

# Исследование влияния шумов латеральных связей на помехоустойчивость систем обработки дискретных сигналов

В.П. Бакалов, Е.А. Субботин

В данной статье оценивается влияние шумящих латеральных обратных связей (ЛОС) на помехоустойчивость системы обработки дискретных сигналов (СОДС). Исследована зависимость выигрыша в помехоустойчивости СОДС от мощности «шума» ЛОС, числа каналов, числа каскадов и структуры ЛОС для многоканальных, многоуровневых систем обработки дискретных сигналов с внутрислойными и межслойными ЛОС.

*Ключевые слова:* многоканальная система обработки дискретных сигналов, латеральные шумящие обратные связи, выигрыш помехоустойчивости.

## 1. Введение

Одной из центральных проблем теории связи является повышение помехоустойчивости систем передачи и обработки информации [1–3]. Одним из эффективных способов повышения помехоустойчивости является использование латеральных обратных связей [4, 5].

В работе [5] были рассмотрены вопросы использования латеральных обратных связей (ЛОС) для обработки дискретных сигналов. Было показано, что применение ЛОС позволяет получить существенный выигрыш в помехоустойчивости СОДС. Однако при этом не учитывалось, что ЛОС могут вносить собственные шумы, уменьшающие выигрыш по помехоустойчивости от использования ЛОС.

В представленной работе исследуется влияние «шумящих» ЛОС на помехоустойчивость системы обработки дискретных сигналов.

## 2. Система обработки дискретных сигналов с внутрислойными ЛОС

Рассмотрим  $k$ -каскадную систему обработки  $l$ -дискретных сигналов с функциональными элементами (ФЭ) с внутрислойными латеральными обратными связями (ЛОС) (рис. 1).

На вход каждого  $i$ -го канала СОДС поступает аддитивная смесь полезного сигнала  $x_i(n)$ , помех от  $l - 1$  соседних каналов и шумов соседних  $l - 1$  ЛОС. Будем считать, что помехи соседних каналов и шумы ЛОС взаимно независимы и по своему характеру при достаточно большом  $l$  приближаются к нормальному флуктуационному шуму.

Если бы ЛОС не вносили дополнительных помех, то, как показано в [5], их использование позволило бы увеличить отношение сигнал/помеха (по мощности) на выходе первого слоя в  $n - 1$  раз:

$$\frac{P_{x_1}}{P_{N_1}} = (n - 1) \frac{P_x}{P_N}, \quad (1)$$

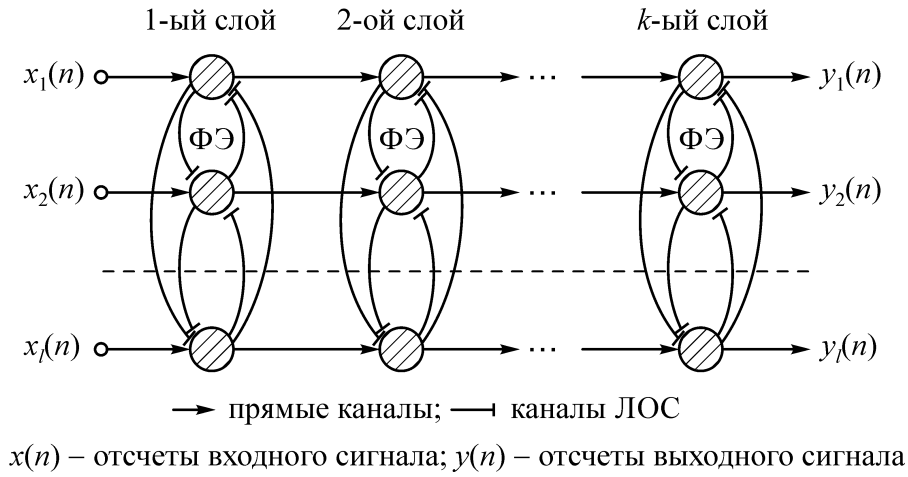


Рис. 1. СОДС с внутрислойными ЛОС

где  $P_x/P_N$  – отношение сигнал/помеха на входе СОДС;

$P_{x_1}/P_{N_1}$  – отношение сигнал/помеха на выходе первого слоя.

