

Исследование пространственно-временной корреляционной модели для радиосистем с разносом передачи

Р.С. Тимощук, В.И. Носов

Исследование помехоустойчивости MISO-систем различных порядков, представленное в данной статье, использует в качестве математической основы теорию разнесённого приёма сигналов по коррелированным каналам связи. В ходе исследования выводится обобщённый коэффициент пространственной корреляции. На основе теории квазиортogonalного пространственно-временного кодирования выводится коэффициент взаимной корреляции векторов передаваемых сигналов. Используя коэффициент множественной корреляции, учитывающий влияние двух указанных выше факторов, строится матрица коэффициентов передачи канала. Оценка помехоустойчивости MISO-систем N -порядка выполнена на основе функции вероятности ошибки, вычисленной при помощи собственных чисел матрицы коэффициентов передачи канала. Приведены графики зависимости коэффициента битовых ошибок от отношения сигнал/шум, рассчитанные теоретически для нескольких частных случаев. Для подтверждения полученных теоретических результатов приводятся характеристики помехоустойчивости различных MISO-систем N -порядка, полученные с помощью компьютерного моделирования в среде MATLAB.

Ключевые слова: пространственно-временное кодирование, код Аламоути, разнос передачи, борьба с замираниями, беспроводная радиосвязь, пространственная корреляция.

1. Введение

В современных беспроводных телекоммуникациях техника MISO (Multiple Input Single Output) является многообещающим подходом, с помощью которого можно достичь хорошей помехоустойчивости системы радиосвязи за счёт повышения спектральной эффективности. Спектральная эффективность, которую удастся достичь в системах MISO, зависит от ряда факторов, таких как средняя мощность принимаемого сигнала, тепловой шум приёмника, а также межканальная интерференция. Более того, в многомерных статистических средах эффект замираний играет ключевую роль в производительности системы MISO. Таким образом, для расчёта помехоустойчивости системы MISO необходимо учитывать модель пространственной корреляции, которая влияет на основные характеристики передаваемого сигнала.

Корреляционная пространственно-временная модель передачи канала связи представляет собой математическую модель, позволяющую описать характеристики распространения сигналов в пространстве с учётом эффекта пространственной корреляции и взаимной корреляции сигналов, кодированных с помощью пространственно-временных кодов. С помощью корреляционной модели передачи канала возможно оценить коэффициент вероятности ошибки для цифровой системы связи, с характеристиками, максимально приближёнными к характеристикам реальных систем радиосвязи.

Корреляция в MISO-системах в последнее время вызывает большой интерес и часто исследуется в литературе [1 – 6], при этом предлагаются различные модели, описывающие её характеристики. В данной статье описывается корреляционная модель для MISO-системы N -порядка, учитывающая пространственную корреляцию сигналов и взаимную корреляцию сигналов, кодированных квазиортогональным кодом, передаваемых одновременно с нескольких антенн.

В современной литературе достаточно широко освещён вопрос создания новых помехоустойчивых ортогональных STBC кодов, поскольку они обеспечивают лучшую помехоустойчивость по сравнению с другими видами пространственно-временного кодирования. При этом данные коды не могут теоретически обеспечить полную скорость кода, а также сложны в декодировании. Квазиортогональные пространственно-временные коды способны обеспечить полную скорость кодирования и при этом имеют достаточно низкую сложность декодирования, т.к. основываются на простейшей схеме Аламоути. Поэтому их использование может быть оптимальным при разработке новых систем радиосвязи.

В научных исследованиях [2, 7 – 11], посвящённых классической теории разнесённого приёма, подробно изучается эффект корреляции между приёмными антеннами, а также его влияние на помехоустойчивость приёма. В настоящее время, с появлением STBC кодов, использующих множественные передающие антенны, большой интерес представляет исследование не только пространственной корреляции сигналов между передающими антеннами, но и корреляция векторов излучаемых сигналов при пространственно-временном кодировании. Влияние этих двух факторов корреляции должно учитываться при оценке помехоустойчивости современных MISO-систем радиосвязи.

В целях оценки потенциальной помехоустойчивости в современной и классической литературе приводится множество формул функций вероятности ошибки, выведенных в аналитическом виде, для частных случаев систем или моделей радиоканалов, например, для случая с 2-мя передающими антеннами и отсутствием корреляции [3], или для случая множественного приёма без использования кодов STBC (Space Time Block Code) [9], или для случая идеального ортогонального STBC-кода [4]. Указанные частные случаи не отражают характеристики реальных систем радиосвязи. Поэтому разработка универсальной методики оценки помехоустойчивости, учитывающей все факторы, необходима для достоверного прогнозирования полной вероятности ошибки для проектируемых устройств.

Основной целью проводимых исследований является создание математической модели для расчёта характеристик систем радиосвязи и оценки эффекта увеличения помехоустойчивости при увеличении числа передающих антенн, с учётом корреляции между разнесёнными антеннами и корреляции между символами квазиортогональных кодов.

2. Модель пространственной корреляции

Модель корреляции рассматривается исходя из предположения, что корреляция между приёмными антеннами независима от корреляции между передающими антеннами. Другими словами, предполагаем, что только близкорасположенные антенны оказывают влияние друг на друга и не оказывают никакого влияния на корреляцию между антеннами, находящимися на другом конце радиолинии. Это допущение учитывает разные условия распространения сигнала, например, условия плотной застройки [5].

Пространственная корреляция, согласно [14], для MIMO-канала с плоскими замираниями определяется выражением

$$\mathbf{R}_{\mathbf{H}} = \mathbf{E}[\text{vec}(\mathbf{H})\text{vec}(\mathbf{H})^{\mathbf{H}}], \quad (1)$$

где $\text{vec}(\mathbf{H})$ обозначает вектор размера $N_r \times N_t$, составленный из столбцов матрицы \mathbf{H} ; N_r – количество приёмных антенн; N_t – количество передающих антенн; \mathbf{H} – матрица отношений энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума размера $N_r \times N_t$.

Согласно [15], матрица пространственной корреляции для системы MIMO определяется формулой:

$$\mathbf{R}_H = \mathbf{R}_{TX}^T \otimes \mathbf{R}_{RX}, \quad (2)$$

где \otimes - оператор Кронекера; $()^T$ – транспонирование матрицы.

Матрицы \mathbf{R}_{TX} и \mathbf{R}_{RX} определяются следующими ковариационными матрицами:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{TX} &= \mathbf{E}[(h^q)^H h^q], \text{ для всех } q = 1, 2, \dots, N_r, \\ \mathbf{R}_{RX} &= \mathbf{E}[h_p (h_p)^H], \text{ для всех } p = 1, 2, \dots, N_t, \end{aligned} \quad (3)$$

где h^q – это q -ая строка матрицы \mathbf{H} ; h_p – p -й столбец матрицы \mathbf{H} .

В случае, когда коэффициент корреляции сигналов в соседних антеннах на передающем конце равен r_{TX} и на приёмном конце равен r_{RX} , для определения матрицы коэффициента корреляции используются следующие выражения [9, 14]:

$$\mathbf{R}_{TX} = \begin{bmatrix} 1 & r_{TX} & r_{TX}^2 & \dots & r_{TX}^{N_t-1} \\ r_{TX} & 1 & r_{TX} & \dots & \dots \\ r_{TX}^2 & r_{TX} & 1 & \dots & r_{TX}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & r_{TX} \\ r_{TX}^{N_t-1} & \dots & r_{TX}^2 & r_{TX} & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{R}_{RX} = \begin{bmatrix} 1 & r_{RX} & r_{RX}^2 & \dots & r_{RX}^{N_r-1} \\ r_{RX} & 1 & r_{RX} & \dots & \dots \\ r_{RX}^2 & r_{RX} & 1 & \dots & r_{RX}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & r_{RX} \\ r_{RX}^{N_r-1} & \dots & r_{RX}^2 & r_{RX} & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

В случае системы типа MISO (множественная передача, одиночный приём) результирующая матрица равна R_{TX} .

2.1. Коэффициент корреляции сигналов в двух соседних антеннах

В случае типовых условий распространения сигнала, радиоволны приходят на приёмник с определённой азимутальной расходимостью. Это рассеивание мощности при многолучевом приёме описывается функцией $p(\theta)$, где θ – азимутальный угол. Угловое рассеивание Λ – очень важный параметр распространения сигнала, который определяет коэффициент рассеивания, и выражается формулой [7]:

$$\Lambda = \sqrt{1 - \frac{|F_1|^2}{|F_0|^2}}, \quad F_n = \int_0^{2\pi} p(\theta) \exp(jn\theta) d\theta, \quad (5)$$

где F_n – n -й комплексный коэффициент Фурье функции $p(\theta)$.

