

УДК 658. 56:51

Метод оценки затрат на повышение точности процесса производства и выходной контроль продукции¹

В. И. Серых, Е.И. Чернышевская, Л. В. Гребцова

В статье разработана математическая модель суммарных затрат на повышение точности процесса производства и контроль продукции. Предложенная модель позволяют оптимизировать требования к параметрам процессов и продукции по критерию минимума затрат при заданных показателях достоверности измерительного контроля продукции.

Ключевые слова: энтропия процесса, количество информации, вероятность, показатели достоверности, функция затрат.

1. Введение

В соответствии с ГОСТ Р ИСО 9001 - 2008 [1] организация должна применять подходящие методы мониторинга и измерения процессов системы менеджмента качества и продукции (услуг). При этом относительно процессов указывается, что эти методы должны демонстрировать способность процессов достигать запланированных результатов с учётом их влияния на соответствие требованиям к продукции и на результативность системы менеджмента организации. Если запланированных результатов не получено, то должны предприниматься необходимые корректирующие и (или) предупреждающие действия. Требования стандарта к мониторингу и измерениям продукции заключаются в том, что организация должна осуществлять мониторинг и измерять её характеристики с целью верификации (подтверждения) соблюдения необходимых требований.

Для обеспечения результативности системы менеджмента организации при заданных требованиях к её экономической эффективности необходима некоторая методология определения оптимального (или близкого к нему) соотношения между затратами на измерения процессов с учётом необходимых корректирующих и предупреждающих действий по их улучшению и затратами на измерительный приёмосдаточный контроль продукции (услуги). В такой постановке эта задача в известной авторам литературе в аналитическом виде не решалась.

Что касается выходного контроля продукции для высокоточных процессов, то он может быть экономически не эффективен, а следовательно, не нужен. Поэтому на практике применяют выборочный контроль, необходимый для целей верификации соблюдения требований к продукции. При этом необходимо иметь в виду, что выходной контроль не даёт прироста добавленной ценности продукции, поскольку потери за счёт брака продукции

¹ Статья содержит некоторые результаты работы по гранту «СибГУТИ»: «Разработка и реализация информационного метода измерения, анализа и улучшения процессов СМК вуза» (2012 г.).

остаются. Кроме того, к этим потерям добавляются затраты на контроль и потери за счёт ложного забракования или ложного признания годной в действительности дефектной продукции, т.е. за счёт вероятностей ошибок 1-го и 2-го рода [3 – 10].

Задачей настоящей статьи является разработка и исследование математической модели для функции суммарных затрат на улучшение (повышение качества) процессов и измерения продукции с целью оптимизации параметров процессов и характеристик измерительного контроля по критерию минимума затрат.

2. Модель суммарных затрат на улучшение процессов

Процессы и продукция являются многомерными стохастическими объектами контроля, которые описываются многомерными распределениями вероятностей их параметров. Ниже будем полагать эти распределения нормальными, а параметры процессов и продукции статистически независимыми.

Известно [11, 12, 13], что неопределённость состояния любого случайного объекта контроля характеризуется информационной энтропией, величина которой зависит от вариации (дисперсии) измеряемых параметров этого объекта.

Пусть процесс характеризуется вектором выходных параметров $X = (x_1, x_2, \dots, x_M)$ с многомерной плотностью вероятности $f(x_1, x_2, \dots, x_M)$, тогда энтропия этого процесса равна

$$H(X) = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2, \dots, x_M) \log_2 f(x_1, x_2, \dots, x_M) dx_1, dx_2, \dots, dx_M. \quad (1)$$

При статистически независимых параметрах процесса M -мерная плотность вероятности в (1) равна

$$f(x_1, x_2, \dots, x_M) = \prod_{i=1}^M f(x_i). \quad (2)$$

При этом значение энтропии (1) максимально и равно [11]

$$H(X) = \sum_{i=1}^M H_i(x_i) = \sum_{i=1}^M \left[- \int_{-\infty}^{\infty} f(x_i) \log_2 f(x_i) dx_i \right]. \quad (3)$$

Для многомерного нормального распределения параметров энтропия (3) равна [11]

$$H(X) = \sum_{i=1}^M \frac{1}{2} \log_2 \sigma_i^2, \quad (4)$$

где σ_i – СКО i -го параметра процесса.