То есть выигрыш по помехоустойчивости от использования ЛОС будет пропорционален их числу:

$$B_1 = \frac{(P_{x_1}/P_{N_1})}{(P_x/P_N)} = l - 1. \quad (2)$$

Если же в канале ЛОС действуют шумы, создающие помеху мощности  $P_{N_\Lambda}$ , то, как не трудно видеть (рис. 1), отношение сигнал/помеха на выходе будет зависеть не только от  $l$ , но и от отношения сигнал/помеха в прямом канале  $P_x/P_N$  и в канале ЛОС ( $P_{x_\Lambda}/P_{N_\Lambda}$ ):

$$\frac{P_{x_1}}{P_{N_1}} = \frac{l - 1}{P_N/P_x + (l - 1)^2 (P_{N_\Lambda}/P_{x_\Lambda})}. \quad (3)$$

Положим, что уровень сигнала в прямом канале и канале ЛОС – одинаковый  $P_x = P_{x_\Lambda}$ , тогда выигрыш в помехоустойчивости от использования «шумящих» ЛОС будет определяться формулой

$$B_1 = \frac{(P_{x_1}/P_{N_1})}{(P_x/P_N)} = \frac{l - 1}{1 + (l - 1)^2 (P_{N_\Lambda}/P_N)}. \quad (4)$$

Сравнение (2) и (4) показывает, что выигрыш помехоустойчивости при этом будет уменьшаться пропорционально мощности помехи ЛОС –  $P_{N_\Lambda}$ .

Аналогично можно найти выигрыш помехоустойчивости на выходе 2-го слоя СОДС

$$B_2 = \frac{(P_{x_2}/P_{N_2})}{(P_x/P_N)} = \frac{(l - 1)^2}{1 + [(l - 1)^2 + (l - 1)^3] (P_{N_\Lambda}/P_N)} \quad (5)$$

и  $k$ -го слоя (при  $k \gg 1$ )

$$B_k = \frac{(P_{x_k}/P_{N_k})}{(P_x/P_N)} \approx \frac{(l - 1)^k}{1 + l^{k+1} (P_{N_\Lambda}/P_N)}. \quad (6)$$

Из формул (4)–(6) следует, что выигрыш от использования «шумящих» ЛОС будет зависеть как от числа каналов  $l$ , числа каскадов  $m$ , так и отношения мощности помехи в каналах ЛОС  $P_{N_\Lambda}$  к мощности помехи на входе СОДС.

Исследуем характер зависимости  $B_k$  от отношения  $P_{N_\Lambda}/P_N$ . Если принять, что  $P_{N_\Lambda} = 0$  (отсутствие шумов ЛОС), то получим, что выигрыш по помехоустойчивости от использования ЛОС будет пропорционален числу ЛОС в каждом каскаде и для  $k$ -каскадной системы пропорционален  $l^k$ , что полностью соответствует результатам работы [5].

Если же помеха в канале ЛОС  $P_{N_\Lambda}$  будет соизмерима с помехой  $P_N$ , в частности при  $P_{N_\Lambda} = P_N$ , выигрыш в помехоустойчивости будет уменьшаться, согласно (6), обратно пропорционально  $l$ ;  $B_k \approx 1/l$ , то есть не будет зависеть от числа слоёв (каскадов) СОДС, а будет определяться только числом каналов –  $l$ . При дальнейшем увеличении отношения ( $P_{N_\Lambda}/P_N$ ) выигрыш помехоустойчивости будет, согласно (6), ещё быстрее падать, стремясь к нулю.

Из вышеизложенного следует, что существует граничное значения отношения мощностей ( $P_{N_\Lambda}/P_N$ ), превышение которого приводит к резкому уменьшению выигрыша помехоустойчивости. Это граничное (максимальное) значение ( $P_{N_\Lambda}/P_N$ ) можно определить из условия  $B_k \geq 1$  в формуле (6):

$$\left(P_{N_\Lambda}/P_N\right)_{\max} \leq \frac{l^k - 1}{l^{k+1}}. \quad (7)$$

То есть с увеличением числа каналов  $l$  (соответственно числа ЛОС) максимальное значение ( $P_{N_\Lambda}/P_N$ )<sub>max</sub> будет уменьшаться обратно пропорциональные числу каналов  $l$ .

На рис. 2 представлена зависимость выигрыша помехоустойчивости  $B_2$  от  $h = (P_{N_\Lambda}/P_N)$  для двухуровневой СОДС. Из рис. 2 видно, что выигрыш резко падает с увеличением числа каналов  $l$  и уровня помех ЛОС  $P_{N_\Lambda}$ .

