

Сравнительный анализ межсимвольной интерференции сигналов с ФРМ и ФМ в каналах с дискретной многолучёвостью

Г.М. Сидельников, А.С. Синявская

На основе аппарата векторной алгебры получено векторное представление параметров межсимвольной интерференции (МСИ) сигналов ФРМ и ФМ для каналов с дискретной многолучёвостью. Проведён подробный анализ образования МСИ для двухлучевой модели канала. Приведён сравнительный анализ МСИ сигналов ФРМ и ФМ для различной кратности модуляции.

Ключевые слова: дополнительный сдвиг фаз, двухлучевой канал, кратность модуляции, неустраняемая вероятность ошибки.

1. Введение

Анализ помехоустойчивости дискретных систем связи в каналах с частотно-селективными замираниями, как правило, основан на применении аппарата системных функций [1]. Такой анализ не отображает всего многообразия многолучевого поля и не применим для сигналов с кратностью модуляции более двух. Кроме того, многолучевое поле носит дискретный характер, так как используются высоко поднятые антенны [2].

Целью работы является получение аналитических выражений для расчёта параметров межсимвольной интерференции сигналов с фазоразностной и фазовой модуляции различной кратности на основе двухлучевой модели канала.

2. Образование межсимвольной интерференции в двухлучевом канале для сигналов однократной ФРМ

Информационным параметром сигнала при фазоразностной модуляции является разность фаз двух следующих друг за другом посылок:

$$\begin{aligned} S_{n-1}(t) &= A \sin(\omega t + \varphi_{n-1}), \quad (n-1)T \leq t \leq nT, \\ S_n(t) &= A \sin(\omega t + \varphi_n), \quad nT \leq t \leq (n+1)T. \end{aligned} \quad (1)$$

Приёмник определяет переданный с помощью колебания (1) вариант фаз $\psi = \varphi_n - \varphi_{n-1}$.

Для составления математических алгоритмов работы приёмника удобно представить посылки сигнала $S_{n-1}(t)$ и $S_n(t)$ в виде векторов $\mathbf{S}_{n-1}$ и $\mathbf{S}_n$ функционального пространства сигналов. Аппарат векторной алгебры целесообразно использовать в связи с тем, что понятие разности фаз двух посылок сигнала и угла между соответствующими векторами функционального пространства тождественны.

В отсутствие помех в векторной алгебре угол ψ между векторами $\mathbf{S}_{n-1}$ и $\mathbf{S}_n$, заданными на интервале T , определяется из следующего общего соотношения

$$\cos \psi = \frac{\mathbf{S}_{n-1} \cdot \mathbf{S}_n}{\|\mathbf{S}_{n-1}\| \cdot \|\mathbf{S}_n\|}$$

где $\mathbf{S}_{n-1} \cdot \mathbf{S}_n$ – скалярное произведение векторов, $\|\mathbf{S}_{n-1}\|$, $\|\mathbf{S}_n\|$ – нормы векторов $\mathbf{S}_n(t)$ и $\mathbf{S}_{n-1}(t)$, равные

$$\|\mathbf{S}_n\| = \sqrt{\int_0^T S_n^2(t) dt},$$

$$\|\mathbf{S}_{n-1}\| = \sqrt{\int_0^T S_{n-1}^2(t) dt}.$$

При отсутствии помех, а также при $\omega = k \frac{2\pi}{T}$ (k – целое число)

$$\cos \psi = \cos(\varphi_n - \varphi_{n-1}).$$

Однако при наличии помех и межсимвольной интерференции (МСИ)

$$\cos \psi \neq \cos(\varphi_n - \varphi_{n-1}).$$

Ниже рассмотрим случай образования МСИ в двухлучевом канале с постоянными параметрами.

Суммарный сигнал на интервале $(n-1)T \leq t \leq nT$ при задержке $\tau_3 < \tau$

$$S_{\Sigma}^n(t) = A_0 \sin(\omega t + \varphi_n) + A_3 \sin[\omega(t - \tau_3) + \varphi_{n+1}] + A_3 \sin\{\omega[t - (T - \tau_3)] + \varphi_n\}. \quad (2)$$

Для $(n-2)T \leq t \leq (n-1)T$

$$S_{\Sigma}^{n-1}(t) = A_0 \sin(\omega t + \varphi_{n-1}) + A_3 \sin[\omega(t - \tau_3) + \varphi_n] + A_3 \sin\{\omega[t - (T - \tau_3)] + \varphi_{n-1}\}, \quad (3)$$

где A_0 – амплитуда основного луча, A_3 – амплитуда задержанного луча, τ_3 – величина задержки второго луча относительно первого основного луча.

