

Структура и организация алгоритмических схем моделирования непрерывных процессов в терминах Е-сети

Д.В. Тараканов, С.Г. Цапко

В статье рассмотрены предлагаемые авторами подходы к моделированию непрерывных процессов Е-сетевым аппаратом с целью построения аналитико-имитационных моделей с единых методологических позиций, представлены принципы реализации воспроизведения непрерывных процессов аппаратом Е-сетей с использованием технологии «блочного» программирования – *Block Function Diagram*. (операторно-структурных схем). Построение динамических моделей непрерывных процессов основано на методе пространства состояний и реализуется с помощью Е-сетевой алгоритмической схемы моделирования.

Ключевые слова: имитационное моделирование, алгоритмические схемы моделирования, Е-сети, непрерывные процессы.

1. Введение

Применение аппарата имитационного моделирования в задачах оценки и анализа функционирования сложных технических систем часто ограничено областью использования, и, как правило, позволяет описать системы, обладающие дискретизацией информационных сигналов. Однако в основе большинства сложных технических систем лежат непрерывные процессы, где от величины шага дискретизации зависит точность модельных исследований. Выбор шага дискретизации является прерогативой исследователя, что в конечном итоге часто не позволяет воспроизвести полученные результаты другими методами математического моделирования и оценить точность проведённых исследований.

Авторами работы предложен уникальный подход аппроксимации непрерывных процессов с помощью алгоритмических схем моделирования (АСМ) [1, 2]. Данный подход основан на ключевых моментах метода операторно-структурных схем. Для воспроизведения непрерывного процесса, описываемого обыкновенным дифференциальным уравнением (ОДУ), авторами работы предложено реализовать операторно-структурную схему, выраженную в терминах «вход – состояния – выход». Далее операторно-структурная схема трансформируется в имитационную модель средствами Е- сетевого аппарата моделирования, и на основе Е-сетевой модели выполняются необходимые исследования.

2. Выбор и обоснование математического аппарата моделирования непрерывных процессов

Обобщённая алгоритмическая схема моделирования непрерывных процессов с сосредоточенными параметрами в терминах «вход – состояние – выход» приведена

на рис. 1. Данная схема апробирована и широко используется при моделировании непрерывных процессов.

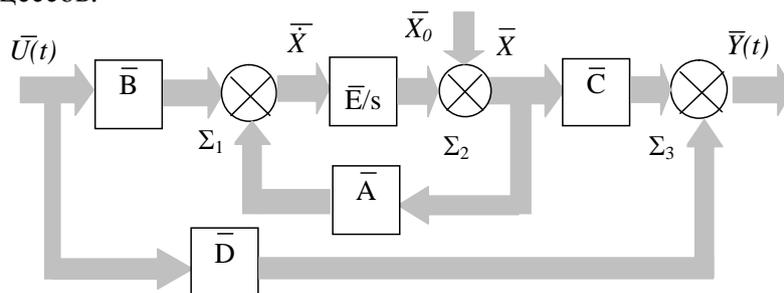


Рис. 1. Обобщённая алгоритмическая схема моделирования непрерывных процессов

Представленная структурная схема реализует процесс решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) с постоянными (переменными) коэффициентами, представленных в форме Коши (1), что соответствует имитации поведения непрерывных систем:

$$\begin{cases} \dot{\bar{X}}(t) = \bar{A}(t) \cdot \bar{X}(t) + \bar{B}(t) \cdot \bar{u}(t), \\ \bar{Y}(t) = \bar{C}(t) \cdot \bar{X}(t) + \bar{D}(t) \cdot \bar{u}(t), \\ \bar{X}|_{t=t_0} = \bar{X}(t_0), \end{cases} \quad (1)$$

где $\bar{u}(t)$ – вектор входных воздействий;
 \bar{X} – вектор состояния системы;
 \bar{Y} – вектор выходных сигналов;
 $1/s$ – оператор интегрирования;
 $\bar{X}(t_0) \in R^n$ – вектор начальных условий.

При моделировании систем с постоянными параметрами $A(t)=A$, $B(t)=B$, $C(t)=C$, $D(t)=D$.