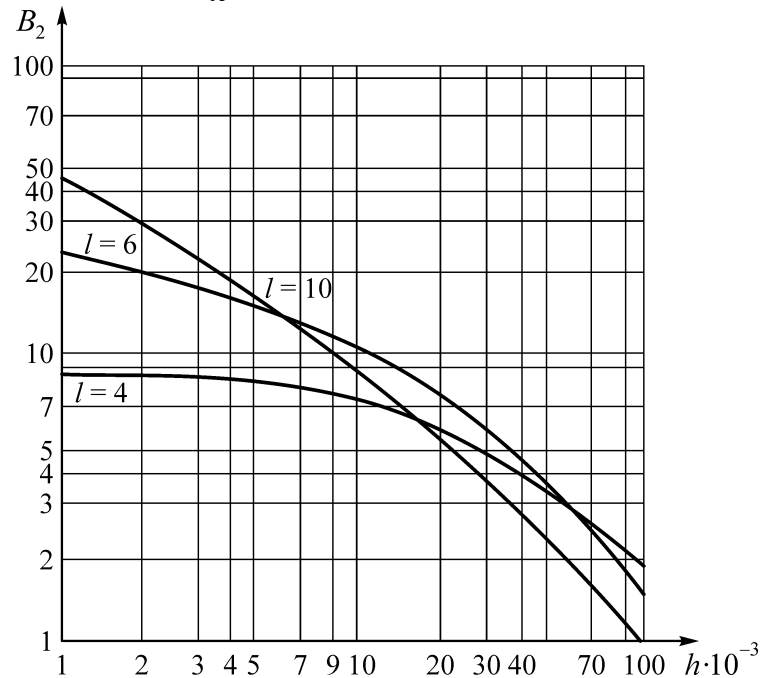


Рис. 2. Зависимость выигрыша помехоустойчивости от отношения помех  $h$  в СОДС с внутрислойными ЛОС

Рассмотрим теперь зависимость выигрыша помехоустойчивости от числа каналов  $l$ . На рис. 3 приведена зависимость  $B_2(l)$ , определяемая формулой (5) для двухкаскадной СОДС при различных значениях отношений  $h = (P_{N_\Lambda}/P_N)$ .

Из полученных графиков видно, что при определённых значениях  $l_{opt}$  и  $h = P_{N_\Lambda}/P_N$  выигрыш  $B_2(l)$  достигает максимальной величины. Оптимальное значение  $l_{opt}$  нетрудно найти из условия  $dB_2(n)/dl = 0$ :

$$l_{opt} = \left( 2 \frac{P_N}{P_{N_\Lambda}} \right)^{1/3} + 1. \quad (8)$$

При этом  $B_2(l_{opt})$  достигает максимального значения

$$\max B_2(l_{opt}) = \frac{(2P_N/P_{N_\Lambda})^{2/3}}{3 + (P_{N_\Lambda}/P_N)^{1/3}}. \quad (9)$$

Из формул (8) и (9) следует, что с увеличением отношения  $P_{N_\Lambda}/P_N$   $l_{opt}$  сдвигается в сторону малых значений  $l$ , а  $\max B_2(l_{opt})$  падает обратно пропорционально числу каналов. Таким образом, в зависимости от отношения  $(P_{N_\Lambda}/P_N)$  можно определить оптимальное значение  $l_{opt}$ , при котором ещё целесообразно использовать шумящие ЛОС. Для рассматриваемого случая этот диапазон ограничивается значением  $0 \leq h < 0.1$ , где  $B_2(l_{opt}) > 1$ .