Суммарные вектора сигналов на двух посылках можно представить как

$$S_{\Sigma}^n(t) = A_{\Sigma}^n \sin(\omega t + \varphi_n + Q_n + \varphi_0), \quad (4)$$

$$S_{\Sigma}^{n-1}(t) = A_{\Sigma}^{n-1} \sin(\omega t + \varphi_{n-1} + Q_{n-1} + \varphi_0), \quad (5)$$

где A_{Σ}^n , A_{Σ}^{n-1} – амплитуды результирующих сигналов на n и $n-1$ посылках соответственно, Q_n , Q_{n-1} – дополнительный сдвиг фаз за счёт межсимвольной интерференции (МСИ), φ_0 – набег фазы относительно основного луча.

Расчёт A_{Σ}^n и Q_n ведётся через квадратурное представление сигналов:

$$A_{\Sigma}^n = \sqrt{X_n^2 + Y_n^2}, \quad Q_n = \arctg \frac{X_n}{Y_n}, \quad (6)$$

$$X_n = \sin \varphi_n + \frac{A_3}{A_0} \left(1 - \frac{\tau_3}{T}\right) \sin(\varphi_n + \varphi_0) + \frac{A_3}{A_0} \left(\frac{\tau_3}{T}\right) \sin(\varphi_{n+1} + \varphi_0), \quad (7)$$

$$Y_n = \cos \varphi_n + \frac{A_3}{A_0} \left(1 - \frac{\tau_3}{T}\right) \cos(\varphi_n + \varphi_0) + \frac{A_3}{A_0} \left(\frac{\tau_3}{T}\right) \cos(\varphi_{n+1} + \varphi_0). \quad (8)$$

Параметры МСИ необходимо рассчитывать для всевозможных комбинаций интерферирующих символов $(\varphi_{n+1}, \varphi_n, \varphi_{n-1})$.

Для однократной фазоразностной модуляции, когда информация заложена в разность фаз двух соседних посылок, ошибка произойдет за счёт дополнительного сдвига фаз ΔQ , если будет выполнено условие

$$\Delta Q = Q_n - Q_{n-1} \geq \frac{\pi}{2}.$$

Проведём анализ МСИ для случая $\tau_3 < T$ и $A_3 < A_0$ при равномерном распределении φ_0 , при этом дополнительный сдвиг фаз ΔQ представим как функционал

$$\Delta Q = \Phi\left(\varphi_{n+1}, \varphi_n, \varphi_{n-1}, \frac{A_3}{A_0}, \frac{\tau_3}{T}, \varphi\right). \quad (9)$$

Как показали вычисления согласно (6) – (8), дополнительный сдвиг возникает только для определённых комбинаций информационных символов в зависимости от $\left(\frac{A_3}{A_0}, \frac{\tau_3}{T}, \varphi\right)$. Так, для $\Delta Q(\pi, 0, \pi) = \Delta Q(\pi, \pi, \pi) = \Delta Q(0, 0, 0) = \Delta Q(0, \pi, 0) = 0$,

$$\Delta Q(\pi, 0, 0) \neq 0, \Delta Q(\pi, \pi, 0) \neq 0, \Delta Q(0, 0, \pi) \neq 0, \Delta Q(0, \pi, \pi) \neq 0. \quad (10)$$

На рис.1 показан механизм образования МСИ в виде временных диаграмм.

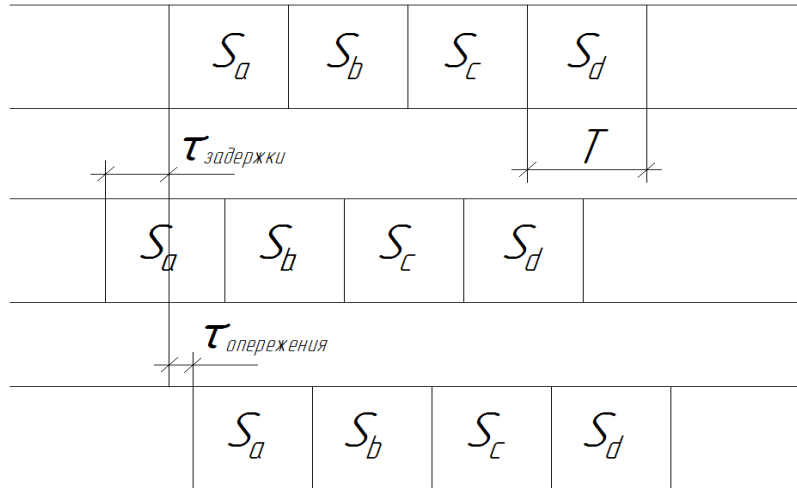


Рис.1. Временные последовательности основного, задержанного и опережающего сигналов

Так как информация заложена в разности фаз двух соседних посылок, важно знать абсолютное значение фазы на каждой посылке, что проиллюстрировано с помощью векторного представления на рис. 2.