В работах [1, 2] изложены основные принципы и методы построения алгоритмических сетевых моделей, реализующие численные методы Эйлера, Рунге – Кутта и т.д. При реализации непрерывных процессов посредством алгоритмической схемы моделирования используется описание динамического объекта непосредственно в виде алгоритма или в виде некоторой алгоритмической формы, из которой алгоритм может быть получен формальным образом [2]. Сетевая (графоаналитическая) методология построения динамических моделей обладает большой наглядностью восприятия, а для реализации систем с большим количеством элементов предусмотрено использование иерархической архитектуры. Наиболее распространённым формализмом, описывающим структуру и взаимодействие параллельных систем и процессов, являются сети Петри и E(evaluation)-сети [4 – 7]. Авторами в качестве математического базиса для построения АСМ предлагается использовать расширенные сети Петри – E-сети.

Основные особенности применения сетей Петри и E-сетей при моделировании систем заключаются в следующем:

1) используется структурный подход к построению модели, что обеспечивает наглядность модели, модульный принцип построения и возможность автоматизированного проектирования модели [3];

2) реализована возможность моделирования процессов, в которых происходит последовательная смена дискретных состояний, в том числе при выполнении разнообразных условий, что позволяет моделировать системы различной природы: аппаратные, физические, программные, экономические и т.д.;

3) асинхронная природа сетей Петри и E-сетей позволяет моделировать параллельные процессы;

4) возможность иерархической организации модели сложной системы решает проблему «большой размерности» моделируемой системы и позволяет реализовывать модели с высокой степенью детализации.

Вышеуказанные особенности позволяют успешно использовать N -сетевые схемы в задачах моделирования параллельных динамических систем. До настоящего времени сети Петри и Е-сети использовались, как правило, в качестве инструмента моделирования сложных аппаратно-программных комплексов и телекоммуникационных средств связи, т.е. N -схемы ограничивались имитацией дискретных событий. В работах [2 – 10] показано успешное применение Е-сетей в области моделирования сложных дискретных иерархических, реконфигурируемых систем. В данном случае авторами работы предложено использовать Е-сетевой аппарат, в силу того что Е-сети обладают наибольшей моделирующей мощностью. Основное отличие Е-сетей от сетей Петри заключается в следующем:

- 1) в Е-сетях учтены временные характеристики моделируемой системы, т.е. длительность срабатывания переходов может отличаться от нуля;
- 2) существует возможность преобразования информационных и физических параметров системы. Значения атрибутов фишек преобразуются при срабатывании переходов сети;
- 3) возможность осуществления логических преобразований и как следствие – реализовать управление маршрутом фишки по сети.

Все выше перечисленные свойства позволяют сделать вывод о том, что применение EN-моделей позволяет решить проблему реализации математической модели сложной технической системы, которая заключается в формализации, построении и функционировании динамической модели, работающей в требуемом масштабе времени.

3. Структура алгоритмических схем моделирования непрерывных процессов

В представленной работе АСМ, построенные в Е-сетевом базисе, моделируют непрерывные процессы в системах с сосредоточенными и распределёнными параметрами. Основной чертой АСМ, построенной на базе Е-сетей, является возможность изменения структуры и параметров схемы. При реализации АСМ авторами статьи предлагается использовать математический аппарат расширенных сетей Петри – Е-сетей. Для получения Е-сетевой иерархической структуры необходимо преобразовать систему (1) к конечно-разностной форме, которая аппроксимирует непрерывную модель. Далее, используя библиотеку Е-сетевых макропереходов, можно получить АСМ, типовая структура которой приведена на рис. 2.