Угловое рассеивание Λ принимает значения от 0 до 1, где 0 обозначает один луч, принимаемый с одного направления, а 1 означает одинаковую рассеянную мощность по всем направлениям приёма.

Определение углового рассеивания Λ имеет большое практическое значение, поскольку оно напрямую связано с замираниями сигнала в локальной зоне [2]. Среднеквадратическая скорость изменения замираний R в канале Релея связана с угловым рассеиванием по формуле

$$E \left\{ \left(\frac{dR}{dd} \right)^2 \right\} = \frac{k \Lambda^2}{4} E \{ R^2 \}, \quad (6)$$

где k – волновое число; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$; d – расстояние; $E \{ R^2 \}$ – среднеквадратическая скорость замираний в локальной зоне.

Приведённая формула позволяет сделать вывод, что скорость замираний уменьшается, когда сигнал концентрируется по одному направлению приёма.

В качестве примера рассмотрим ситуацию, когда рассеянная энергия поступает на вход приёмника с непрерывного диапазона азимутальных углов (рис. 1). Тогда функция $p(\theta)$ будет иметь вид

$$p(\theta) = \begin{cases} P_T & : \theta_0 \leq \theta \leq \theta_0 + \alpha \\ 0 & : \text{в любом другом случае} \end{cases} \quad (7)$$

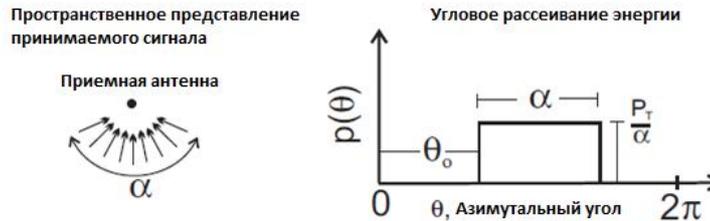


Рис. 1 – Угловое рассеивание мощности $p(\theta)$

Угол α – обозначает ширину сектора принимаемого рассеянного сигнала (в радианах), а угол θ_0 – начальный угол сдвига. Исходя из формулы (5) среднее угловое рассеивание для такого случая равно

$$\Lambda = \frac{\sqrt{\alpha^2 - 2 + 2 \cos \alpha}}{2\alpha}. \quad (8)$$

Частные случаи выражения (8) дают лучшее понимание определения углового рассеивания. Приём сигнала с одного направления соответствует $\alpha=0$, что приводит к результату $\Lambda=0$. Если сигнал принимается со всех сторон, то тогда $\alpha = 2\pi$, что даёт результат $\Lambda = 1$.

Пространственная взаимная корреляция сигналов на выходах передающих антенн является важным параметром для разработчиков передающих устройств, использующих пространственный разнос. Пространственная взаимно-корреляционная функция $p(d)$ определяет, насколько далеко должны отстоять антенны друг от друга для того, чтобы замирания сигналов в них были декоррелированы. Точное вычисление $p(d)$ для реального углового рассеивания очень затруднительно и во многих случаях неоднозначно, зависит от направления движения z .

В связи с этим, функцию $p(d)$, с учётом усреднения по всем возможным азимутальным направлениям, можно вычислять приближённо

$$p(d) \approx \exp\left(-23\Lambda^2\left(\frac{d}{\lambda}\right)^2\right). \quad (9)$$

Данное выражение верно для относительно малых d , однако большинство практических применений пространственного разнеса используют именно такие расстояния между антеннами.

Замирания считаются достаточно декоррелированными, если $p(d) = 0.37$, что определяет статистическую длину корреляции [1]. Длина корреляции l_c взаимно-корреляционной функции – это значение, которое удовлетворяет следующему критерию:

$$p(l_c) = \exp(-1). \quad (10)$$

Применяя это определение к (9), получим, что усреднённая длина корреляции определяется выражением

$$l_c = \frac{\lambda}{\Lambda\sqrt{23}}. \quad (11)$$

Данное выражение аналитически демонстрирует, как длина корреляции возрастает при уменьшении углового рассеивания Λ . В случае всенаправленного рассеивания мощности при приёме ($\Lambda = 1$) длина корреляции $l_c = 0.21\lambda$, что подтверждается классической теорией разнесения [1]. Из этого следует, что для получения величины коэффициента корреляции сигналов на выходах соседних антенн $p(d) = 0.37$ необходимо их разнести на $l_c = 0.21\lambda$.

На рис. 2 показаны зависимость коэффициента корреляции $p(d)$ от расстояния между антеннами d при угловом рассеивании $\Lambda = 0.2475$ [7].

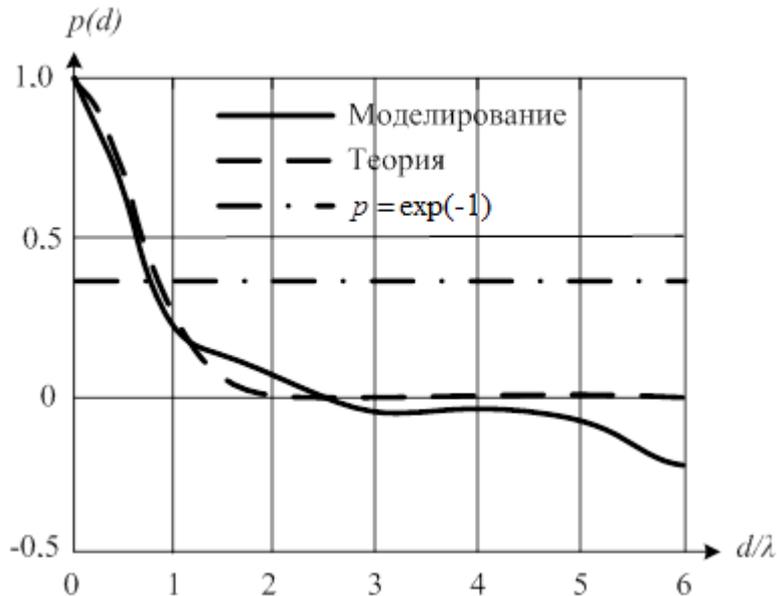


Рис. 2 – Зависимость коэффициента корреляции $p(d)$ от расстояния между антеннами d при угловом рассеивании $\Lambda = 0.2475$

3. Корреляция квазиортогонального пространственно-временного кода

Степень корреляции между передаваемыми сигналами зависит от степени разноса между передаваемыми кодовыми словами (векторами сигналов). Наименьшая корреляция сигналов достигается при использовании ортогональных способов передачи. Согласно определению, ортогональными называются сигналы, которые изменяются независимо и имеют нулевую корреляцию.

Ортогональность кода достигается при использовании техники кодирования Аламути, которая применяет 2 передающие антенны. При большем количестве передающих антенн используются другие ортогональные коды, в т.ч. и с задержкой по времени. Ортогональность обеспечивается за счёт снижения скорости кода.

Хорошим примером ортогональных кодов могут служить коды Тароха:

$$C_{4,1/2} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \\ -s_2 & s_1 & -s_4 & s_3 \\ -s_3 & s_4 & s_1 & -s_2 \\ -s_4 & -s_3 & s_2 & s_1 \\ \overline{s_1} & \overline{s_2} & \overline{s_3} & \overline{s_4} \\ -\overline{s_2} & \overline{s_1} & \overline{s_4} & \overline{s_3} \\ -\overline{s_3} & \overline{s_4} & \overline{s_1} & -\overline{s_2} \\ -\overline{s_4} & -\overline{s_3} & \overline{s_2} & \overline{s_1} \end{bmatrix}, \quad C_{4,3/4} = \begin{bmatrix} \overline{s_1} & \overline{s_2} & s_3 & 0 \\ -\overline{s_2} & s_1 & 0 & s_3 \\ -s_3 & 0 & \overline{s_1} & -s_2 \\ 0 & -s_3 & \overline{s_2} & s_1 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Данные коды достигают скоростей $r_c=1/2$ и $r_c=3/4$ соответственно.