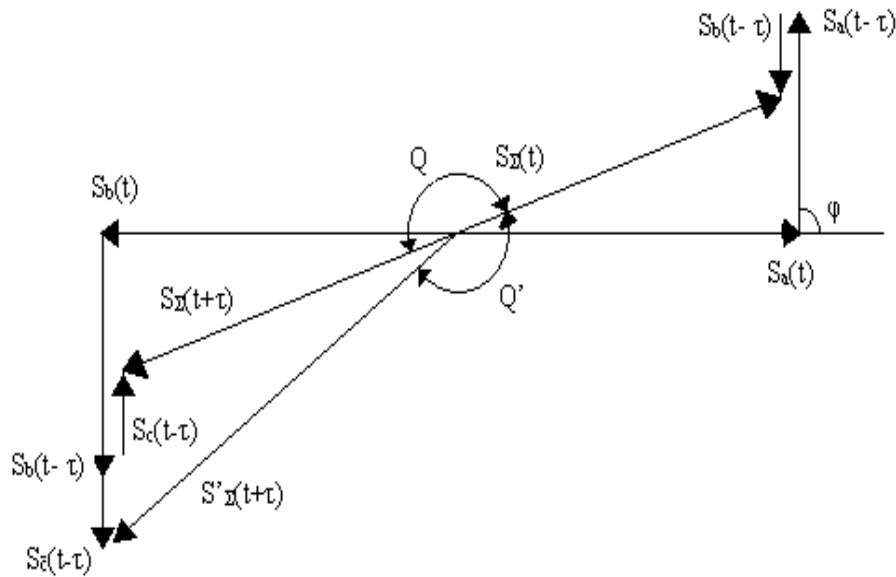


Рис. 2. Векторное представление образования межсимвольной интерференции

Как видно из рис. 2, дополнительный сдвиг фаз для последовательности информационных сигналов ($a=0, b=\pi, c=0$) не образуется, в то время как для ($a=0, b=\pi, c=\pi$) он есть, что является векторной иллюстрацией выражений (10).

Характер зависимости дополнительного сдвига фаз в соответствии с (9) для разных $\frac{A_3}{A_0}$, показан на рис. 3 и 4.

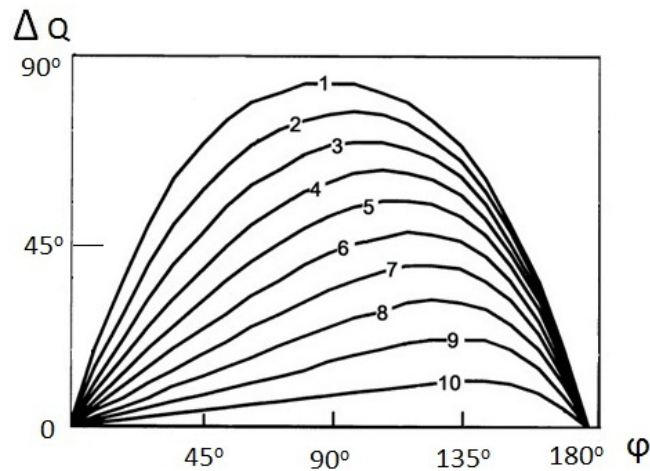


Рис. 3. Зависимость дополнительного сдвига фаз ΔQ для $\frac{A_3}{A_0} = 0.5$; $\varphi = (0 - \pi)$, $\frac{\tau_3}{T} = (0 - 1)$, что соответствует кривым от 1 до 10 и последовательности символов $(0, \pi, \pi)$