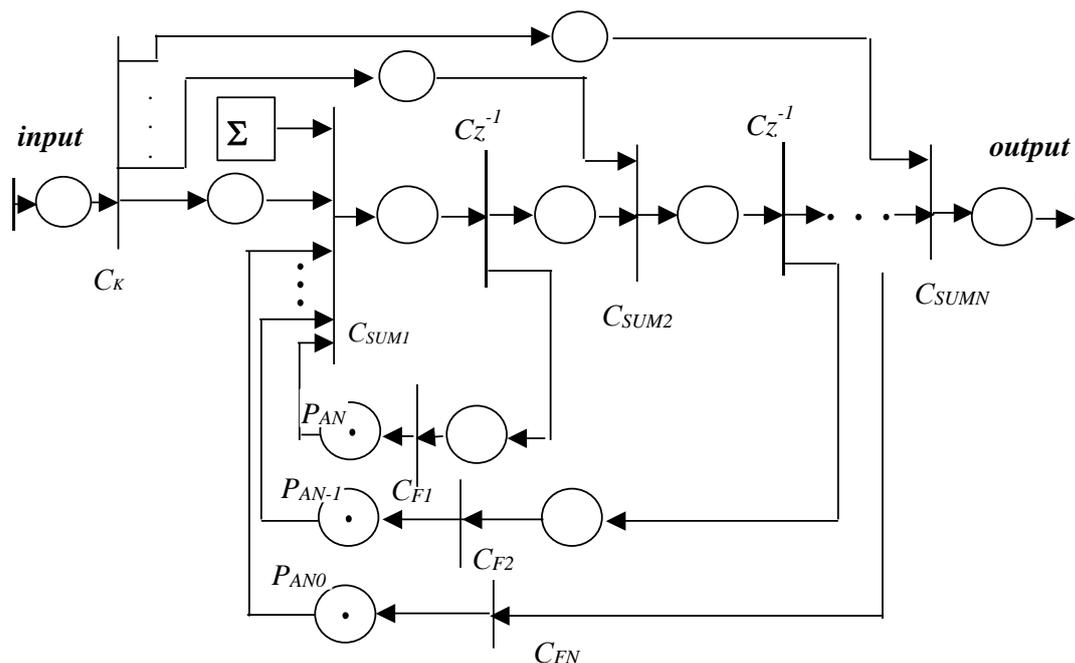


Рис. 2. Типовая Е-сетевая схема моделирования динамических процессов

Перед началом имитации динамических процессов необходимо задать вектор начальных условий $\bar{X}(t_0)$ с помощью маркировки сети $M_0=(P_{A0}[X_1], \dots, P_{AN}[X_n])$. При появлении во входной позиции *input* фишки с записанным в атрибуте уровнем входного воздействия, происходит инициализация вычислительных процессов, в результате которого АСМ имитирует процесс перехода системы из одного состояния в другое за интервал времени $\Delta t_{АСМ}$.

Процесс завершения фазы вычисления в Е-сетевой АСМ возможен в следующих случаях:

- 1) $|y_{вых}(n) - y_{вых}(n-1)| < \varepsilon$, где ε – заранее определённая погрешность вычисления;
- 2) в результате обработки команды прерывания, которая поступила из подсистемы профилирования модели;
- 3) при переполнении разрядной сетки (в результате моделирования неустойчивых процессов).

Вычисление переменных состояния системы осуществляется за счёт требуемой маршрутизации и вычисления атрибутов фишек. Элементы Е-сетевой АСМ выполняют следующие преобразования:

- 1) вычисление коэффициентов K_1, \dots, K_N , осуществляемые переходом C_K ;
- 2) суммирование значений атрибутов фишек осуществляется макропереходами $C_{SUM(i)}$;
- 3) выполнение операции «интегрирования». Переход C_Z^{-1} осуществляет задержку продвижения фишки на период дискретизации T_0 ;
- 4) вычисление сигналов в каналах обратной связи. Данное преобразование обеспечивают переходы C_{F1}, \dots, C_{FN} , $\rho_{CFi}: Atr^{in}[F_i] \rightarrow Atr^{out}[F_i]$.

Срабатывание переходов в Е-сетях носит асинхронный характер, причём для адекватного функционирования АСМ длительность срабатывания перехода «задержка $-e^{-sT_0}$ » должна быть значительно больше, чем у других Е-сетевых переходов: $t_Z^{-1} \gg t_K, t_{SUM}, t_{Fn}$. Результат функционирования АСМ представлен на рис. 3.

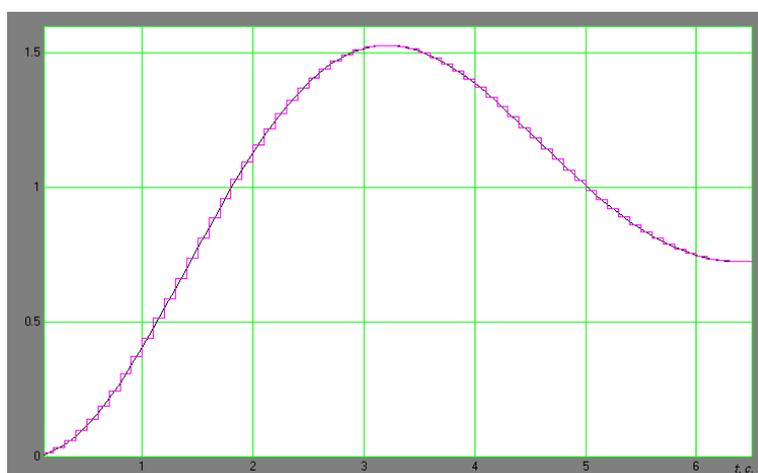


Рис. 3. Переходные характеристики реального и моделируемого АСМ технологического процесса