Снижения скорости кода можно избежать, используя рекурсивное правило построения комплексного кода Уолша – Адамара для кодов высоких порядков. Полученный код даёт частичную ортогональность, т.е. не все векторы передаваемых сигналов между собой ортогональны (квазиортогональные коды, Q-STBC), и обеспечивает неполный разнос, как например, код Джафархани

$$C_{4,1} = \begin{bmatrix} \overline{s_1} & \overline{s_2} & \overline{s_3} & \overline{s_4} \\ -\overline{s_2} & s_1 & -\overline{s_4} & s_3 \\ -s_3 & -s_4 & s_1 & s_2 \\ s_4 & -s_3 & -s_2 & s_1 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

В случае использования Q-STBC кодов скорость кода остаётся полной, равной единице, но при этом кодовые слова (векторы сигналов) становятся коррелированными. Например, критерий ортогональности для кода Джафархани соблюдается только для столбцов (1 и 2), (1 и 3), (2 и 4) и (3 и 4). Степень корреляции, а значит ортогональности, определяется коэффициентом r_{STBC} .

В общем случае $0 \leq r_{\text{STBC}} \leq 1$, а в случае ортогонального кодирования сигнала $r_{\text{STBC}} = 0$. В функциональном пространстве сигналов эта степень связи может выражаться в нормированных единицах коэффициента корреляции.

Коэффициент взаимной корреляции дискретных сигналов определяется через свёртку векторов по формуле [11]:

$$(f * g)[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \overline{f[m]} \cdot g[n+m], \quad (14)$$

где f и g – векторы дискретных сигналов; n – задержка между двумя функциями; $*$ – знак свёртки.

Поскольку коэффициент корреляции принимает значения $[-1; +1]$, то необходимо использовать нормированную свёртку векторов:

$$r_{\text{STBC}} = \frac{(f * g)}{\|f\| \cdot \|g\|}. \quad (15)$$

Для того чтобы проиллюстрировать использование формулы (15), применим её для расчёта коэффициента корреляции в схеме Аламоути

$$r_{\text{STBC2}} = \frac{(A_1 * A_2)}{|A_1| \cdot |A_2|}, \quad (16)$$

где $A_1 = (s_1, \overline{s_2})$ и $A_2 = (s_2, -\overline{s_1})$ – векторы передаваемых сигналов с первой и со второй антенны соответственно.

Вычислим комплексную свёртку двух векторов:

$$(A_1 * A_2) = s_1 \cdot \overline{s_2} + \overline{s_2} \cdot (-\overline{s_1}) = s_1 \cdot \overline{s_2} - \overline{s_2} \cdot \overline{s_1} = 0. \quad (17)$$

Таким образом, коэффициент корреляции для схемы Аламоути $r_{\text{STBC2}} = 0$.

В случае если сигнал передается по более, чем 2-м антеннам, для кодирования сигналов применяются методы квазиортогонального пространственно-временного блочного кодирования. В данном случае не все коэффициенты корреляции между передаваемыми сигналами будут равны нулю (табл. 1).

Таблица 1. Кодированная и передаваемая последовательности для схемы с четырёхканальной разнесённой передачей

	Антенна 1	Антенна 2	Антенна 3	Антенна 4
T	S_1	S_2	S_3	S_4
$t + T$	$\overline{S_2}$	$-\overline{S_1}$	$\overline{S_4}$	$-\overline{S_3}$
$t + 2T$	$\overline{S_3}$	$\overline{S_4}$	$-\overline{S_1}$	$-\overline{S_2}$
$t + 3T$	S_4	$-\overline{S_3}$	$-\overline{S_2}$	S_1

Докажем ортогональность векторов сигнала (1, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 4):

$$\begin{aligned}
 (A_1 * A_2) &= S_1 \cdot \overline{S_2} - \overline{S_2} \cdot S_1 + \overline{S_3} \cdot S_4 - S_4 \cdot \overline{S_3} = 0, \\
 (A_1 * A_3) &= S_1 \cdot \overline{S_3} + \overline{S_2} \cdot S_4 - \overline{S_3} \cdot S_1 - S_4 \cdot \overline{S_2} = 0, \\
 (A_2 * A_4) &= S_2 \cdot \overline{S_4} + \overline{S_1} \cdot S_3 - \overline{S_4} \cdot S_2 - S_3 \cdot \overline{S_1} = 0, \\
 (A_3 * A_4) &= S_3 \cdot \overline{S_4} - \overline{S_4} \cdot S_3 + \overline{S_1} \cdot S_2 - S_2 \cdot \overline{S_1} = 0.
 \end{aligned} \tag{18}$$

Принимая во внимание, что мощности, излучаемые со всех четырёх антенн, одинаковы, коэффициент корреляции между другими векторами (2, 3) и (1, 4) обозначим как r_{STBC4} (корреляция между двумя неортогональными векторами сигнала, кодированного квазиортогональным кодом).

Тогда матрица корреляции \mathbf{R}_{STBC4} для кода 4×4 выглядит следующим образом:

$$\mathbf{R}_{STBC4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & r_{STBC4} \\ 0 & 1 & r_{STBC4} & 0 \\ 0 & r_{STBC4} & 1 & 0 \\ r_{STBC4} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{19}$$

В случае передачи сигнала по 8-ми передающим антеннам, матрица комплексных значений сигнала будет выглядеть следующим образом (табл. 2):

Таблица 2. Кодированная и передаваемая последовательности для схемы восьмиканальной разнесённой передачи

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
T	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8
$t + T$	$\overline{S_2}$	$-\overline{S_1}$	$\overline{S_4}$	$-\overline{S_3}$	$\overline{S_6}$	$-\overline{S_5}$	$\overline{S_8}$	$-\overline{S_7}$
$t + 2T$	$\overline{S_3}$	$\overline{S_4}$	$-\overline{S_1}$	$-\overline{S_2}$	$\overline{S_7}$	$\overline{S_8}$	$-\overline{S_5}$	$-\overline{S_6}$
$t + 3T$	S_4	$-\overline{S_3}$	$-\overline{S_2}$	S_1	S_8	$-\overline{S_7}$	$-\overline{S_6}$	S_5
$t + 4T$	$\overline{S_5}$	$\overline{S_6}$	$\overline{S_7}$	$\overline{S_8}$	$-\overline{S_1}$	$-\overline{S_2}$	$-\overline{S_3}$	$-\overline{S_4}$
$t + 5T$	S_6	$-\overline{S_5}$	S_8	$-\overline{S_7}$	$-\overline{S_2}$	S_1	$-\overline{S_4}$	S_3
$t + 6T$	S_7	S_8	$-\overline{S_5}$	$-\overline{S_6}$	$-\overline{S_3}$	$-\overline{S_4}$	S_1	S_2
$t + 7T$	$\overline{S_8}$	$-\overline{S_7}$	$-\overline{S_6}$	$\overline{S_5}$	$-\overline{S_4}$	$\overline{S_3}$	$\overline{S_2}$	$-\overline{S_1}$

Векторы $(A_1, A_2), (A_1, A_3), (A_1, A_5), (A_1, A_8), (A_2, A_4), (A_2, A_6), (A_2, A_7), (A_3, A_4), (A_3, A_6), (A_3, A_7), (A_4, A_5), (A_4, A_8), (A_5, A_6), (A_5, A_7), (A_6, A_8), (A_7, A_8)$ попарно ортогональны, т.к. их скалярное произведение равно нулю.

Векторы (A_1, A_4) , (A_1, A_6) , (A_1, A_7) , (A_2, A_3) , (A_2, A_5) , (A_2, A_8) , (A_3, A_5) , (A_3, A_8) , (A_4, A_6) , (A_4, A_7) , (A_5, A_8) , (A_6, A_7) попарно не ортогональны, следовательно, коэффициент их корреляции не равен нулю.

Обозначим коэффициент корреляции между неортогональными векторами r_{STBC8} . Тогда матрица корреляции $\mathbf{R}_{\text{STBC8}}$ для кода 8×8 выглядит следующим образом:

$$\mathbf{R}_{\text{STBC8}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & r_{\text{STBC8}} & 0 & r_{\text{STBC8}} & r_{\text{STBC8}} & 0 \\ 0 & 1 & r_{\text{STBC8}} & 0 & r_{\text{STBC8}} & 0 & 0 & r_{\text{STBC8}} \\ 0 & r_{\text{STBC8}} & 1 & 0 & r_{\text{STBC8}} & 0 & 0 & r_{\text{STBC8}} \\ r_{\text{STBC8}} & 0 & 0 & 1 & 0 & r_{\text{STBC8}} & r_{\text{STBC8}} & 0 \\ 0 & r_{\text{STBC8}} & r_{\text{STBC8}} & 0 & 1 & 0 & 0 & r_{\text{STBC8}} \\ r_{\text{STBC8}} & 0 & 0 & r_{\text{STBC8}} & 0 & 1 & r_{\text{STBC8}} & 0 \\ r_{\text{STBC8}} & 0 & 0 & r_{\text{STBC8}} & 0 & r_{\text{STBC8}} & 1 & 0 \\ 0 & r_{\text{STBC8}} & r_{\text{STBC8}} & 0 & r_{\text{STBC8}} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

По горизонтали и вертикали столбцы и строки матрицы соответствуют номерам передающих антенн, соответственно. В случае если вектора излучаемых сигналов ортогональны, значение коэффициента корреляции равно нулю; если нет, то значение равно r_{STBC8} .