Учитывая то свойство, что энтропия (4) уменьшается с увеличением точности (уменьшением СКО) параметров процесса [11, 13], определим величину, на которую уменьшается энтропия (4) при переходе от точности с СКО $\sigma_{0,i}$ к точности с меньшим значением σ_i . В результате получим, что для i -го параметра процесса величина, на которую уменьшается энтропия, равна

$$\Delta H = \sum_{i=1}^M \frac{1}{2} [\log_2(\sigma_{0,i}^2) - \log_2(\sigma_i^2)] = \sum_{i=1}^M \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{\sigma_{0,i}^2}{\sigma_i^2} \right). \quad (5)$$

Здесь: $\sigma_{0,i}$ – начальное значение СКО этого параметра, σ_i – его уменьшенное значение; $i = 1, 2, \dots, M$ – число параметров процесса. Единицей измерения приращения (уменьшения) энтропии (5), как и количества информации, является двоичная единица – бит [11].

Примечание. – Формулы (3, 4, 5) справедливы для любого многомерного объекта контроля, включая продукцию (услугу). При этом изменяется только размерность вектора параметров

объекта контроля. В нашем случае для продукции в формулах (1 – 5) число M заменяется на число N .

Вектор параметров продукции $Y = (y_1, y_2, \dots, y_N)$ в общем случае есть некоторая функция $Y = \varphi(X)$ от вектора параметров процесса. Тогда для j -го параметра продукции запишем выражение

$$y_j = \varphi_j(x_1, \dots, x_i, \dots, x_M), j = 1, 2, \dots, N. \quad (6)$$

В реальных процессах наблюдаются случайные отклонения выходных параметров процессов от их номинальных значений $\Delta x_i = x_i - x_{0,i}$. Эти отклонения обусловлены систематическими ошибками процесса или так называемыми разладками [14] и случайными погрешностями, т.е. точностью процесса, характеризуемой СКО его параметров [14, 15]. Отметим, что случайные отклонения сравнимы или много меньше половины поля допуска на параметры процесса [14, 15], которые, в свою очередь, малы по сравнению с номинальными значениями этих параметров, т.е. $\Delta x_i \ll x_{0,i}$.

Учитывая указанное условие малости изменений (приращений) параметров процесса и представляя функцию преобразования (6) в виде ряда Тейлора, ограничиваясь его линейными членами, получим выражение для приращения j -го параметра продукции:

$$\Delta y_j = y_j - y_{0,j} = \varphi_j(x_1, \dots, x_i, \dots, x_M) - \varphi_j(x_{0,1}, x_{0,2}, \dots, x_{0,M}) \approx \sum_{i=1}^M A_{j,i} \Delta x_i, \quad (7)$$

где $(x_{0,1}, x_{0,2}, \dots, x_{0,M})$ – вектор номинальных значений параметров процесса.

$$A_{j,i} = \frac{\partial \varphi_j(x_{0,1}, \dots, x_{0,i}, \dots, x_{0,M})}{\partial x_i} \quad (8)$$

– коэффициент влияния i -го параметра процесса на приращение j -го параметра продукции (7).

Заметим, что функцию (6) иногда для некоторых процессов и продукции можно определить аналитическим методом, но чаще всего на практике применяют различные методы планирования эксперимента с целью получения приближённой зависимости (7) [16].

Для определения потерь за счёт брака продукции необходимо определить его вероятности в зависимости от разладок (ухода средних значений от номинала) и точности (СКО) параметров процесса. При нормальном распределении и статистической независимости параметров процесса и продукции для этого достаточно знать математические ожидания и дисперсии отклонения параметров продукции $M\{\Delta y_j\}$ и $D\{\Delta y_j\}$, которые с учётом (7) равны [12]

$$M\{\Delta y_j\} = \mu_j = \sum_{i=1}^M A_{j,i} M(\Delta x_i), \quad (9)$$

$$D\{\Delta y_j\} = \sigma_j^2 = \sum_{i=1}^M A_{j,i}^2 \sigma_i^2. \quad (10)$$

Тогда с учётом (9) и (10) вероятность брака хотя бы по одному из N параметров продукции определяется в соответствии с правилом сложения вероятностей совместимых, взаимно независимых событий, выражением [12]:

$$Q_{b,N} = 1 - \prod_{j=1}^N (1 - Q_{b,j}), \quad (11)$$

где

$$Q_{b,j} = \int_{-\infty}^{-G_j} \text{dnorm}(\Delta y_j, \mu_j, \sigma_j) d(\Delta y_j) + \int_{G_j}^{\infty} \text{dnorm}(\Delta y_j, \mu_j, \sigma_j) d(\Delta y_j) \quad (12)$$

– вероятность брака по j -тому параметру продукции.