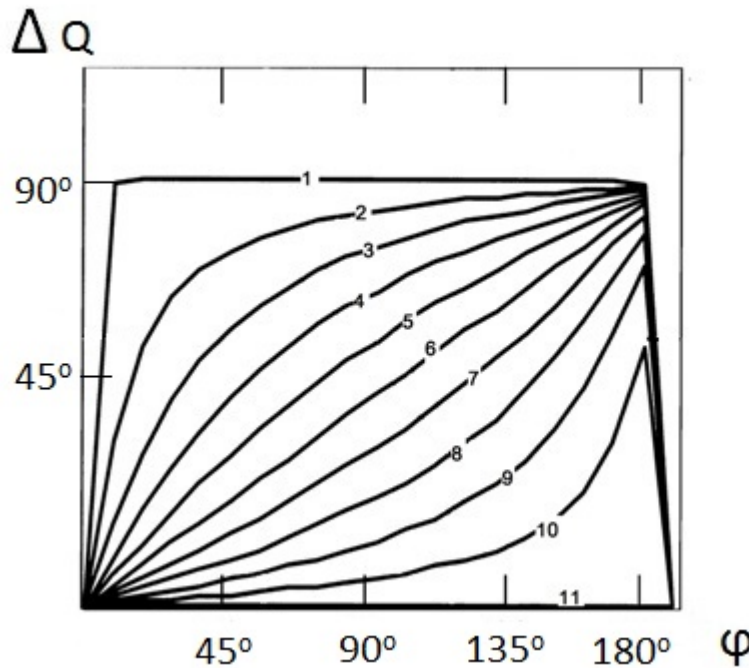


Рис. 4. Зависимость дополнительного сдвига фаз ΔQ для $\frac{A_3}{A_0} = 0.99$; $\varphi = (0 - \pi)$, $\frac{\tau_3}{T} = (0 - 1)$ и последовательности символов $(0, 0, \pi)$

Характер зависимости ΔQ для всех сочетаний символов, для которых образуется дополнительный сдвиг фаз, как показали расчёты, остаётся неизменным. Приведённые выше зависимости характерны для $\tau_3 < T$, когда количество сочетаний символов равно 8. При $2T > \tau_3 > T$ необходимо рассматривать 16 сочетаний, при $3T > \tau_3 > 2T$ – 32 сочетания, а дальнейшее увеличение задержки сигнала на характер зависимости уже не влияет.

Рассмотрим обобщённое выражение для последовательности (a, b, c, d, e) в виде $\Delta Q_{(c,d,e)}^{(a,b)}$, где значение символов может быть 0 или π .

При рассмотрении всех сочетаний символов для 12 комбинаций нет дополнительного сдвига фаз, для 16 комбинаций характер ΔQ такой же, как при задержках менее длительности посылки, для 4 комбинаций характер кардинально меняется. Такими комбинациями являются $\Delta Q_{(\pi,0,\pi)}^{(0,0)}$, $\Delta Q_{(0,\pi,0)}^{(0,0)}$, $\Delta Q_{(\pi,0,\pi)}^{(\pi,\pi)}$, $\Delta Q_{(0,\pi,0)}^{(\pi,\pi)}$. На рис. 5 и 6 представлено векторное представление дополнительного сдвига фаз для задержек более длительности посылки.

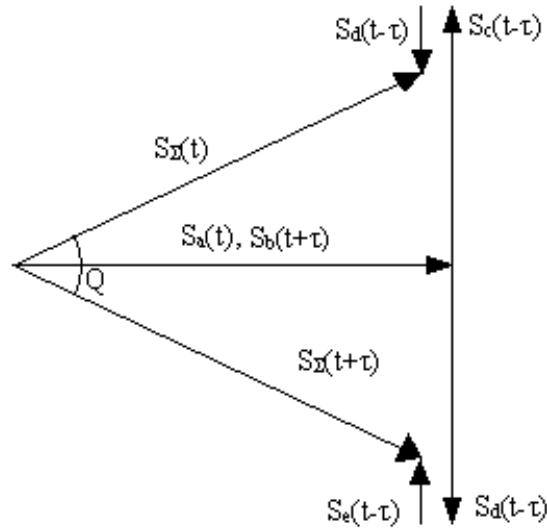


Рис. 5. Векторное представление дополнительного сдвига для комбинации символов $\Delta Q_{(0,\pi,0)}^{(0,0)}$

Для комбинации $\Delta Q_{(0,\pi,0)}^{(0,0)}$ величина дополнительного сдвига фаз, в первую очередь, определяется задержкой, и во вторую очередь, – величиной $\frac{A_3}{A_0}$, причём максимальное значение достигается при $\frac{A_3}{A_0} = 0.99$ для τ_3 , равному началу или концу посылки.

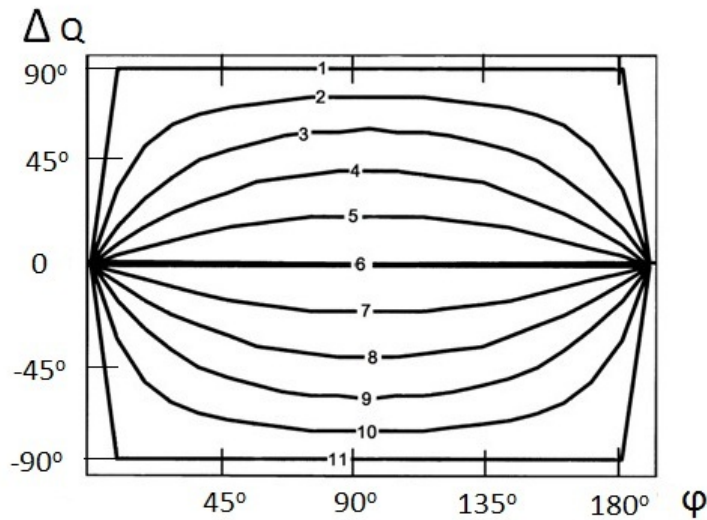


Рис. 6. Зависимость дополнительного сдвига $\Delta Q_{(0,\pi,0)}^{(0,0)}$ от $\varphi = (0 - \pi)$, для $\frac{A_3}{A_0} = 0.99$ и $\frac{\tau_3}{T} > 1$,

где линии 1 – 11 соответствуют τ_3 от T до $2T$ с шагом $0.1T$.