3.1. Коэффициент корреляции для кода N-антенных систем

В общем виде матрица корреляции квазиортогонального кода STBC может быть записана следующим образом:

$$\mathbf{R}_{\text{STBC}} = r_{\text{STBC}} \cdot \mathbf{I}_{\text{STBC}}, \quad (21)$$

где r_{STBC} – коэффициент взаимной корреляции двух неортогональных векторов в квазиортогональном коде STBC; \mathbf{I}_{STBC} – единичная матрица, получаемая по рекурсивному правилу построения комплексного кода Уолша – Адамара

$$\mathbf{I}_{\text{STBC}}^N = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\text{STBC}}^{N/2} & -\mathbf{I}_{\text{STBC}}^{N/2} \\ -\mathbf{I}_{\text{STBC}}^{N/2} & \mathbf{I}_{\text{STBC}}^{N/2} \end{bmatrix}, \quad (22)$$

где $N = 2^n$ – количество передающих антенн (n – целое положительное число), $-$ – математический оператор отрицания (not) в двоичной системе.

Для нахождения матрицы корреляции $\mathbf{R}_{\text{STBC4}}$ кода 4×4 по формуле (21) необходимо вычислить значение $\mathbf{I}_{\text{STBC}}^4$

$$\mathbf{I}_{\text{STBC}}^4 = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\text{STBC}}^2 & -\mathbf{I}_{\text{STBC}}^2 \\ -\mathbf{I}_{\text{STBC}}^2 & \mathbf{I}_{\text{STBC}}^2 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Известно, что единичная матрица размера 2×2 равна

$$\mathbf{I}_{\text{STBC}}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Следовательно,

$$\mathbf{I}_{\text{STBC}}^4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (25)$$

По формуле (21) имеем:

$$\mathbf{R}_{\text{STBC4}} = r_{\text{STBC4}} \mathbf{I}_{\text{STBC4}},$$

$$\mathbf{R}_{\text{STBC4}} = r_{\text{STBC4}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_{\text{STBC4}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & r_{\text{STBC4}} \\ 0 & 1 & r_{\text{STBC4}} & 0 \\ 0 & r_{\text{STBC4}} & 1 & 0 \\ r_{\text{STBC4}} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (26)$$

где r_{STBC4} – коэффициент корреляции векторов сигналов для случая с 4-мя передающими антеннами.

Выражение (26), полученное аналитическим путём, совпадает с ранее приведённым выражением (19), полученным с помощью вычисления ортогональности векторов сигналов, излучаемых с разных антенн.

Следует отметить, что диагональ матрицы \mathbf{R}_{STBC} всегда равна 1, поскольку корреляция вектора с собой всегда равна 1.

4. Помехоустойчивость приёма в каналах с корреляцией

Вероятность ошибки при когерентном приёме с выхода n статистически неоднородных независимых релейских каналов при любом виде манипуляции, при произвольной структуре двоичных сигналов в каждом канале, определяется формулой [9]:

$$p_{\text{ош}} = \frac{1}{2} \left[1 - \sum_{k=1}^n \frac{\lambda_k^{n-1}}{\prod_{\substack{p=1 \\ p \neq k}}^n (\lambda_k - \lambda_p)} \sqrt{\frac{\lambda_k}{1 + \lambda_k}} \right], \quad (27)$$

где λ_k – собственные числа матрицы отношений энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума $\mathbf{K}_{\text{MISO}}\mathbf{Q}_{\text{MISO}}$, которая рассчитывается из общей матрицы \mathbf{KQ} , но учитывает пространственную и кодовую корреляцию (матрица \mathbf{R}).

Матрица \mathbf{K} коэффициентов передачи канала записывается в общем виде [9]:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \frac{\mu_1^2}{2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{\mu_2^2}{2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{\mu_{N_{\text{TX}}}^2}{2} \end{bmatrix}, \quad (28)$$

матрица \mathbf{Q} отношений сигнал/шум записывается в общем виде [9]:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & q_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & q_{N_{\text{TX}}}^2 \end{bmatrix}, \quad (29)$$

где μ_k – коэффициент передачи канала k [9]; $k = 1, 2, \dots, N_{\text{TX}}$; N_{TX} – количество передающих антенн в системе MISO.

В случае если средние мощности сигналов, передаваемых с каждой антенны, равны, величина q_k^2 определяется следующим образом [9]:

$$q_k^2 = \frac{P_c T}{v^2}. \quad (30)$$

Произведение матриц $\mathbf{K} \cdot \mathbf{Q}$ имеет вид:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \frac{\mu_1^2 P_c T}{2v_1^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{\mu_2^2 P_c T}{2v_2^2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{\mu_{N_{\text{TX}}}^2 P_c T}{2v_{\text{TX}}^2} \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Известно [9], что отношение энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума h_k определяется выражением

$$h_k^2 = \frac{\mu_k^2 P_c T}{v_k^2}, \quad (32)$$

где P_c – средняя мощность сигнала, излучаемого с одной антенны; T – временной интервал передачи сигнала; v^2 – спектральная плотность мощности шума.

Тогда

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \frac{h_1^2}{2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{h_2^2}{2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{h_{N_{\text{TX}}}^2}{2} \end{bmatrix} = \mathbf{H}, \quad (33)$$

где \mathbf{H} – матрица отношений энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума.

4.1. Влияние пространственной и кодовой корреляции

Поскольку в системах MISO в рассматриваемом случае используется квазиортогональное STBC-кодирование, то на искажение сигнала влияет не только пространственный разнос антенн (коэффициент корреляции r_{TX}), но и неортогональность кода (коэффициент корреляции r_{STBC}). Поэтому для учёта влияния двух факторов используется коэффициент множественной корреляции R . Таким образом, матрица $\mathbf{K}_{\text{MISO}} \mathbf{Q}_{\text{MISO}}$ имеет следующий вид:

$$\mathbf{K}_{\text{MISO}} \mathbf{Q}_{\text{MISO}} = \mathbf{K} \mathbf{Q} \mathbf{R} = \mathbf{H} \mathbf{R}, \quad (34)$$

\mathbf{R} – матрица множественной корреляции с элементами R_x , которые рассчитываются по формуле [10]:

$$R_x = \sqrt{\mathbf{C}^T \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{C}}, \quad (35)$$

где \mathbf{C} – матрица коэффициентов корреляции различных влияющих факторов; \mathbf{R}_{xx} – матрица коэффициентов взаимной корреляции между этими факторами. Значения \mathbf{C} и \mathbf{R}_{xx} определяются по формулам:

$$\mathbf{C} = [r_{TX} \quad r_{STBC}], \quad \mathbf{R}_{xx} = \begin{bmatrix} 1 & r_{TX_i} r_{STBC_i} \\ r_{TX_i} r_{STBC_i} & 1 \end{bmatrix}, \quad (36)$$

где r_{TX_i} – элемент матрицы пространственной корреляции, рассчитанной по формуле (9); r_{STBC_i} – элемент матрицы корреляции передаваемых сигналов, рассчитанной по формуле (15).

Подставляя (36) в (35), получим коэффициент множественной корреляции R_x :

$$R_x = \sqrt{\begin{bmatrix} r_{TX} \\ r_{STBC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{r_{TX}^2 r_{STBC}^2 - 1} & \frac{r_{TX} r_{STBC}}{r_{TX}^2 r_{STBC}^2 - 1} \\ \frac{r_{TX} r_{STBC}}{r_{TX}^2 r_{STBC}^2 - 1} & \frac{1}{r_{TX}^2 r_{STBC}^2 - 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{TX}; r_{STBC} \end{bmatrix}}. \quad (37)$$

Из выражения (37) следует, что коэффициент множественной корреляции при ненулевой корреляции между антеннами и ненулевой корреляции между кодовыми словами определяется выражением

$$R_x = \sqrt{\frac{r_{TX}^2 + r_{STBC}^2 - 2r_{TX}^2 r_{STBC}^2}{1 - r_{TX}^2 r_{STBC}^2}}. \quad (38)$$

Заметим, что при любых $\mathbf{C} = [r_{TX} \quad r_{STBC}]$ результирующий коэффициент корреляции всегда больше или равен наибольшему коэффициенту корреляции.

