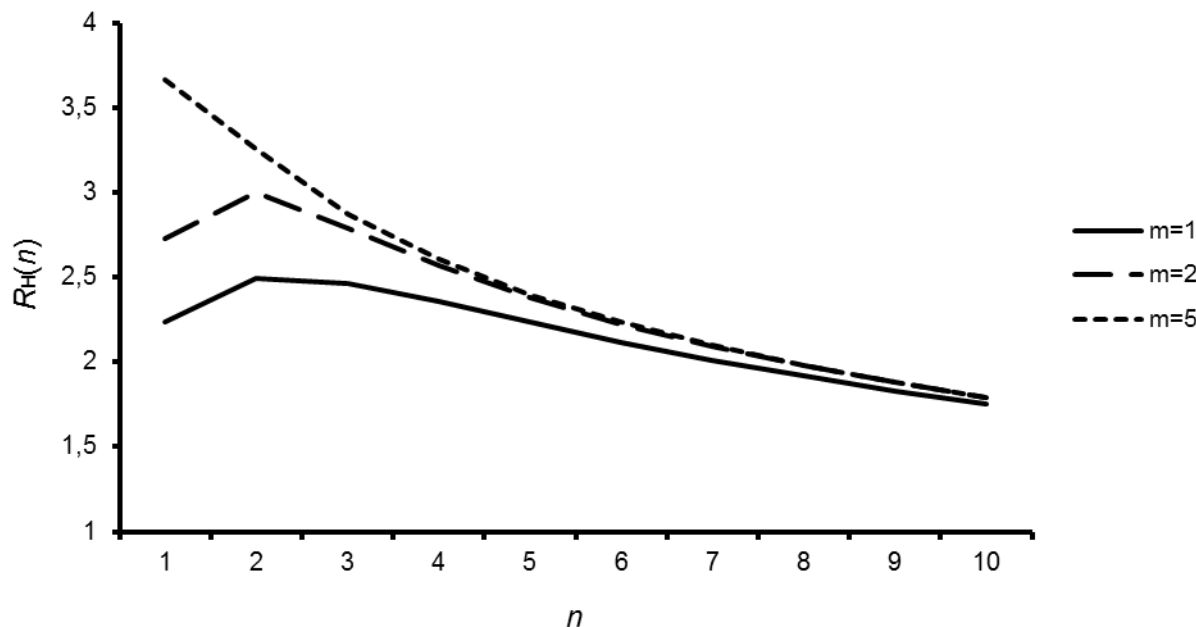


Рис. 4. Нормированное значение скорости передачи информации на выходе системы со слоевыми и межслойными ЛОС

Из полученных графиков видно, что в этом случае скорость передачи информации не так резко зависит от уровня m .

4. Потенциальная скорость передачи информации в иерархической сети с конвергенцией путей передачи информации

В заключение рассмотрим особенности функционирования, перспективы использования и эффективность ЛОС, реализующихся в сенсорных системах [2]. Отличительной особенностью сенсорных систем является конвергенция афферентных путей передачи информации и иерархическая соподчинённость отдельных уровней. Причём по мере движения вверх по иерархии (с увеличением порядкового номера слоя m) число внутриуровневых и межуровневых латеральных связей уменьшается, ограничиваясь целой частью числа (рис. 5):

$$n_k = \left\{ \frac{n}{k} \right\}, \quad (13)$$

где k – порядковый слой; n_k – число внутриуровневых и межуровневых ЛОС.