Здесь: $\text{dnorm}(\Delta y_j, \mu_j, \sigma_j)$ – плотность вероятности нормального закона в обозначениях программы Mathcad, $[-G_j, G_j]$ – допуск на отклонение Δy_j j -го параметра продукции от его номинального значения $y_{0,j}$ (7);

$$\sigma_j = \sqrt{\sum_{i=1}^M A_{i,j}^2 \sigma_i^2} \quad (13)$$

— СКО приращения j -го параметра продукции в соответствии с (10);

μ_j – среднее значение (9) измеряемого параметра продукции.

В случае когда вероятности совместного появления брака по двум и более параметрам малы по сравнению с априорными вероятностями брака и этими совместными вероятностями можно пренебречь, выражение (11) приближённо можно представить в виде

$$Q_{b,N} \approx \sum_{j=1}^N Q_{b,j}. \quad (14)$$

Погрешность применения формулы (14), например, при значениях априорных вероятностей брака $Q_{b,j} \leq 0.01$ и $N \leq 100$ не превышает 1%; при значениях $Q_{b,j} \leq 0.001$ и $N \leq 10^3$ погрешность меньше 0.1 %. На практике, как правило, априорные вероятности брака должны быть значительно меньше приведённых в данном примере величин вероятности [2].

Введём коэффициент затрат на бит информации $K_{1,i}$ и коэффициент потерь $K_{2,N}$ за счёт брака на одну единицу продукции (услуги). Тогда модель суммарных затрат (функцию потерь) на улучшение технологического процесса и потери на брак можно представить в виде:

$$\Pi_{\text{ТП}} = \sum_{i=1}^M \frac{1}{2} K_{1,i} \log_2 \left(\frac{\sigma_{o,i}^2}{\sigma_i^2} \right) + K_{2,N} Q_{b,N}, \quad (15)$$

где $Q_{b,N}$ – вероятность брака (11) для одной единицы продукции.

При использовании приближения (14) вместо формулы (11) суммарные затраты (15) определяются формулой:

$$\Pi_{\text{ТП}} \approx \sum_{i=1}^M \frac{1}{2} K_{1,i} \log_2 \left(\frac{\sigma_{o,i}^2}{\sigma_i^2} \right) + \sum_{j=1}^N K_{2,j} Q_{b,j}, \quad (16)$$

где $Q_{b,j}$ и $K_{2,j}$ – вероятность брака (12) по j -тому параметру продукции и соответствующий коэффициент потерь.

На рис. 1 в качестве иллюстрации представлены зависимости (16) суммарных затрат на повышение точности процесса и потери на брак для случая одного параметра процесса и продукции, т.е. $M = N = 1$ при значении коэффициента влияния (8) $A_{j,i} = 1$, что, как следует из (13), соответствует равенству $\sigma_j = \sigma_i$. Кривые построены при следующих данных:

- коэффициенты затрат на улучшение и брак равны $K_{1,i} = 20$, $K_{2,j} = 5000$;
- начальные значения СКО i -го параметра процесса и j -го параметра продукции $\sigma_{0,i} = \sigma_{1,j} = 1$;
- допуск на отклонение j -го параметра продукции от номинала $[-G_j, G_j] = [-3, 3]$;

- СКО абсолютной погрешности измерительного контроля $\sigma_{2,j} = 0.0001$, что соответствует вероятности ошибки 2-го рода (риска потребителя) $\beta_j \leq 10^{-6}$ в интервале $(0,1]$ изменений СКО i -го параметра процесса;
- значениям отклонения среднего (9) $\mu_j = 0, 0.5\sigma_{1,j}, 1.5\sigma_{1,j}$ соответствуют кривые $\Pi 1(\sigma_1)$, $\Pi 2(\sigma_1)$, $\Pi 3(\sigma_1)$.

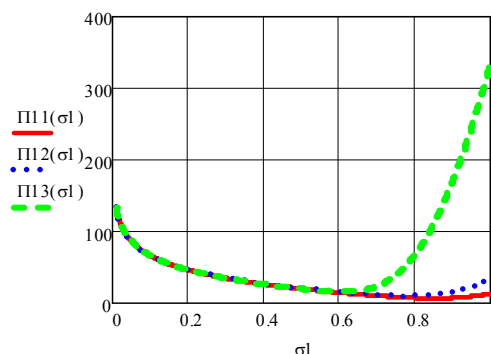


Рис. 1 Зависимости суммарных затрат (16) от СКО параметров продукции при значениях $M = N = 1$ для различных значений разладок (9)

Из зависимостей, представленных на рисунке 1, следует принципиально важный вывод о существовании минимумов затрат (16), связанных с улучшением процесса и соответствующими потерями на брак. При этом требуемые значения СКО параметров продукции, соответствующие минимуму затрат, тем меньше, чем больше вероятность брака и чем выше коэффициенты потерь на брак. Данные свойства проиллюстрированы в табл. 1 (столбцы 1 – 4).