Подставляя (38) и (35) в (33), получим матрицу отношений энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума

$\mathbf{K}_{MISO} \mathbf{Q}_{MISO} =$

$$= \begin{bmatrix} \frac{h_1^2}{2} & \frac{h_1^2}{2} \sqrt{\frac{r_{TX}^2 + r_{STBC_i}^2 - 2r_{TX}^2 r_{STBC_i}^2}{1 - r_{TX}^2 r_{STBC_i}^2}} & \dots & \frac{h_1^2}{2} \sqrt{\frac{r_{TX}^{N-1+2} + r_{STBC_i}^2 - 2r_{TX}^{N-1+2} r_{STBC_i}^2}{1 - r_{TX}^{N-1+2} r_{STBC_i}^2}} \\ \frac{h_2^2}{2} \sqrt{\frac{r_{TX}^2 + r_{STBC_i}^2 - 2r_{TX}^2 r_{STBC_i}^2}{1 - r_{TX}^2 r_{STBC_i}^2}} & \frac{h_2^2}{2} & \dots & \frac{h_2^2}{2} \sqrt{\frac{r_{TX}^{N-2+2} + r_{STBC_i}^2 - 2r_{TX}^{N-2+2} r_{STBC_i}^2}{1 - r_{TX}^{N-2+2} r_{STBC_i}^2}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{h_N^2}{2} \sqrt{\frac{r_{TX}^{N-1+2} + r_{STBC_i}^2 - 2r_{TX}^{N-1+2} r_{STBC_i}^2}{1 - r_{TX}^{N-1+2} r_{STBC_i}^2}} & \frac{h_N^2}{2} \sqrt{\frac{r_{TX}^{N-2+2} + r_{STBC_i}^2 - 2r_{TX}^{N-2+2} r_{STBC_i}^2}{1 - r_{TX}^{N-2+2} r_{STBC_i}^2}} & \dots & \frac{h_N^2}{2} \end{bmatrix} \quad (39)$$

где h_i^2 – отношение энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума i -го канала; r_{stbc_i} – элемент матрицы \mathbf{R}_{stbc} коэффициентов корреляции кода STBC; N – количество пере-

дающих антенн; r_{TX} – коэффициент пространственной корреляции между антеннами, рассчитанный по формуле (9).

Полученная формула (39) является корреляционной моделью канала для системы MISO с N передающими антеннами, для любых каналов передачи с релеевскими замираниями h_i^2 , рассчитанными для каждой антенны, с учётом пространственной корреляции между антеннами r_{TX} , а также с учётом неортогональности (r_{STBC}) любого пространственно-временного кода STBC.

4.2. Оценка вероятности ошибки для частных случаев

Вычисление собственных чисел λ_k матрицы (39) является непростой задачей, т.к. для этого необходимо найти корни уравнения:

$$|\mathbf{K}_{MISO}\mathbf{Q}_{MISO} - \lambda\mathbf{I}| = 0, \quad (40)$$

где $||$ – детерминант матрицы; \mathbf{I} – единичная матрица.

Для нахождения собственных чисел некоторых матриц воспользуемся программным средством математических вычислений MathCad.

Рассмотрим наиболее простые результаты аналитических расчётов в общем (аналитическом виде) для случаев с 2-я, 4-я и 8-ю передающими антеннами.

2-х антенная система

Пусть коэффициенты корреляции неизвестны и обозначены соответственно: r_{TX} – корреляция между соседними передающими антеннами; r_{STBC} – корреляция между 2-мя векторами сигналов, разнесённых (кодированных) с помощью произвольного STBC-кода.

Матрица отношений энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума равна

$$\mathbf{K}_{MISO}\mathbf{Q}_{MISO} = \frac{h^2}{2} \begin{bmatrix} 1 & r_{TX} \\ r_{TX} & 1 \end{bmatrix}. \quad (41)$$

Тогда собственные числа матрицы $\mathbf{K}_{MISO}\mathbf{Q}_{MISO}$ для 2-х антенн равны:

$$\lambda_1 = \frac{h^2}{2}(1 + r_{TX}), \quad \lambda_2 = \frac{h^2}{2}(1 - r_{TX}). \quad (42)$$

Поскольку любой STBC-код размера 2×2 является ортогональным, то $r_{STBC} = 0$ для двух любых сигналов.

Вероятность ошибки, вычисленная для данного случая, равна

$$P_{\text{ош2}} = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1 + r_{TX}}{2r_{TX}} \sqrt{\frac{(1 + r_{TX})h^2}{(1 + r_{TX})h^2 + 2}} + \frac{1 - r_{TX}}{2r_{TX}} \sqrt{\frac{(1 - r_{TX})h^2}{(1 - r_{TX})h^2 + 2}} \right]. \quad (43)$$

Полученный результат для системы MISO полностью совпадает с классической теорией помехоустойчивости разнесённого приёма, где используется система SIMO [9].

Данный результат получен исходя из предположения, что мощность сигнала, излучаемого с каждой антенны в системе MISO равна мощности, излучаемой одной антенной при разнесённом приёме. Но в реальных системах MISO полная мощность, как правило, делится поровну между всеми передающими антеннами. При этом помехоустойчивость системы ухудшается, поскольку отношение полной энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума h_i^2 для каждого канала равно

$$h_i^2 = \frac{h_s^2}{N_t}, \quad (44)$$

где h_s – отношение полной энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума.

В этом случае, при $N_t = 2$, формула (43) примет вид

$$p_{\text{ош2}} = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1+r_{\text{ТХ}}}{2r_{\text{ТХ}}} \sqrt{\frac{(1+r_{\text{ТХ}})h_s^2}{(1+r_{\text{ТХ}})h_s^2 + 4}} + \frac{1-r_{\text{ТХ}}}{2r_{\text{ТХ}}} \sqrt{\frac{(1-r_{\text{ТХ}})h_s^2}{(1-r_{\text{ТХ}})h_s^2 + 4}} \right]. \quad (45)$$

Графики функций, построенных по формуле (45) (обозначены пунктирной линией) на рис. 3, показывают, что при росте пространственной корреляции наблюдается значительное ухудшение помехоустойчивости для системы MISO с двумя передающими антеннами. Так, при вероятности ошибки 10^{-2} наблюдается проигрыш по отношению сигнал/шум на 2 дБ системы с коэффициентом пространственной корреляции $r_{\text{ТХ}} = 1$ по сравнению с системой с коэффициентом пространственной корреляции $r_{\text{ТХ}} = 0.5$. При той же вероятности ошибки уменьшение коэффициента пространственной корреляции с $r_{\text{ТХ}} = 0.5$ до $r_{\text{ТХ}} = 0$ наблюдается проигрыш по отношению сигнал/шум всего на 0.1 дБ.