Обобщая рассмотренные выше зависимости, можно отметить, что дополнительный сдвиг фаз, вызванный многолучевым распространением, определяется амплитудой, задержкой, фазой второго луча, а также сочетанием информационных символов. При значительных амплитудах второго луча и задержках, зависимость от фазы нивелируется, а при $2T > \tau_3 > T$, зависимость от задержки приобретает своеобразный характер.

На рис. 7 и 8 приведены зависимости дополнительного сдвига фаз от величины задержки, фазы и амплитуды задержанного луча, равной 0.9 в формате 3D для $\tau_3 < T$ и $\tau_3 > T$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

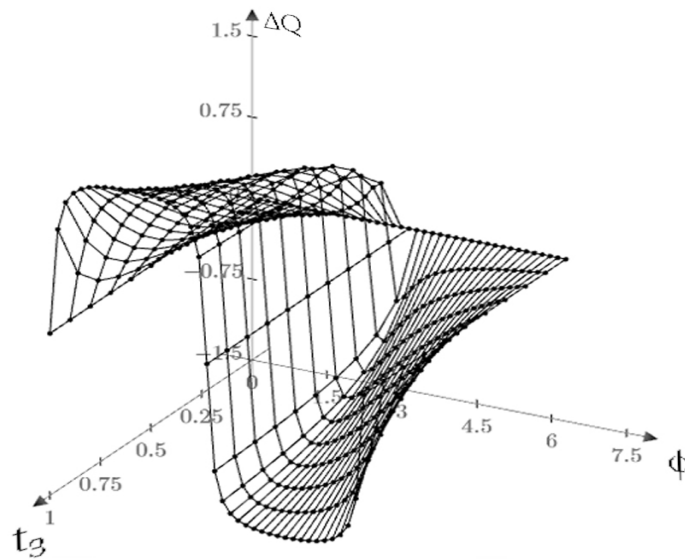


Рис. 7. Зависимость дополнительного сдвига фаз $\Delta Q_{\left(\begin{smallmatrix} 0,0 \\ 0,0,\pi \end{smallmatrix}\right)}$ от задержки и фазы второго луча

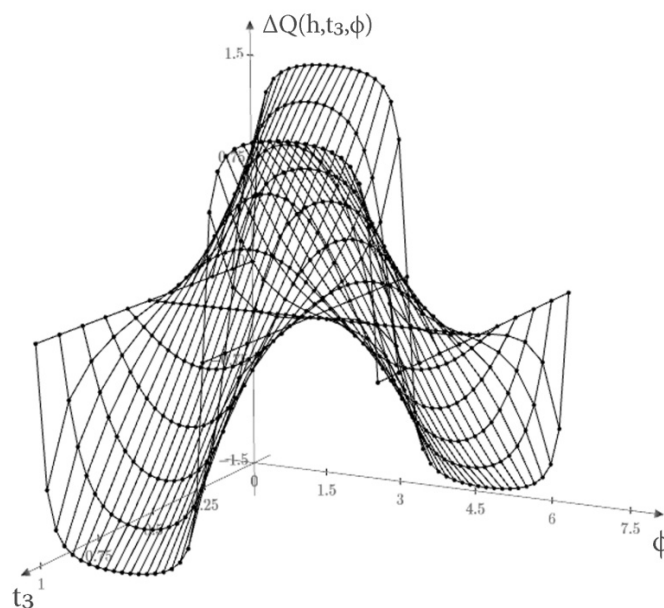


Рис. 8. Зависимость дополнительного сдвига фаз $\Delta Q_{\left(\begin{smallmatrix} 0,0 \\ \pi,0,\pi \end{smallmatrix}\right)}$ от задержки фазы второго луча

Вышеприведённый анализ образования межсимвольной интерференции для сигналов однократной фазоразностной модуляции позволяет сделать следующие выводы:

- при задержках второго луча меньше длительности посылки, основное влияние на формирование дополнительного сдвига фаз оказывает величина задержки луча;
- при задержках второго луча больше длительности посылки, основное влияние оказывает амплитуда задержанного луча.