Таблица 1. Характеристики процесса и продукции при минимуме суммарных затрат

Среднее значение параметра продукции, μ_j	Оптимальное значение СКО, $\sigma_{j,opt}$	Минимальные затраты, $\Pi(\sigma_{j,opt})$, у.е.	Вероятность брака, $Q(\sigma_{j,opt})$	Значение СКО σ_j^* при $Q(\sigma_j^*) = 10^{-6}$	Величина затрат, $\Pi(\sigma_j^*)$
1	2	3	4	5	6
0	0.85	7.1	$4 \cdot 10^{-4}$	0.62	14
$0.5\sigma_j$	0.75	7.6	$3 \cdot 10^{-4}$	0.57	19
$1.5\sigma_j$	0.6	18	$2.3 \cdot 10^{-4}$	0.48	25

Для сравнения в табл. 1 (столбец 5) представлены значения СКО параметра продукции, соответствующего вероятности брака $Q(\sigma_j^*) = 10^{-6}$, что равно единице ppm, т.е., одному дефектному изделию на миллион единиц продукции (part per million) [2]. В столбце 6 приведены соответствующие затраты на улучшение качества процесса. Из этого сравнения следует, что при заданных требованиях на вероятность брака, требования к точности параметров продукции и, соответственно, процессов ужесточаются и затраты возрастают.

3. Функция суммарных затрат на повышение точности процесса производства и измерительный контроль продукции

Модель для суммарных затрат на проведение операции измерительного контроля N -мерного объекта (продукции) представим в виде [6, 7, 8, 13]:

$$C_{\kappa,N} = \sum_{j=1}^N K_{j,I} I(\sigma_{\psi_j}) + K_{\alpha,N} \alpha(N) + K_{\beta,N} \beta(N) . \quad (17)$$

Здесь:

$$I(\sigma_{\psi_j}) = \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \frac{\sigma_j^2}{\sigma_{\psi_j}^2} \right) \quad (18)$$

– количество информации (в битах), получаемое при измерении j – того параметра продукции для измерительного канала с аддитивной гауссовой погрешностью [11];

$K_{j,I}$ – коэффициент затрат на получение одного бита информации при измерении одного параметра, $K_{\alpha,N}$ и $K_{\beta,N}$ – коэффициенты затрат на одну единицу продукции вследствие ошибок 1-го и 2-го рода;

$$\alpha(N) = 1 - \prod_{j=1}^N (1 - \alpha_j) \quad (19)$$

– вероятность ошибки 1-го рода (ложного забракования единицы годной продукции);

$$\beta(N) = 1 - \prod_{j=1}^N (1 - \beta_j) \quad (20)$$

– вероятность ошибки 2-го рода (признания годной единицы дефектной продукции);

– α_j и β_j – вероятности ошибок 1-го и 2-го рода для j -го параметра;

– σ_j , σ_{ψ_j} – СКО измеряемого параметра U_j и погрешности его измерения соответственно.

В случае когда вероятности ошибок 1-го и 2-го рода по двум и более параметрам малы по сравнению с вероятностями этих ошибок по одному параметру и ими можно пренебречь, выражения (19) и (20) приближённо можно представить в виде [12]:

$$\alpha(N) \approx \sum \alpha_j , \quad (21)$$

$$\beta(N) \approx \sum_{j=1}^N \beta_j . \quad (22)$$

Погрешность применения формул (21) и (22), например, при значениях вероятностей $\alpha_j \leq 0.01$, $\beta_j \leq 0.01$ и $N \leq 100$ не превышает 1%, при значениях $\alpha_j \leq 0.001$, $\beta_j \leq 0.001$

и $N \leq 10^3$ погрешность меньше 0.1 %. На практике, как правило, вероятности ошибок 1-го и 2-го рода должны быть значительно меньше приведенных величин вероятностей [2].