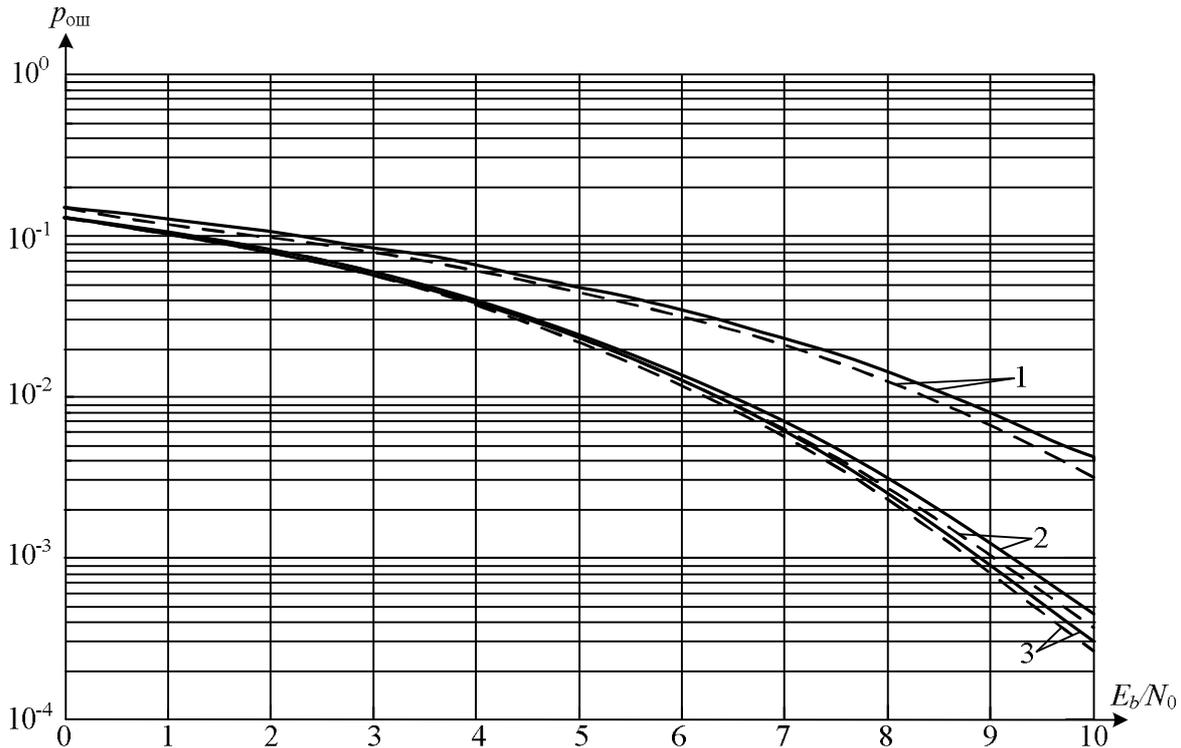


Рис. 3 – Зависимость вероятности ошибки от E_b/N_0 для 2-х антенной системы MISO с кодом Аламоути при модуляции BPSK, для коэффициентов пространственной корреляции $r_{\text{ТХ}} = 1$ (кривые 1); 0.5 (кривые 2); 0 (кривые 3)

Компьютерное моделирование систем с различными коэффициентами пространственной корреляции подтверждает теоретическое исследование помехоустойчивости по разработанной методике, по формуле (39). Моделирование проводилось с помощью специального инструмента анализа BERTool, входящего в программный пакет MATLAB. При моделировании использовалась модуляция BPSK. Графики зависимости вероятности ошибки от отношения E_b/N_0 (показаны сплошной линией) отличаются от теоретических зависимостей на 0.2 дБ для случая с $r_{\text{ТХ}} = 1$ и менее 0.1 дБ для случая с $r_{\text{ТХ}} = 0$, что остается в рамках допустимой погрешности вычислений.

4-х антенная система

Матрица отношений энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума для данного случая определяется выражением:

$$\mathbf{K}_{\text{MISO}}\mathbf{Q}_{\text{MISO}} = \frac{h_s^2}{8} \begin{bmatrix} 1 & r_{\text{TX}} & 0 & r_{\text{STBC}} \\ r_{\text{TX}} & 1 & \sqrt{\frac{r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2 - 2r_{\text{TX}}^2 r_{\text{STBC}}}{1 - r_{\text{TX}}^2 r_{\text{STBC}}}} & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2 - 2r_{\text{TX}}^2 r_{\text{STBC}}}{1 - r_{\text{TX}}^2 r_{\text{STBC}}}} & 1 & r_{\text{TX}} \\ r_{\text{STBC}} & 0 & r_{\text{TX}} & 1 \end{bmatrix}. \quad (46)$$

Собственные числа матрицы $\mathbf{K}_{\text{MISO}}\mathbf{Q}_{\text{MISO}}$ для 4-х передающих антенн и квазиортогонального STBC-кода равны:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{h_s^2}{8} \left[1 - \frac{r_{\text{STBC}}}{2} - \frac{r_{\text{TX}}}{2} - \frac{\sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2}}{2} \right], \\ \lambda_2 &= \frac{h_s^2}{8} \left[1 - \frac{r_{\text{STBC}}}{2} - \frac{r_{\text{TX}}}{2} + \frac{\sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2}}{2} \right], \\ \lambda_3 &= \frac{h_s^2}{8} \left[1 + \frac{r_{\text{STBC}}}{2} + \frac{r_{\text{TX}}}{2} - \frac{\sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2}}{2} \right], \\ \lambda_4 &= \frac{h_s^2}{8} \left[1 + \frac{r_{\text{STBC}}}{2} + \frac{r_{\text{TX}}}{2} + \frac{\sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2}}{2} \right]. \end{aligned} \quad (47)$$

Вероятность ошибки определяется в общем виде по формуле

$$\begin{aligned} p_{\text{ош4}} &= \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\frac{h_s^2 (R_x + r_{\text{STBC}} + \sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2} - 2)}{R_x h_s^2 + h_s^2 r_{\text{STBC}} - 2h_s^2 + h_s^2 \sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2} - 16}}}{16(R_x + r_{\text{STBC}}) (R_x + r_{\text{STBC}} + \sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2}) \sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2}} \left(R_x + r_{\text{STBC}} + \sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2} - 2 \right)^3 + \\ &+ \frac{\sqrt{\frac{h_s^2 (R_x + r_{\text{STBC}} - \sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2} - 2)}{R_x h_s^2 + h_s^2 r_{\text{STBC}} - 2h_s^2 - h_s^2 \sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2} - 16}}}{16(R_x + r_{\text{STBC}}) (R_x + r_{\text{STBC}} - \sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2}) \sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2}} \left(R_x + r_{\text{STBC}} - \sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2} - 2 \right)^3 + \\ &+ \frac{\sqrt{\frac{h_s^2 (R_x + r_{\text{STBC}} + \sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2} + 2)}{R_x h_s^2 + h_s^2 r_{\text{STBC}} + 2h_s^2 + h_s^2 \sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2} + 16}}}{16(R_x + r_{\text{STBC}}) (R_x + r_{\text{STBC}} + \sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2}) \sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2}} \left(R_x + r_{\text{STBC}} + \sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2} + 2 \right)^3 + \\ &+ \frac{\sqrt{\frac{h_s^2 (R_x + r_{\text{STBC}} - \sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2} + 2)}{R_x h_s^2 + h_s^2 r_{\text{STBC}} + 2h_s^2 - h_s^2 \sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2} + 16}}}{16(R_x + r_{\text{STBC}}) (R_x + r_{\text{STBC}} - \sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2}) \sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2}} \left(R_x + r_{\text{STBC}} - \sqrt{R_x^2 - 2R_x r_{\text{STBC}} + 4r_{\text{TX}}^2 + r_{\text{STBC}}^2} + 2 \right)^3, \end{aligned} \quad (48)$$

где R_x – коэффициент множественной корреляции, вычисленный по формуле (38).

На рис. 4 показана помехоустойчивость данной системы при разных коэффициентах корреляции.

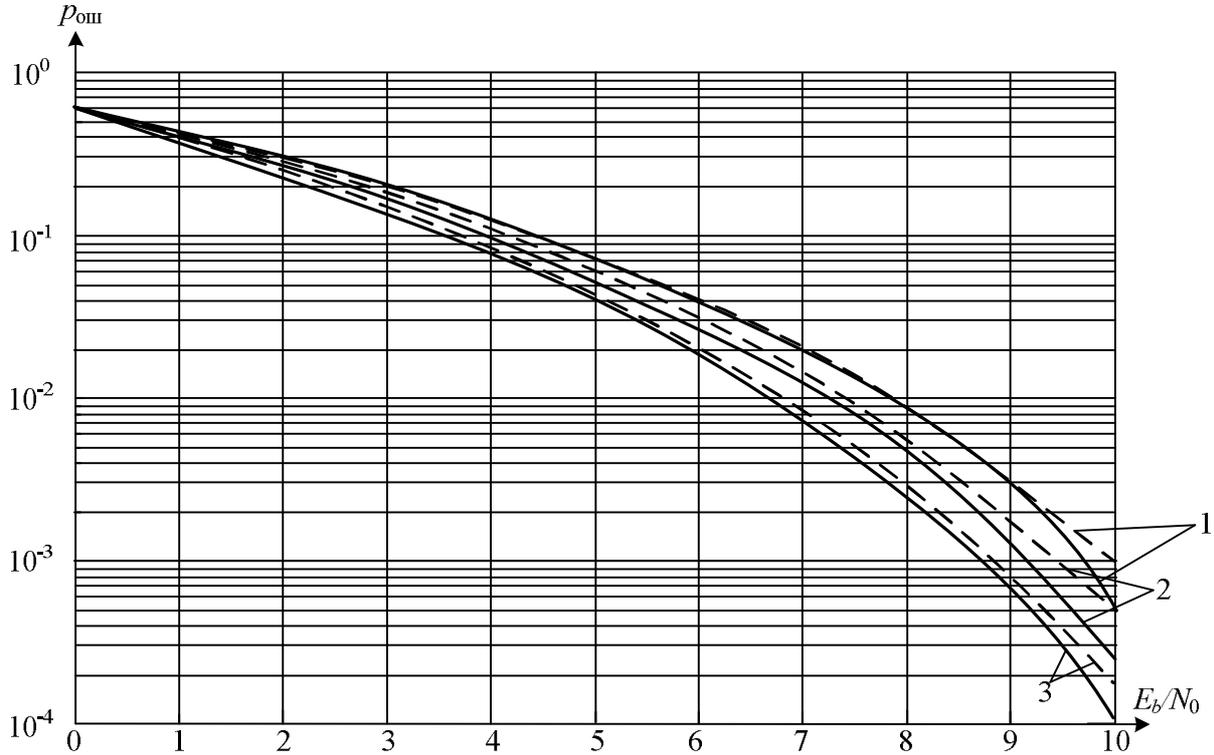


Рис. 4 – Зависимость вероятности ошибки от E_b/N_0 для 4-х антенной системы MISO с квазиортогональным кодом, для коэффициентов пространственной корреляции $r_{TX} = 1$ (кривые 1); 0.5 (кривые 2); 0 (кривые 3) и коэффициента кодовой корреляции $r_{STBC} = 0.5$