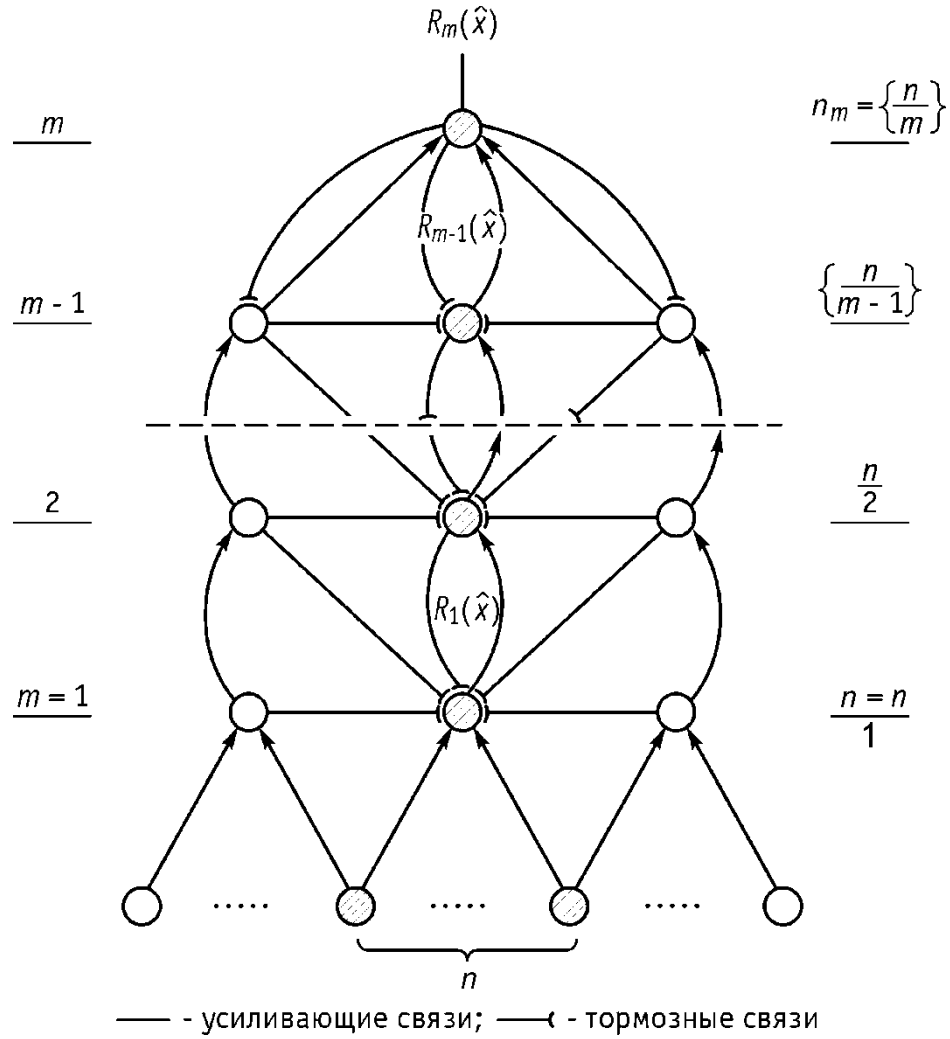


Рис. 5. Иерархическая схема с межслойными и внутрислойными ЛОС

Тогда суммарный поток входной информации для m -уровневой системы определится формулой

$$R(\hat{x}) = 2n^m \Delta f \ln \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_0} \right), \quad (14)$$

где ε_0 – относительная ошибка.

Принимая во внимание возможность суммирования квадратов СКО, обусловленных взаимным влиянием латеральных связей, получим выходную скорость передачи информации для первого уровня:

$$R_1(\hat{x}) = 2k_1 n \Delta f \ln \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{n^{3/2} \varepsilon_0} \right). \quad (15)$$

Аналогично для второго уровня

$$R_2(\hat{x}) = 2k_2 n^2 \Delta f \ln \left(1 + \frac{2\sqrt{3}}{n^3 \varepsilon_0} \right) \quad (16)$$

и для m -го уровня

$$R_m(\hat{x}) = 2k_m n^m \Delta f \ln \left[1 + \frac{\sqrt{[(m-1)!]^3 m^2 (m+1)}}{\varepsilon_0 \sqrt{n^{3m}}} \right], \quad (17)$$

где k_m – коэффициент пропорциональности, характеризующий изменение полосы пропускания каналов связи на m -ом уровне.