С учётом приближений (21) и (22) функция затрат (17) при известных коэффициентах затрат K_{α_j} и K_{β_j} вследствие ошибок 1-го и 2-го рода по каждому параметру определяется выражением

$$C_{\kappa,N} = \sum_{j=1}^N K_{j,I} I(\sigma_{\psi_j}) + \sum_{j=1}^N K_{\alpha_j} \alpha_j + \sum_{j=1}^N K_{\beta_j} \beta_j . \quad (23)$$

Общие затраты на улучшение процесса и на измерительный контроль продукции определяются суммированием затрат (15) и (17):

$$\Pi_{\Sigma, N} = \Pi_{\text{ТП}} + C_{k, N}. \quad (24)$$

Для определения вероятностей ошибок 1-го и 2-го рода в формулах (19 – 23) используется методика, разработанная в [6 – 10] с использованием рекомендаций МИ 1317 – 2004 [3], для измерительного канала с аддитивной случайной погрешностью, распределённой с усечённой плотностью вероятности $\bar{f}(\psi_j)$ в интервале $[-\Delta_{j,m}, \Delta_{j,m}]$.

Для вероятностей ошибок 1-го и 2-го рода в [9] получены следующие аналитические выражения.

Для вероятности ошибки 1-го рода:

$$\alpha_j = \int_{\Omega_{1,\alpha_j}} f(U_j)[1 - \bar{F}_{\psi_j}(U_j + G_j)]dU_j + \int_{\Omega_{2,\alpha_j}} f(U_j)\bar{F}_{\psi_j}(U_j - G_j)dU_j. \quad (25)$$

Здесь области интегрирования:

$$\Omega_{1,\alpha_j} = [-G_j, -G_j + \Delta_{j,m}], \quad (26)$$

$$\Omega_{2,\alpha_j} = [G_j - \Delta_{j,m}, G_j]. \quad (27)$$

Вероятность ошибки 2-го рода равна

$$\beta_j = \int_{\Omega_{1,\beta_j}} f(U_j)[\bar{F}_{\psi_j}(U_j + G_j)]dU_j + \int_{\Omega_{2,\beta_j}} f(U_j)[1 - \bar{F}_{\psi_j}(U_j - G_j)]dU_j, \quad (28)$$

где области интегрирования:

$$\Omega_{1,\beta_j} = [-G_j - \Delta_{j,m}, -G_j], \quad (29)$$

$$\Omega_{2,\beta_j} = [G_j, G_j + \Delta_{j,m}]. \quad (30)$$

В формулах (25) и (28) $\bar{F}_{\psi_j}(\cdot)$ - интегральная функция усечённого распределения погрешности измерения в интервале $[-\Delta_{j,m}, \Delta_{j,m}]$.

Выражения (25) и (28) для вероятностей ошибок 1-го и 2-го рода можно представить в виде [9, 10]:

$$\alpha_j = \int_{\Omega_{1,\alpha_j}} f(U_j)dU_j[1 - \bar{F}_{\psi_j}(-G_j + \frac{1}{2}\Delta_{j,m})] + \int_{\Omega_{2,\alpha_j}} f(U_j)dU_j\bar{F}_{\psi_j}(G_j - \frac{1}{2}\Delta_{j,m}), \quad (31)$$

$$\beta_j = \int_{\Omega_{1,\beta_j}} f(U_j)dU_j\bar{F}_{\psi_j}(-G_j - \frac{1}{2}\Delta_{j,m}) + \int_{\Omega_{2,\beta_j}} f(U_j)dU_j[1 - \bar{F}_{\psi_j}(G_j + \frac{1}{2}\Delta_{j,m})]. \quad (32)$$

В работе [9] показано, что при равномерном распределении аддитивной погрешности измерений в интервале $[-\Delta_{j,m}, \Delta_{j,m}]$ выражения (31) и (32) дают верхние оценки для вероятностей ошибок 1-го и 2-го рода:

$$\alpha_{j,\max} = 0.25[\int_{\Omega_{1,\alpha_j}} f(U_j)dU_j + \int_{\Omega_{2,\alpha_j}} f(U_j)dU_j], \quad (33)$$

$$\beta_{j,\max} = 0.25[\int_{\Omega_{1,\beta_j}} f(U_j)dU_j + \int_{\Omega_{2,\beta_j}} f(U_j)dU_j]. \quad (34)$$