В отличие от системы MISO с двумя передающими антеннами, в данном случае пространственная корреляция оказывает значительное влияние только для соседних антенн. При этом пространственно-временное кодирование, за счёт более эффективного разнесения векторов сигнала между антеннами, который детектируется и обрабатывается на приёме, уменьшает проигрыш по отношению сигнал/шум системы с $r_{TX} = 1$ по сравнению с системой с $r_{TX} = 0.5$ с 2 дБ при двухантенной системе до 0.5 дБ при четырёхантенной системе, при вероятности ошибки 10^{-2} .

8-ми и более антенные системы

Очевидно, что для 8-ми и более антенных систем нет смысла приводить формулу помехоустойчивости в аналитическом виде, поскольку она довольно громоздкая. Достаточно рассмотреть несколько примеров зависимостей помехоустойчивости для конкретных значений r_{TX} и r_{STBC} (рис. 5).

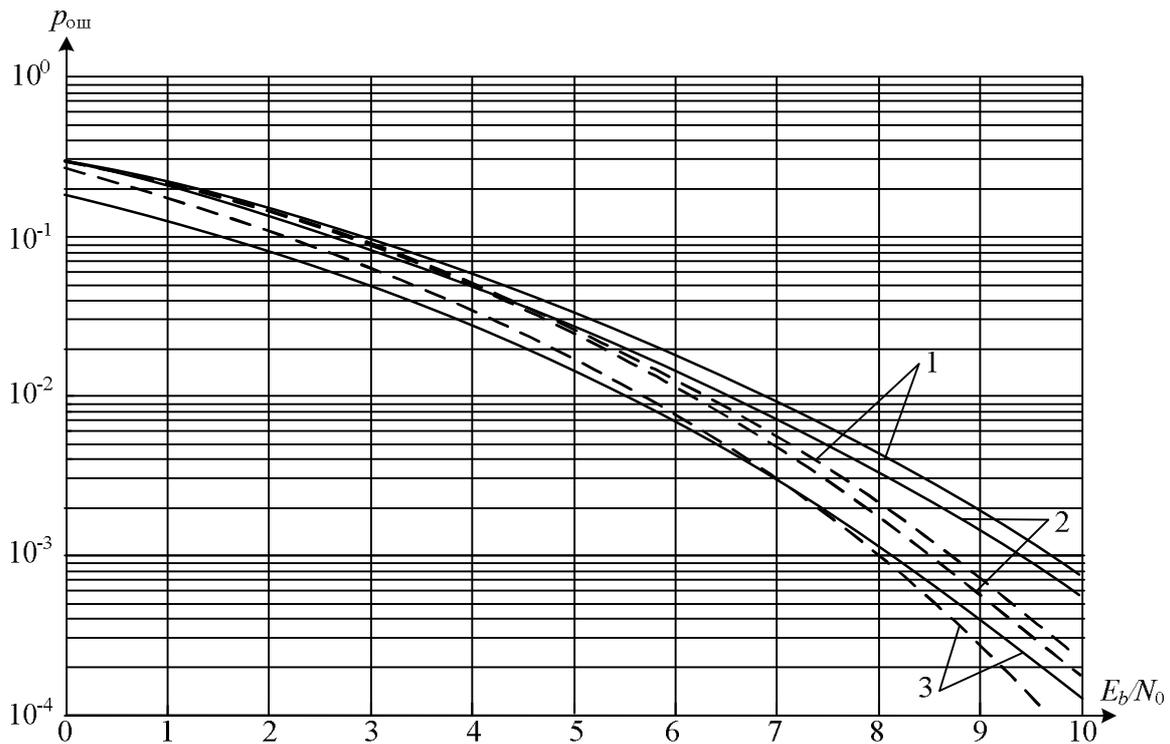


Рис. 5 – Зависимость вероятности ошибки от E_b/N_0 для 8-ми антенной системы MISO с квазиортогональным кодом, для коэффициентов пространственной корреляции $r_{TX} = 1$ (кривые 1); 0.5 (кривые 2); 0 (кривые 3) и коэффициента кодовой корреляции $r_{STBC} = 0.5$

В случае с 8-ю передающими антеннами влияние пространственной корреляции удаётся ещё более уменьшить (по сравнению с 2- и 4- антенными системами) за счёт большого количества антенн и, соответственно, за счёт более эффективного разнесения векторов сигнала между антеннами, который детектируется и обрабатывается на приёме. Таким образом, графики помехоустойчивости системы при коэффициенте $r_{TX} = 1$ и коэффициенте $r_{TX} = 0.5$ отличаются на 0.1 дБ при вероятности ошибки 10^{-2} . Данный результат говорит о том, что увеличение количества антенн MISO-системы, использующей квазиортогональное кодирование, является эффективным методом борьбы с пространственной корреляцией.

Однако с ростом числа антенн возрастает корреляция между векторами передаваемых сигналов, вследствие их неортогональности.

На рис. 6 показаны графики помехоустойчивости различных систем MISO, использующих 2, 4 и 8 передающих антенн, при фиксированных коэффициентах пространственной корреляции $r_{TX} = 0.3$ и кодовой корреляции $r_{STBC} = 0.5$.

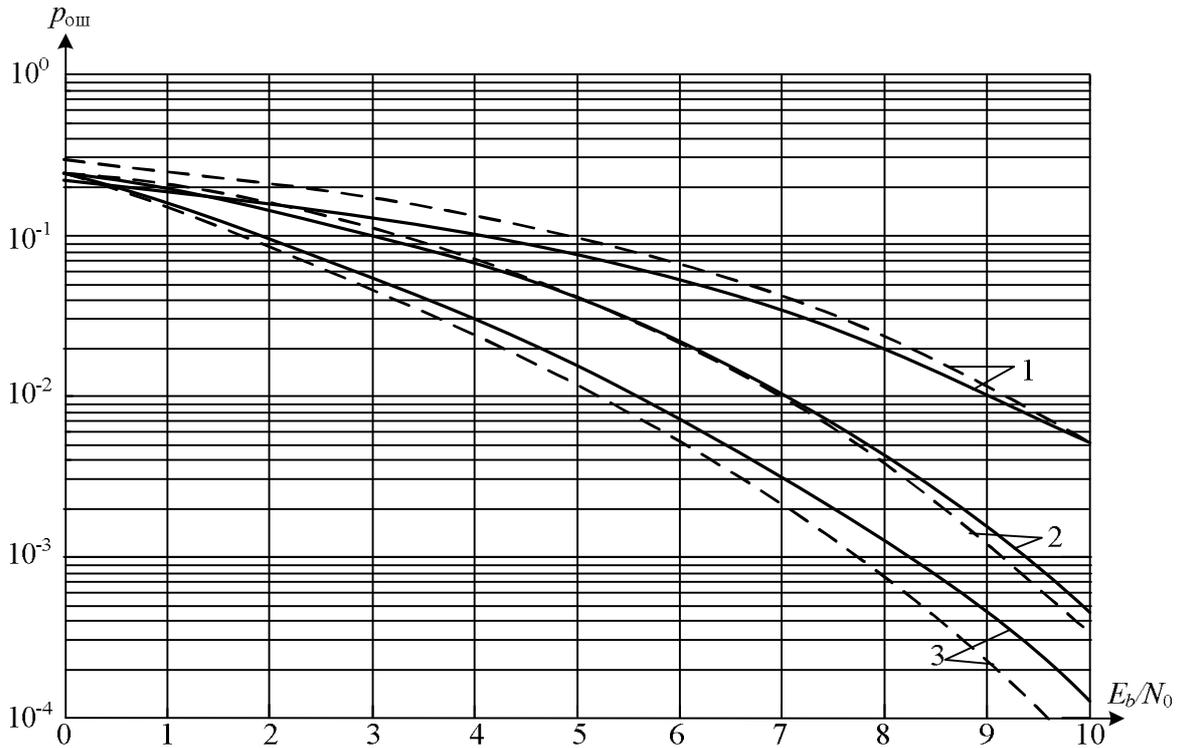


Рис. 6 – Зависимость вероятности ошибки от E_b/N_0 для 2-х (кривые 1), 4-х (кривые 2) и 8-ми (кривые 3) антенной системы MISO при фиксированных коэффициентах пространственной корреляции $r_{TX} = 0.3$, и кодовой корреляции $r_{STBC} = 0.5$