На рис. 3 «ступенчатый» переходный процесс соответствует результату моделирования Е-сетевой схемы, непрерывный график соответствует исходному непрерывному процессу. Из рис. 3 видно, что представленная АСМ корректно решает задачу моделирования непрерывных процессов.

4. Принципы реализации Е-сетевой схемы интерполяции исследуемых процессов сложных технических систем

Моделирование процессов на Е-сетевом аппарате является дискретным по времени. Для определения значений интересующих функций между найденными значениями атрибутов фишек (т.е. узлами интерполяции) необходимо использовать алгоритмические схемы, реализующие интерполяционные формулы. При Е-сетевой реализации достаточно просто реализовать интерполяционную формулу Лагранжа для неравномерно стоящих узловых точек:

$$L(x^*, t) = \sum_{j=0}^n a_j(x^*) \cdot u(x_j, t), \quad (2)$$

где $a_j(x^*)$ – постоянный коэффициент, равный

$$a_j(x^*) = \frac{(x^* - x_0)(x^* - x_1) \cdots (x^* - x_{j-1})(x^* - x_{j+1}) \cdots (x^* - x_n)}{(x_j - x_0)(x_j - x_1) \cdots (x_j - x_{j-1})(x_j - x_{j+1}) \cdots (x_j - x_n)}.$$

При практическом использовании формулы (2) можно воспользоваться усечённым рядом узловых точек; согласно [10], достаточно взять 3 – 5 узлов интерполяции справа и слева относительно искомого значения x^* .

Е-сетевая структурная схема интерполятора Лагранжа приведена на рис. 4.