3. Межсимвольная интерференция для сигналов однократной ФМ

Как показали расчёты МСИ для сигналов ФМ на основании выражений (6), (7), (8), дополнительный сдвиг фазы присутствует всегда вне зависимости от сочетаний интерферирующих символов.

На рис. 9 приведены зависимости дополнительного сдвига фаз ΔQ от фазы задержанного луча для ФМ при сочетании символов $(0, \pi)$. Как показали расчёты, характер кривых будет такой же, как и для сочетаний $(0, 0)$, (π, π) , $(\pi, 0)$.

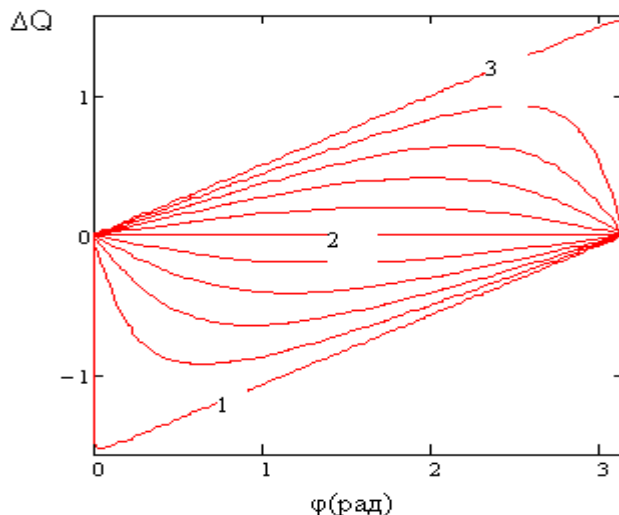


Рис. 9. Зависимость дополнительного сдвига фаз для ФМ модуляции для различных задержек ($1 - \tau_3 = T$, $2 - \tau_3 = \frac{T}{2}$, $3 - \tau_3 = 0$) при $\frac{A_3}{A_0} = 0.999$, комбинация символов $(0, \pi)$

Как видно из рисунка, дополнительный сдвиг фаз, в первую очередь, определяется амплитудой и фазой задержанного луча и во вторую очередь, — задержкой. В отличие от ФРМ, где основную роль играет задержка дополнительного луча, при ФМ дополнительный сдвиг фаз характерен, в основном, для задержек, кратных длительности посылки, и уменьшается до нуля при кратности, равной половине длительности посылки.

4. Межсимвольная интерференция для сигналов двукратной ФРМ и ФМ

Рассмотрим выражение (9) для двукратной ФРМ, где φ_n принимает значения $\left(0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ и задержки второго луча меньше длительности посылки, при этом рассмотрению подлежит 64 комбинации символов.

На рис. 10 и рис.11 приведены зависимости дополнительного сдвига ΔQ от фазы задержанного луча при различных задержках и амплитуды, соизмеримой с основным лучом, для комбинации символов $\left(0, 0, \frac{\pi}{2}\right)$ соответственно для ФРМ и ФМ.

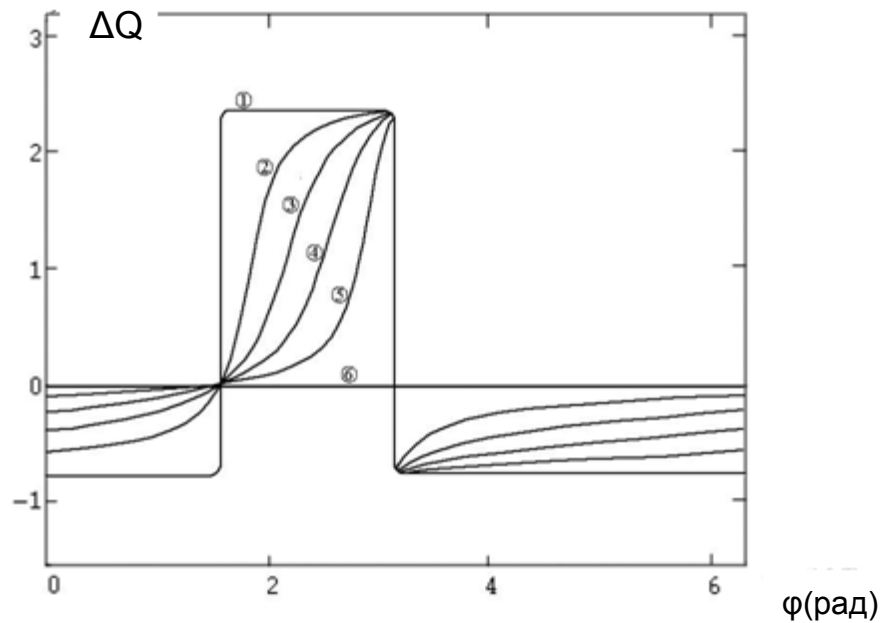


Рис.10. Зависимость ΔQ от фазы для различных задержек: 6 – ($t_3=0$), 1 – 5 – ($t_3 = 0.2T, \dots, T$)