Для нормального распределения измеряемого параметра в соответствии с выражениями (33) и (34) вероятности ошибок равны

$$\alpha_{j,\max} = 0.25[\text{pnorm}(G_j, \mu_j, \sigma_{1,j}) - \text{pnorm}(G_j - \Delta_{j,m}, \mu_j, \sigma_{1,j})] + 0.25[\text{pnorm}(-G_j + \Delta_{j,m}, \mu_j, \sigma_{1,j}) - \text{pnorm}(-G_j, \mu_j, \sigma_{1,j})], \quad (35)$$

$$\beta_{j,\max} = 0.25[\text{pnorm}(G_j + \Delta_{j,m}, \mu_j, \sigma_{1,j}) - \text{pnorm}(G_j, \mu_j, \sigma_{1,j})] + 0.25[\text{pnorm}(-G_j, \mu_j, \sigma_{1,j}) - \text{pnorm}(-G_j - \Delta_{j,m})] \quad (36)$$

Здесь: $\text{pnorm}(U_j, \mu_j, \sigma_j)$ – интегральная функция нормального распределения в обозначениях программы Mathcad.

На рис. 2 представлены зависимости суммарных затрат (24) от СКО одного измеряемого параметра при СКО аддитивной погрешности измерения $\sigma_{\psi_j} = 0.01$, обеспечивающей вероятность ошибки 2-го рода (36) $\beta_j = 1 \cdot 10^{-6}$ в диапазоне изменения СКО измеряемого параметра $\sigma_j \in (0, 0.8]$ для различных величин средних $\mu_j = 0, 0.5, 1.5$, которым соответствуют кривые $\Pi 01(\sigma_1)$, $\Pi 02(\sigma_1)$, $\Pi 03(\sigma_1)$. При построении графиков коэффициенты затрат в (17) приняты равными: $K_{I,j} = 20 \frac{\$}{\text{бум}}$; $K_{\alpha_j} = 500$; $K_{\beta_j} = 500$, границы интервала распределения аддитивной погрешности приняты равными $[6, 9] \pm \Delta_{j,m} = \pm 3\sigma_{\psi_i}$. Для составляющей (16) суммарных потерь (24) приняты те же данные, что и для рис. 1.

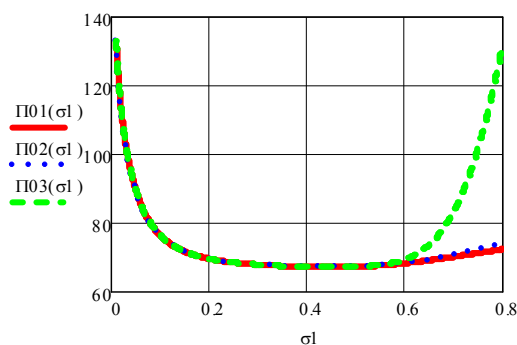


Рис. 2 Зависимости суммарных затрат (24) на улучшение технологического процесса и контроль продукции от СКО измеряемого параметра продукции

Из рис. 2 видно, что минимальные затраты при введении контроля возрастают. При этом величина минимальных затрат примерно постоянна в интервале $[0.2, 0.6]$ значений СКО измеряемого параметра продукции. Это постоянство обусловлено тем, что затраты на измерения (кривая $C1(\sigma_1)$), определяемые первым слагаемым в правой части формул (17) и (23), возрастают примерно с той же скоростью, с какой затраты на улучшение процесса убывают (первое слагаемое в правой части формул (15) и (16)) (см. рис. 3). В то же время потери за счёт ошибок 1-го и 2-го рода (кривые $C2(\sigma_1)$, $C3(\sigma_1)$), определяемые вторым и третьим слагаемым в формулах (17) и (23), пренебрежимо малы. При этом необходимо заметить, что возрастание суммарных затрат в соответствии с графиками, представленными на рис. 2, определяются потерями на несоответствия (брак) продукции (вторые слагаемые в правой части формул (15) и (16)).

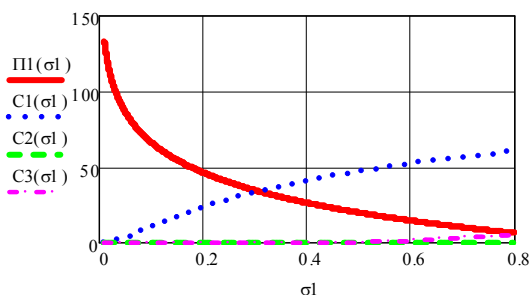


Рис. 3 Затраты: на улучшение процесса (кривая $\Pi(\sigma_1)$); на проведение измерительного контроля (кривая $C1(\sigma_1)$); на потери за счёт ошибок 1-го и 2-го рода (кривые $C2(\sigma_1)$, $C3(\sigma_1)$)

4. Об условиях применения предложенной методики оценки затрат

Выше представлена методика расчёта затрат *в предположении*, что параметры процесса $x_i, i = 1, 2, \dots, M$ являются нормально распределёнными и статистически независимыми случайными величинами.