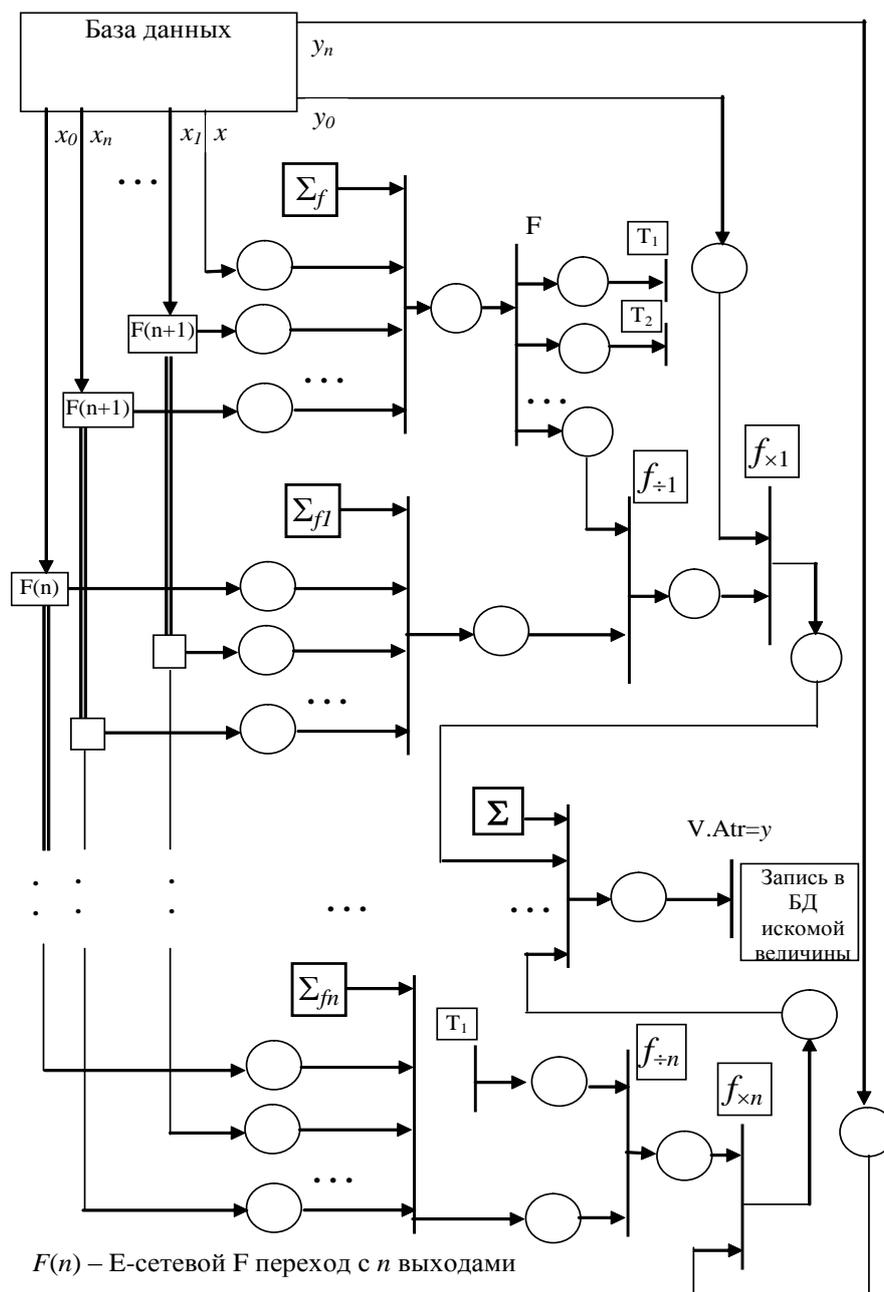


Рис. 4. E-сетевая схема интерполятора Лагранжа

Семантический смысл переходов, показанных на рис. 4, состоит в следующем:

- 1) макропереход Σ_f — осуществляет вычисление полинома $(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n)$, значение которого используется в определении числителя коэффициента интерполяции.
- 2) макропереход $\Sigma_{f1}-\Sigma_{fn}$ ($j=1, \dots, n$) — осуществляет вычисление полиномов: $(x_j-x_0)(x_j-x_1)\dots(x_j-x_{j+1})\dots(x_j-x_n)$.
- 3) макропереход $f_{\div 1}$ — осуществляет вычисление коэффициентов интерполяции $(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n)/(x_j-x_0)(x_j-x_1)\dots(x_j-x_{j+1})\dots(x_j-x_n)$.
- 4) Переход F позволяет занести вычисленное значение полинома $(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n)$ в соответствующие входные позиции переходов $f_{\div 1}$.
- 5) Переход Σ осуществляет суммирование коэффициентов интерполяции. В выходную позицию перехода заносится фишка со значением искомой функции y .

5. Моделирование систем с распределёнными параметрами

Е-сетевая алгоритмическая схема моделирования позволяет моделировать системы с распределёнными параметрами, например, распространения волн в плоскости декартовых координат XY схема которой приведена на рис. 5.

Как известно, волновое уравнение записывается в виде:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \tag{3}$$

где v – скорость распространения волны в среде.

Решением волнового уравнения (3) является сумма двух функций (падающей и отражённой волны):