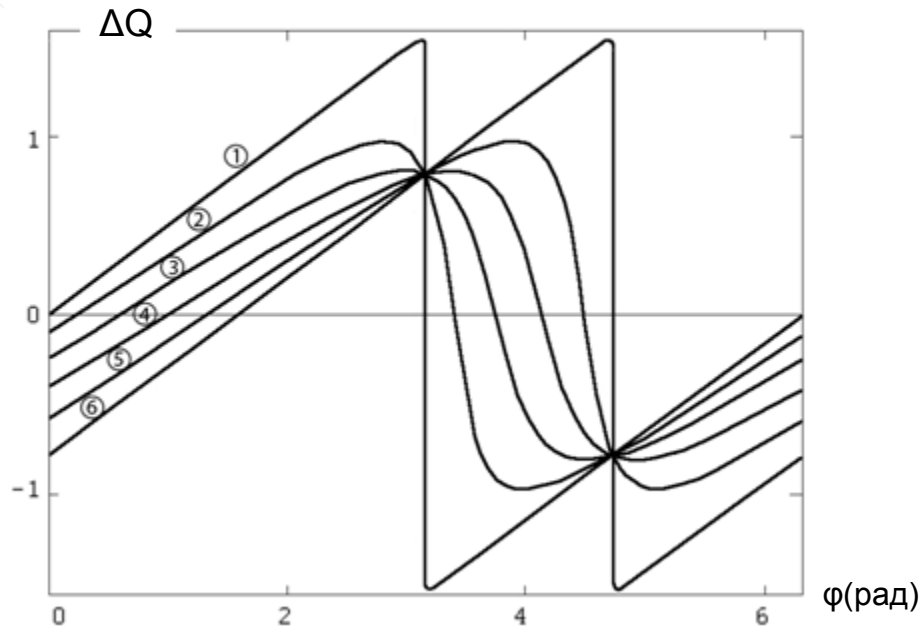


Рис.11. Зависимость ΔQ от фазы для различных задержек: 6 – ($t_3=0$), 5 – 1 – ($t_3 = 0.2T, \dots, T$)

Как показывает анализ, межсимвольная интерференция для сигналов ФРМ возникает для асимметричных комбинаций информационных символов, например, $(\pi/2, 0, \pi)$, в то время как для симметричных комбинаций $(0, \pi, 0)$, неменяющихся комбинаций $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ и монотонных $(0, \frac{\pi}{2}, \pi)$, $(\pi, \frac{\pi}{2}, 0)$, МСИ отсутствует.

Для сигналов с ФМ информационные комбинации символов играют роль перераспределения МСИ, как и влияние задержек сигнала.

При увеличении кратности модуляции характер МСИ не меняется, изменяется только область превышения порогового уровня сигнала.

5. Предельные значения уровня и задержки сигнала для многократной ФРМ и ФМ в двухлучевом канале

Для определения предельных значений амплитуды сигнала, задержки и фазы второго луча, при которых межсимвольная интерференция приводит к ошибкам при отсутствии шума в канале (неустраняемые ошибки), необходимо решить уравнение (9) для определенных значений её параметров.

Условие, при котором возникает ошибка для сигналов ФМ и ФРМ

$$\Delta Q > \frac{\pi}{2n}, \quad (11)$$

где n – кратность модуляции.

Учитывая тот факт, что при фазовой модуляции информация формируется на одной посылке сигнала, а при фазоразностной модуляции информация закладывается в разность фаз на двух соседних посылках, неравенство (10) выполняется при разных условиях.

На рис.12 представлены граничные зависимости значений ΔQ от $\frac{A_3}{A_0}$ и $\frac{\tau_3}{T}$ при значении фазы φ , максимизирующей ΔQ . Представленные зависимости получены путём математического моделирования в программной среде «MATCAD» при равенстве в выражении (10). Сигналы с ФРМ выигрывают при $\tau_3 < 0.5T$ независимо от кратности модуляции и значительно проигрывают при $\tau_3 > 0.5T$ сигналам с ФМ. Увеличение задержки больше длительности посылки не приводит к изменению границ.

При $\tau_3 \geq T$ зависимость от времени задержки для сигналов с ФРМ пропадает и ΔQ , при котором происходят неустраняемые ошибки, определяется отношением

$$\frac{A_3}{A_0} \geq \operatorname{arctg} \pi/(2n), \quad (12)$$

в то время как для сигналов с ФМ

$$\frac{A_3}{A_0} \geq \arccos \pi/(2n) \quad (13)$$

при строго определённой фазе φ . При других значениях фазы ошибок не будет, поэтому вероятность такого события приблизительно равна 10^{-5} (точность расчётов). При увеличении амплитуды второго луча средняя вероятность неустраняемой ошибки возрастает, то есть увеличивается зона ошибочных решений.