Замечательным свойством нормального закона является свойство *экстремальности* [11], заключающееся в том, что этот закон имеет максимальную энтропию при следующих условиях: $x_i \in [-\infty, \infty]$; известно среднее значение (математическое ожидание) измеряемого параметра $M\{x_i\} = \overline{x_i} = \mu_i$; задана величина центрального момента второго порядка (дисперсия) $M(x_i - \mu_i)^2 = \overline{(x_i - \mu_i)^2} = \sigma_{x_i}^2$.

В нашем случае предполагается, что отклонения параметров процесса малы по сравнению с их номинальными значениями, т.е. $\Delta x_i \ll x_{0,i}$, а значения среднего и дисперсии известны, поэтому в качестве экстремального распределения можно выбрать нормальный закон.

На практике выбор и обоснование законов распределения при количественных измерениях параметров процесса или продукции проводят стандартными методами проверки статистических гипотез о соответствии эмпирического распределения некоторому гипотетическому (теоретическому) распределению с применением соответствующих критериев согласия [17].

Если доказано, что распределение параметров процесса не является гауссовым, но условие статистической независимости параметров выполняется, то предложенная выше методика расчёта затрат сохраняется. При этом необходимо установить закон распределения приращения (7).

Например, рассмотрим случай, когда распределение параметров процесса равномерное, так же являющееся экстремальным в интервале $[a_i, b_i]$, а распределение приращения (7) параметров продукции нормальное [18]. Тогда формула (15) для функции затрат на увеличение точности процесса приобретает вид:

$$П_{ТП} = \sum_{i=1}^M K_{1,i} \log_2 \left(\frac{\Delta_{0,i}}{\Delta_{1,i}} \right) + K_{2,N} Q_{b,N}, \quad (37)$$

где $\Delta_{0,i} = b_{0,i} - a_{0,i}$ – интервал начального распределения и $\Delta_{1,i} = b_{1,i} - a_{1,i}$ – интервал улучшенного распределения параметра процесса, когда выполняется неравенство $\Delta_{1,i} < \Delta_{0,i}$.

При выполнении приближения (14) функция затрат (37) рассчитывается по формуле:

$$П_{ТП} = \sum_{i=1}^M K_{1,i} \log_2 \left(\frac{\Delta_{0,i}}{\Delta_{1,i}} \right) + \sum_{j=1}^N K_{2,j} Q_{b,j}. \quad (38)$$

Здесь вероятность брака по j -тому параметру изделия вычисляется по формуле (12).

Для указанных условий функции затрат (17) и (23) сохраняют свой вид и при этом работает общая формула (24) для суммарных затрат.

Рассмотренная выше задача определения затрат решена при условии статистической независимости параметров процесса и продукции, когда выполняется *условие максимума энтропии* (3) многомерного распределения параметров объекта контроля.

Учёт статистической зависимости между случайными параметрами – задача важная и требует серьёзных дополнительных исследований и анализа, поэтому авторы ограничились более скромной задачей, решение которой полезно для практического использования. Однако следует отметить, что введение статистической зависимости между параметрами переводит задачу измерения случайных величин к задаче измерения случайных векторов [19, 20].

Требования к процессу вытекают из предложенного метода расчёта затрат и сводятся в основном к следующему.

1. Процесс должен описываться набором (вектором) измеряемых параметров с заданными допусками к ним.
2. Точность выполнения выходных параметров должна быть регулируемой или подбираться из заданного ряда значений, как например, точность дискретных комплектующих элементов при сборке и монтаже радиоэлектронных узлов и блоков.
3. Параметры процесса и продукции должны допускать количественные измерения, а также изменения стоимостных показателей технологического оборудования и средств измерительного контроля.

Перечисленные требования позволяют подготовленному специалисту исследовать тот или иной технологический процесс на предмет оптимизации затрат на повышение точности процесса и измерения.

4. Заключение

Разработаны математические модели суммарных и общих (включая измерительный контроль продукции) затрат на повышение качества процессов – формулы (15), (16) и (26) соответственно. Важность предложенных математических моделей суммарных затрат состоит в том, что специалистам по проектированию метрологического обеспечения и технологам организации предоставляется возможность на аналитическом уровне решать практические вопросы оптимального перераспределения затрат между процедурами улучшения качества процессов и продукции и процедурой измерительного контроля.