$$u = f_1(t-x/v) + f_2(t+x/v). \tag{4}$$

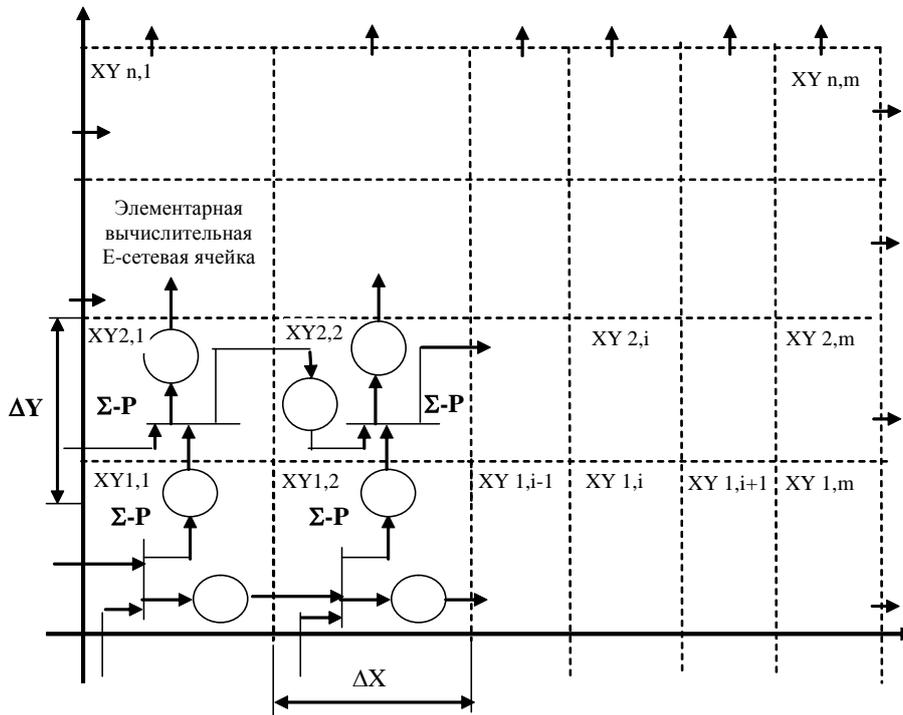


Рис. 5. Е-сетевая алгоритмическая схема моделирования, воспроизводящая распространение волн в плоскости декартовых координат XY

Поэтому пространственная Е-сетевая АСМ волновых процессов состоит из двух взаимосвязанных матриц (см. рис. 6).

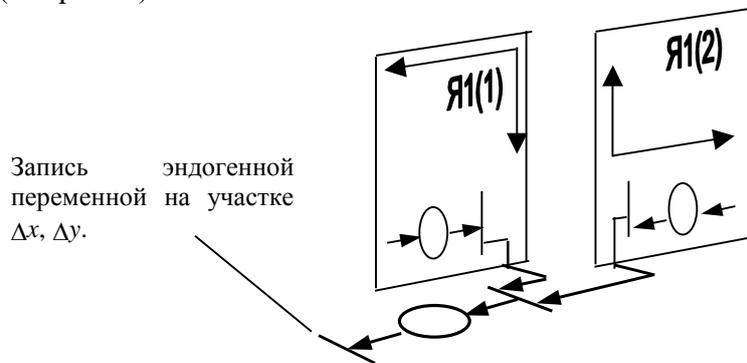


Рис. 6. Е-сетевая схема согласования вычислительных ячеек алгоритмической схемы моделирования

Для обеспечения процесса моделирования в Е-сетевой схеме обрабатывается и генерируется совокупность фишек, которая содержит информацию об эндогенных и экзогенных переменных, управляющих и служебных команд. Алгоритм формирования фишек представлен на рис. 7.

В определённые моменты времени происходит генерация фишки с атрибутом, равным значению функции в момент времени t_n . Величина начального шага квантования h определяется согласно априорным оценкам быстродействия элемента системы. Если величина $\varepsilon = \Delta f[n]$ больше некоторой заранее заданной величины U_{nop} , то осуществляется коррекция длительности шага. Тем самым отслеживается изменение скорости сигнала во времени.