Выразив $R_m(\hat{x})$ через $R(\hat{x})$, из (14) получим

$$R_m(\hat{x}) = k_m \frac{R(\hat{x})}{\ln \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_0} \right)} \times \times \ln \left\{ 1 + \frac{1}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{[(m-1)!]^3 m^2 (m+1) \left[2\Delta f \ln \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_0} \right) \right]^3}{R^3(\hat{x})}} \right\}. \quad (18)$$

На рис. 6 представлена зависимость $R_m(\hat{x}) = f[R(\hat{x})]$ для первого уровня, а на рис. 7 – для третьего уровня, построенные по формуле (18). Устремив в уравнении (18) $R(\hat{x})$ к бесконечности, получим

$$\lim_{R(\hat{x}) \rightarrow \infty} R_1(\hat{x}) = 0. \quad (19)$$

Для m -го уровня при $m \gg 1$ формулу (17) можно переписать в следующем виде:

$$R_m(\hat{x}) = 2k_m n^m \Delta f \ln \left[1 + \frac{1}{\varepsilon_0} \sqrt{\left(\frac{m!}{n^m} \right)^3} \right]. \quad (20)$$

Используя в (20) асимптотическое разложение Стирлинга, получим

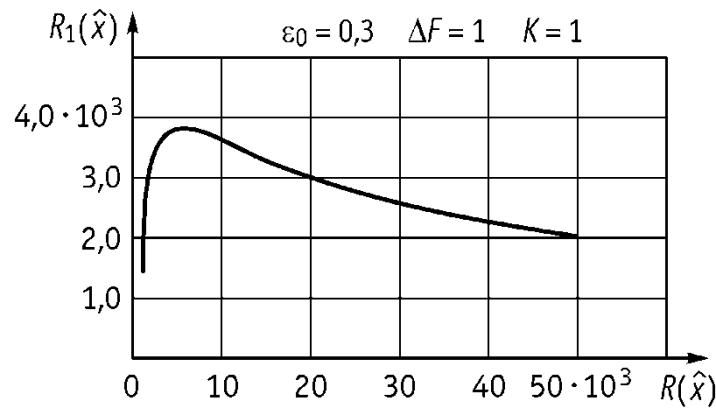


Рис. 6. Зависимость скорости передачи информации на выходе первого уровня иерархической системы от входного потока

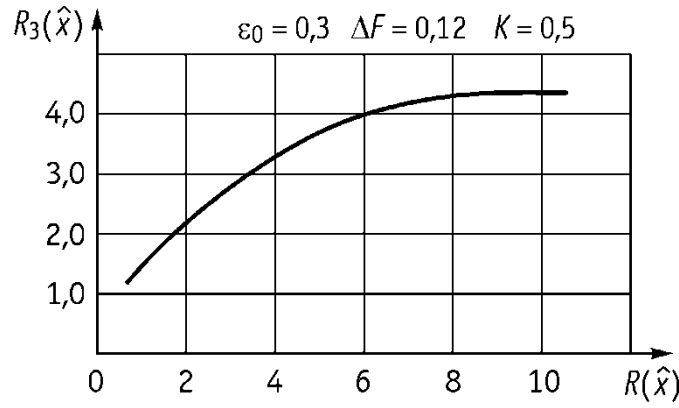


Рис. 7. Зависимость скорости передачи информации на выходе третьего уровня иерархической системы от входного потока

$$R_m(\hat{\chi}) = 2k_m n^m \Delta f \ln \left[1 + \frac{1}{\varepsilon_0} \sqrt{\left(\frac{m^m \sqrt{2\pi m}}{n^m e^m} \right)^3} \right]. \quad (21)$$

Учитывая, что $\{n_k\}_{\min} = 1$, найдём из (21) предельное значение $R_m(\hat{\chi})$ на m -уровне:

$$\lim_{R(\hat{\chi}) \rightarrow \infty} R_m(\hat{\chi}) = \infty. \quad (22)$$

Из сравнения уравнений (19) и (22) видно, что характер зависимости $R_m(\hat{\chi}) = f[R(\hat{\chi})]$ на m -уровне существенно изменился по сравнению с первым уровнем (см. рис. 6, 7). Это различие можно интерпретировать следующим образом: на первом уровне ($m = 1$) после достижения экстремума уменьшение $R_1(\hat{\chi})$ с ростом $R(\hat{\chi})$ объясняется подавляющим действием помех и латерального торможения, за счёт чего быстро растёт СКО. По мере увеличения номера слоя число как внутриуровневых, так и межуровневых латеральных связей уменьшается, в результате чего снижается и уровень вносимых ими помех, что в конечном итоге при достаточно большом m приводит к стабилизации $R_m(\hat{\chi})$, а затем и к его росту с увеличением $R(\hat{\chi})$. Для принятых значений параметров канала (см. рис. 6) это достигается уже при $m = 3$. На самом верхнем уровне при $m = n$ имеем наибольшую скорость нарастания выходного потока $R_m(\hat{\chi})$. Характерно, однако, что с увеличением уровня относительное значение скорости передачи информации в принципе уменьшается. Действительно, составив отношение $k = R_m(\hat{\chi})/R(\hat{\chi})$ и перейдя к пределу с учётом (14) и (21), найдём

$$\lim_{R(\hat{\chi}) \rightarrow \infty} k = 0, \quad (23)$$

и, таким образом, получаем результат, который наблюдается в реальных сенсорных системах [2]: с увеличением иерархического уровня скорость передачи информации замедляется. Причём это уменьшение в данном случае обусловлено исключительно влиянием помех. Если не принимать во внимание конвергенцию, то представленная схема ЛОС аналогична рассмотренной ранее.

5. Заключение

Получены оценки потенциальной скорости передачи информации в инфокоммуникационных сетях с внутрислойными и межслойными ЛОС, а также в иерархических сетях с ЛОС и конвергенцией путей передачи информации.

Показано, что для сетей со слоевыми и межслойными ЛОС существует оптимальное число связей, определяемых условиями (7), (12), максимизирующие скорость передачи информации. Установлено, что максимальная скорость передачи многоканальной информации со слоевыми ЛОС в основном определяется ошибками, вносимыми латеральными связями, поэтому число их не должно быть слишком большим.

Определены предельные соотношения для скорости передачи информации на выходе отдельных слоёв в условиях флуктуационной помехи в системе с межслойными и внутрислойными ЛОС.

Показано, что при большом числе каналов СКО на выходе сети со слоевыми и межслойными ЛОС в два раза больше, а скорость меньше, чем для сети со слоевыми ЛОС. В этой связи комбинированные ЛОС (межслойные и внутрислойные) целесообразно использовать только в условиях относительно сильных помех от малого числа мешающих источников.

Полученные уравнения для потенциальной скорости в иерархических сетях показали, что с увеличением числа уровней, охваченных ЛОС, относительное значение скорости передачи информации уменьшается, и это уменьшение обусловлено исключительно влиянием помех.

Литература

1. Зюко А.Г. Помехоустойчивость и эффективность систем связи. – М.: Связь, 1972. – 360 с.
2. Теория связи в сенсорных системах – М.: Мир, 1964. – 811 с.
3. Бакалов В.П., Черных Ю.С. Использование принципа латеральных связей для обработки дискретных сигналов. – Вестник СибГУТИ, № 1, 2012. – с.
4. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике: Пер. с англ. – М.: изд-во иностр. литературы, 1963. – 832 с.

Статья поступила в редакцию 07.06.2012

Бакалов Валерий Пантелеевич

доктор технических наук, профессор, зав.кафедрой ТЭЦ ФГОБУ ВПО «СибГУТИ»,
тел. 286-80-25, e-mail: bvp@sibsutis.ru

Черных Юлия Сергеевна

ст. преподаватель кафедры ТЭЦ ФГОБУ ВПО «СибГУТИ»,
тел. 286-80-25

About Potential Information Rate in Info-communication Networks with Lateral Connection

V.P. Bakalov, U.S. Chernykh

In this paper, info-communication networks with lateral feedback connection are considered. Potential information rate in multi-channel, multilayer networks with different structure of lateral feedback connection coverage, networks with interlayer LFC are defined. Networks with hierarchical structure together with fluctuating noises in transmission channels as well as in LFC channels are defined.

Keywords: info-communicative networks, lateral connections, information rate, noises in channels with LFC.