Литература

1. ГОСТ Р ИСО 9001 – 2008 Системы менеджмента качества. Требования.
2. *Розно М. И.* Откуда берутся неприятности? // Стандарты и качество. 2002. №11. – С. 14 – 20.
3. МИ 1317-2004. Рекомендация. ГСИ. Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров.
4. *Сергеев А.Г., Латышев М.В., Терегеря В.В.* Метрология, стандартизация и сертификация: Учеб. пособие.- М.: Логос, 2004.- 560 с.
5. *Кудрицкий В. Д., Синица М. А., Чинаев В. И.* Автоматизация контроля РЭА. М.: Сов. радио, 1977. -270 с.
6. *Серых В. И., Пальчун Ю. А., Квиткова И. Г.* Достоверность измерительного контроля с учётом требований к показателям точности измерений. // Измерительная техника. – 2011. - № 6. – С. 12 – 15. V.I. Serikh, YU.A. Palchun, I.G. Kvitkova. Reliability of measuring control taking into account requirements to indicators of accuracy of measurements. Measurement Techniques: Volume 54. Issue 6 (2011). Page 599 – 605. New York.
7. *Серых В. И., Порватов С. П., Сединин В. И.* Многопараметрический контроль: достоверность и затраты // Методы менеджмента качества. 2010. № 5. С. 44–49.
8. *Серых В. И., Гребцова Л. В.* Достоверность многопараметрического контроля // Вестник СибГУТИ. 2010. № 1. С. 70 – 76.
9. *Серых В.И., Гребцова Л.В.* Метод обоснования требований к точности средств измерительного контроля // Вестник СибГУТИ. 2012. №1. – С. 32 - 42.
10. *Чернышевская Е.И., Серых В.И.* Применение принципов менеджмента качества в СМК вуза: Монография. – Новосибирск: ФГОБУ ВПО «СибГУТИ», 2011.- 124 с.
11. *Галлагер Р.* Теория информации и надёжная связь. М.: Сов. Радио. 1974. 720 с.

12. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Сов. Радио. 1968. 504 с.
13. Серых В.И. Информационный критерий оценки состояния технологических процессов производства радиоэлектронной аппаратуры. // Широкополосные радиотехнические цепи и устройства ВЧ и СВЧ: Межвузовский сборник научных трудов. / НЭТИ. – 1987. – С. 145 – 151.
14. Р 50 – 601 -19 -91 Рекомендации. Применение статистических методов регулирования технологических процессов.
15. Р 50 – 601 – 20 -91 ВНИИС. Рекомендации по оценке точности и стабильности технологических процессов.
16. Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. Методы обработки данных. М.: Мир. 1980. – 620 с.
17. Р 50.1.037 – 2002. Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим.
18. ГОСТ 50779. 44 - 2004. Статистические методы. Показатели возможностей процессов. Основные методы расчётов.
19. Соболев В.И. Информационно-статистическая теория измерений: Измерение случайных величин и случайных векторов: Учебное пособие. – М.: Изд-во МАИ, 2006. – 120 с.: ил.
20. Серых В.И. Некоторые вопросы метрологического обеспечения продукции.// Метрология.2010 -№ 9. – с. 35 – 43.

*Статья поступила в редакцию 19.10.2012
Переработанный вариант – 14.01.2013*

Серых Владимир Ильич

к.т.н., доцент НГТУ, тел. 226 – 77 – 25, e-mail: serikh65@mail.ru

Чернышевская Елена Ильинична

к.э.н., доцент, доцент каф. ПММ «СибГУТИ», тел.: 269-82-83,
e-mail: eliche@sibsutis.ru

Гребцова Лариса Васильевна

начальник ОМК СибГУТИ, доцент каф. ПДС и М тел. 269-82-12,
e-mail: smk@sibsutis.ru

Method of estimating the costs on improving the accuracy of manufacturing process and final inspection of products

V.I. Serykh, E. I. Chernychevskaya, L.V. Grebtsova

In this paper, the mathematical model of the total costs on improving the accuracy of manufacturing process and final inspection of products is determined. The proposed model enables to optimize requirements for process and production parameters by minimum costs criterion in case of the given reliability indexes of measuring production monitoring.

Keywords: entropy process, quantity of information, probability, the confidence score, cost function.