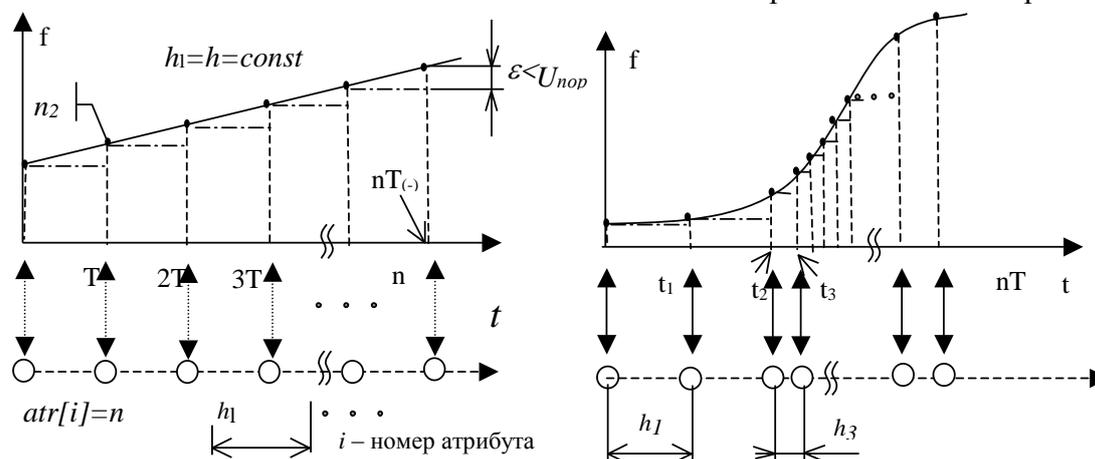


Рис. 7. Схема генерации фишек при моделировании непрерывных процессов

6. Заключение

Представленные в статье принципы построения Е-сетевых схем моделирования позволяют воспроизводить поведение как непрерывных, так и дискретно-непрерывных функционирующих систем. На основе представленной авторами статьи методики построения АСМ можно обеспечить адекватное моделирование непрерывных процессов на базе Е-сетевого аппарата в системах с сосредоточенными и распределёнными параметрами, в том числе с переменными коэффициентами. Принципы реализации воспроизведения непрерывных процессов аппаратом Е-сетей были апробированы в ОАО «Информационные спутниковые системы» (г. Железногорск) при решении задач построения имитаторов подсистем космических аппаратов ретрансляции и связи.

Литература

1. Вопросы алгоритмического моделирования сложных систем/ Сб. научи. трудов/Отв. ред. В.В. Иванищев. – Л.: ЛИИАН, 1989. 235 с.
2. Подчукаев В.А. Аналитические методы теории автоматического управления. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. 256 с.
3. Цапко, Г.П., Цапко, С.Г., Тараканов, Д.В. Е-сетевой метод информационно-логического проектирования компьютерных тренажёров. – Томск: Изд-во Том. Ун-та, 2005. 228 с.
4. Best E., Fernandez C. Non-sequential processes, a Petri net view //EATCS Monographs on Theoretical Computer Science. – Berlin a.o.:1988.– N 13.
5. Котов В.Е. Сети Петри. – М.: Наука, 1984. – 160 с.

6. *Андрюшков Ю.Т., Пранявичус Г.И.* Е-сети как средство формализованного описания вычислительных систем.– В кн.: Тез. докл. Всес. конф. «Вычислительные сети коммутации пакетов». Рига, 1978. – С. 170 – 175.
7. *Пранявичус Г.И., Шваните Д.Ю.* Применение Е-сетей при создании имитационных моделей. Математика и математическое моделирование. - Вильнюс, 1980, – В.4. – С. 68-72.
8. *Советов, Б.Я., Яковлев, С.А.* Моделирование систем: Учеб. для вузов по спец. «Автоматизир. системы обработки информ. и упр.».– 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1998. – 319 с.
9. *Цапко, Г.П.* Е-сетевой метод информационно-логического проектирования бортовых комплексов управления.– Томск; изд. ТПУ. – 104 с.
10. *Урмаев, А.С.* Основы моделирования на аналоговых вычислительных машинах. Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука». М., 1978. – 271 с.

*Статья поступила в редакцию 24.10.2013;
переработанный вариант — 12.11.2013*

Цапко Сергей Геннадьевич

к.т.н., доцент кафедры автоматики и компьютерных систем Института кибернетики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Национальный исследовательский Томский политехнический университет», член-корр. МАИ, 634050, г. Томск, пр. Ленина 2, оф. 103-а, т. 8-3822-701777 (доб. 2277), e-mail: tsapko@tpu.ru

Тараканов Дмитрий Викторович

к.т.н., доцент кафедры автоматики и компьютерных систем Сургутского государственного университета, программист Института кибернетики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Национальный исследовательский Томский политехнический университет», 634050, г. Томск, пр. Ленина 2, оф. 103-а, т. 8-3822-701777 (доб. 2203), e-mail: sprtdv@mail.ru

D.V. Tarakanov, S.G. Tsapko

Structure and organization of algorithmic simulation scheme of continuous processes in terms of E-network

In this article, the proposed approaches to simulation of continuous processes via E-network in order to build analytical and simulation models from the methodological position are considered. Principals for implementing continuous processes reproduction via E-networks using Block Function Diagram programming technology are presented in this paper. Construction of continuous processes dynamic models is based on the state space method and is implemented using E-network algorithmic simulation scheme.

Keywords: simulation, algorithmic simulation scheme, E-network, continuous processes.