На рис. 6 показано, что в случае, когда коэффициент пространственной корреляции зафиксирован на уровне $r_{TX} = 0.3$ для систем MISO с различным числом передающих антенн (2, 4, 8), помехоустойчивость системы не растёт пропорционально с ростом количества антенн, а замедляется. Это объясняется тем, что при небольшом количестве передающих антенн (2 и 4) пространственная корреляция между антеннами оказывает сильное влияние, что сопровождается ухудшением помехоустойчивости системы. Например, при изменении коэффициента пространственной корреляции r_{TX} на 0.5 (с 0.5 до 1) помехоустойчивость системы ухудшается на 2 дБ в случае 2-х передающих антенн и на 0.5 дБ в случае 4-х антенн. С ростом количества антенн пространственно-временное кодирование позволяет преодолеть негативное влияние пространственной корреляции за счёт пространственного разнесения векторов сигналов, таким образом обеспечивая избыточность в пространстве и во времени. Система MISO с 4-мя антеннами проигрывает по помехоустойчивости системе MISO с 8-ю антеннами 1.5 дБ при вероятности ошибки 10^{-3} . При этом 4-антенная система лучше по помехоустойчивости, чем 2-антенная система на 2 дБ при том же коэффициенте ошибки 10^{-3} . Этот эффект объясняется тем, что пространственная корреляция оказывает значимое влияние только между соседними антеннами, в то время как пространственно-временное кодирование распределяет вектора сигналов равномерно по всем антеннам. Следовательно, увеличение числа передающих антенн способствует росту помехоустойчивости системы радиосвязи. Однако, как видно из рис. 6, с ростом числа антенн улучшение помехоустойчивости системы MISO замедляется (2 дБ при переходе от 2-х антенн к 4-м и 1.5 дБ при переходе от 4-х антенн к 8-ми при BER 10^{-3}), поскольку взаимная корреляция сигналов между антеннами в случае квазиортогонального кодирования возрастает.

5. Заключение

В отличие от существующих исследований по классической теории разнесённого приёма, а также современных исследований ортогонального пространственно-временного кодирования, исследование, приведённое в данной статье, позволяет применять полученные методики для расчёта характеристик помехоустойчивости MISO-систем, использующих квазиортогональное кодирование сигнала, с произвольным числом передающих антенн, с учётом влияния пространственной и кодовой корреляции сигналов.

В статье получена универсальная корреляционная модель канала для системы MISO с N передающими антеннами, для любых каналов передачи с релеевскими замираниями h_i^2 , рассчитанными для каждой антенны, с учётом пространственной корреляции между антеннами r_{TX} , а также с учётом неортогональности (r_{STBC}) любого пространственно-временного кода STBC. На основе полученной матрицы аналитически определены выражения для вероятности ошибки для 2-, 4- и 8-антенных систем.

Актуальной задачей для современных исследований является разработка квазиортогональных пространственно-временных кодов с коэффициентом корреляции менее 0.5. Это позволит значительно улучшить характеристики помехоустойчивости систем с большим количеством антенн (более 32-х).

Формула оценки вероятности ошибки, с учётом матрицы коэффициентов корреляции, может быть использована для построения характеристик помехоустойчивости систем, моделирование которых может быть затруднительно в среде MATLAB (из-за большой вычислительной сложности), таких как системы с 32-мя или 64-мя передающими антеннами.

Сравнительный анализ кривых зависимости вероятности ошибки от отношения E_b/N_0 , построенных с помощью компьютерного моделирования в среде MATLAB на основе сконструированных моделей систем радиосвязи, и построенных по полученным аналитическим выражениям, показывает, что разница между экспериментальными и теоретическими результатами не превышает 0.5 дБ при вероятности ошибки 10^{-3} для всех исследуемых вариантов систем MISO: с 2-мя, 4-мя и 8-ю передающими антеннами.

Литература

1. *D.O. Reudink*. Properties of mobile radio propagation above 400 MHz//IEEE Transactions on Vehicular Technology, Nov 1974., vol.23, no 1, p.143-160.
2. *W.C. Jakes*. A Comparison of specific space diversity techniques for reduction of fast fading in UHF mobile radio systems//IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. VT-20, no. 4, p.81-91.
3. *Alamouti S.M.* Space-time block coding: A simple transmitter diversity technique for wireless communications. – IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Oct. 1998, vol. 16, p.1451–1458.
4. *V.Tarokh, H.Jafarkhanit, A.R.Calderbank*. The application of orthogonal designs to wireless communications//Killarney Ireland., 1998, June 22-26, p.703-709.
5. *S.O. Rice*. Mathematical analysis of random noise//Bell System Technical Journal, vol. 23, p.282-332, July 1944.
6. *H. Stark and J.W. Woods*. Probability, random processes, and estimation theory for engineers, Pren Prentice Hall, New Jersey, 2nd edition, 1994, p.32-48.
7. *G.D. Durgin and T.S. Rappaport*. A basic relationship between multipath angular spread and narrowband fading in a wireless channel//IEEE Electronics Letters, vol. 34, no. 25, p.2431-2432.
8. *A.M.D. Turkmani, A.A. Arowojolu, P.A. Jefford, and C.J. Kellett*. An experimental evaluation of the performance of two-branch space and polarization diversity schemes at 1800 MHz//IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 44, no. 2, p.318-326.

9. *Андронов И.С., Финк Л.М.* Передача дискретных сообщений по параллельным каналам. – М.: Советское радио, 1971. – 408с.
10. *Mahwah N.J.* Applied multiple regression. Correlation analysis for the behavioral sciences//Erlbarum Associates. MBSFaculty. 2003, Vol 1., p.43-57.
11. *Б.Скляр.* Цифровая связь: Теоретические основы и практическое применение. – М.:Вильямс, 2007г. -1104с.
12. *W.C. Jakes.* Microwave Mobile Communications//IEEE Press, New York, 1974. p.39-45.
13. *M.J. Gans.* A power-spectral theory of propagation in the mobile radio environment//IEEE Transactions on Vehicular Technology. vol. VT-21, no. 1, p.27-38.
14. *A. van Zelst.* A compact representation of spatial correlation in MIMO radio channels//Proc. of the 10th Mediterranean Electrotechnical Conf. (MELECON) 2000, vol. 3, May 2000, p.1218-1221.
15. *D. Shiu, G.J. Foschini, M.J. Gans, J.M. Kahn.* Fading correlation and its effect on the capacity of multielement antenna systems//IEEE Transaction On Communications, Vol. 48, No. 3, 2000., p.502-513.

*Статья поступила в редакцию 14.02.2012;
переработанный вариант — 02.10.2012*

Тимошук Роман Сергеевич

Аспирант СибГУТИ, руководитель направления телекоммуникации «УтилексАйТи 2000»
тел. 333-99-04, e-mail: romantimo@mail.ru

Носов Владимир Иванович

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой систем радиосвязи СибГУТИ
Тел. 269-82-54, e-mail: nvi@sibsutis.ru

Research of Space-Time Correlation Model for Radio Systems with Diversity Transmission

Timoshchuk R.S., Nosov V.I.

The research on MISO-systems noise-immunity of multiple diversity based on mathematical theory of diversity reception for correlated channels is presented in the article. As a result of the research, general spatial correlation coefficient is developed. Transmit signal cross-correlation coefficient based on the theory of quasiorthogonal space-time coding is developed. Channel coefficient matrix is developed using multiple-correlation coefficient that involves influence of two correlation factors. Bit error rate (BER) for MISO-system with M -diversity is estimated by error probability function based on eigenvalues of channel coefficient matrix. BER curves are calculated theoretically for several cases of MISO. MATLAB computer simulation results of BER are shown for several MISO-systems of M -diversity in order to support theoretical results.

Keywords: Space-time coding, Alamouti code, transmit diversity, fading mitigation, wireless communications, spatial correlation, smart-antenna.