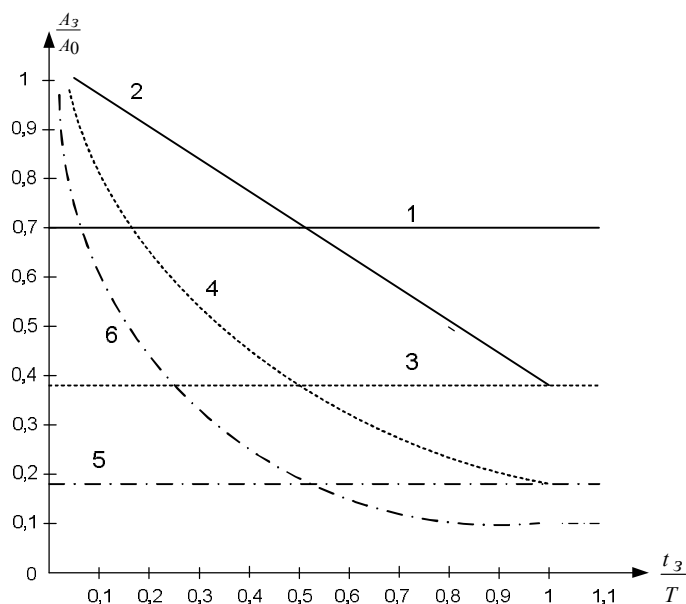


Рис.12. Граничные кривые вероятности неустранимой ошибки для ФМ-2 линия 1, ФРМ-2 – 2, ФМ-3 – 3, ФРМ-3 – 4, ФМ-4 – 5, ФРМ-4 – 6

6. Выводы

Проведённый сравнительный анализ МСИ сигналов с ФМ и с ФРМ позволяет сделать следующие выводы:

- для сигналов с ФМ МСИ определяется амплитудой и фазой задержанного луча;
- МСИ сигналов с ФРМ в двухлучевом канале в равной мере определяется как амплитудой, так и задержкой второго луча, фаза играет второстепенную роль;
- векторное представление параметров МСИ позволяет оценить эффективность применения защитного интервала в каналах с многолучевостью, так как третий член в выражениях (7) и (8), определяющих МСИ при применении защитного интервала, пропадает;
- двухлучевая модель характерна для границы зон обслуживания двух станций, работающих на одной и той же несущей частоте, что позволяет рассчитать интегральную функцию распределения вероятности ошибки при заданной плотности распределения вероятностей задержек, фаз и амплитуды мешающего сигнала;
- представленный метод анализа МСИ позволяет сравнить эффективность применения разнесённого приёма как на передаче, так и на приёме в многолучевых каналах связи.

Литература

1. Кириллов Н.Е. Помехоустойчивая передача сообщений по линейным каналам со случайными изменяющимися параметрами. – Изв. «Связь» Москва. 1971, 256 с.
2. Сидельников Г.М. Помехоустойчивость цифровых сигналов в городских радиоканалах. Учебное пособие. ФГОБУ СибГУТИ. Новосибирск. 2011, 88 с.
3. Сидельников Г.М. Повышение помехоустойчивости сигналов цифрового радиовещания на основе экспериментального исследования радиоканала метрового диапазона в условиях крупного города. Автореферат диссертации на соискание учёной степени кандидата технических наук, Ленинград, 1986.

*Статья поступила в редакцию 04.09.2013;
переработанный вариант — 30.10.2013*

Сидельников Геннадий Михайлович

Доцент кафедры радиотехнических систем СибГУТИ, (630102, Новосибирск, ул. Кирова, 86), e-mail: sid53@ngs.ru (8-905-934-00-23)

Синявская Ася Сергеевна

Студентка IV курса факультета МТС (630102, Новосибирск, ул. Кирова, 86), e-mail: asyass@mail.ru (8 -913-900-57-32)

Comparative analysis of symbol-symbol interference of signals with PRM and PM in channels with discrete multipath propagation

G.M. Sidelnikov, A.C. Sinyavskaya

On the basis of vector algebra device, vector representation of symbol-symbol interference parameters of signals with PRM and PM for channels with multipath propagation is produced. Detailed analysis of SSI formation for double-beam model channel is carried out. Comparative analysis of SSI signals with PRM and PM for different modulation ratio is presented.

Keywords: additional phase displacement, double-beam channel, modulation ratio, nonremovable error probability.