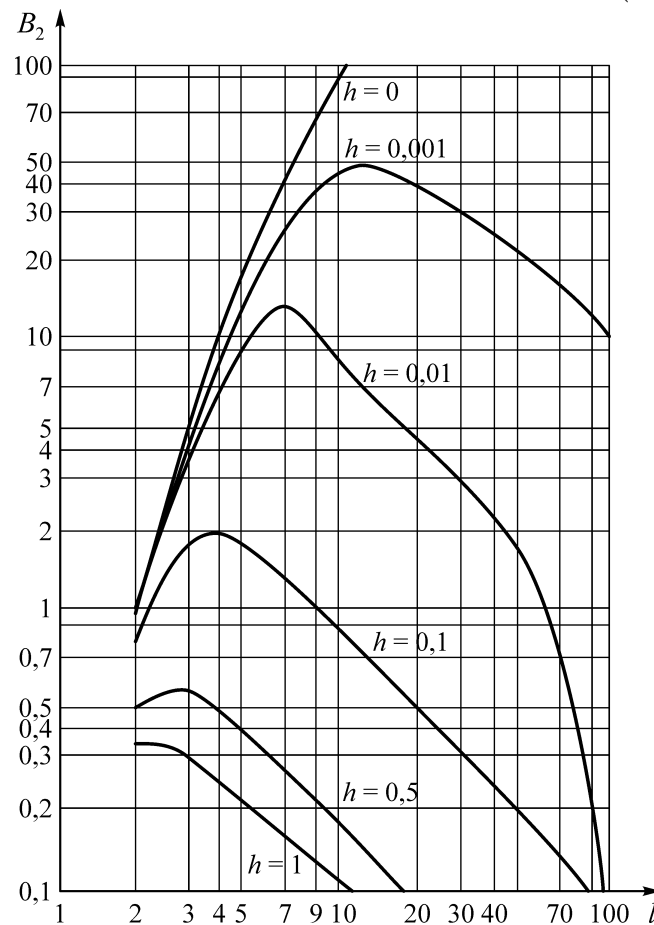


Рис. 3. Выигрыш в помехоустойчивости в СОДС с внутрислойными шумящими ЛОС  
Аналогично можно найти оптимальное значение  $l_{opt}$  для  $k$ -каскадной СОДС ( $k \gg 1$ )

$$l_{opt} \approx \left( k \frac{P_N}{P_{N_\Lambda}} \right)^{1/(k+1)} \quad (10)$$

и максимальный выигрыш помехоустойчивости

$$\max B_k(l_{opt}) \approx \frac{1}{1+k} \left( k \frac{P_N}{P_{N_\Lambda}} \right)^{k/(k+1)}. \quad (11)$$

Из формул (10) и (11) следует, что для многокаскадной СОДС остаются справедливым те же выводы, что и для двухкаскадной, с той лишь разницей, что по сравнению с (8) и (9) значение  $l_{opt}$  и  $\max B_k(l_{opt})$  с увеличением  $k$  – уменьшаются.

### 3. Система обработки дискретных сигналов с внутрислойными и межслойным ЛОС

Рассмотрим теперь случай, когда ЛОС охватывает не только внутрислойные, но и смежные каскады (рис. 4).

По аналогии с предыдущим (п. 2) можно получить, что выигрыш в помехоустойчивости на выходе  $k$ -слоя СОДС будет определяться выражением

$$B_k = \frac{(P_{x_k}/P_{N_k})}{(P_x/P_N)} \approx \frac{2^{k-1}l^k}{1+2^k l^{k+1} (P_{N_\Lambda}/P_N)}. \quad (12)$$

Сравнив (12) с (6), видим, что при  $P_{N_\Lambda} = 0$  выигрыш в СОДС с межслойными и внутрислойными ЛОС в  $2^{k-1}$  раз выше, чем при использовании только внутрислойных ЛОС. В то же время при возрастании уровня помех в каналах ЛОС выигрыш в помехоустойчивости при использовании межслойных и внутрислойных ЛОС резко падает. При этом значение порога, определяющее максимальное значение  $(P_{N_\Lambda}/P_N)$ , можно найти по аналогии с (7) из уравнения

$$(P_{N_\Lambda}/P_N)_{\max} \leq \frac{2^{k-1}l^k - 1}{2^k l^{k+1}}. \quad (13)$$

На рис. 5 представлены зависимости выигрыша помехоустойчивости двухуровневой СОДС с внутрислойными и межслойными связями от  $h = (P_{N_\Lambda}/P_N)$ .

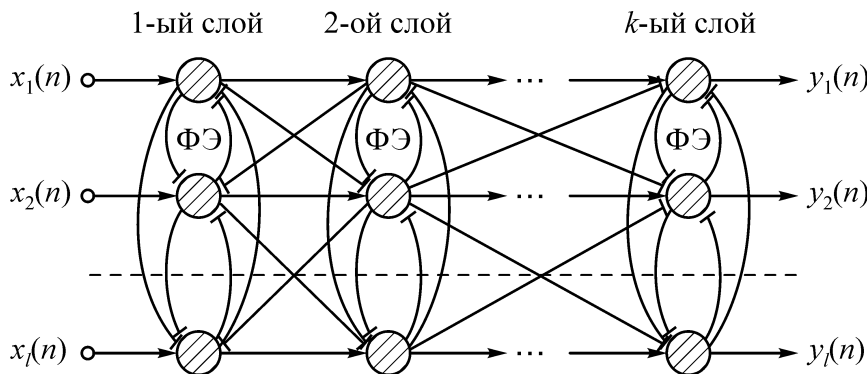


Рис. 4. СОДС с внутрислойными и многослойными ЛОС

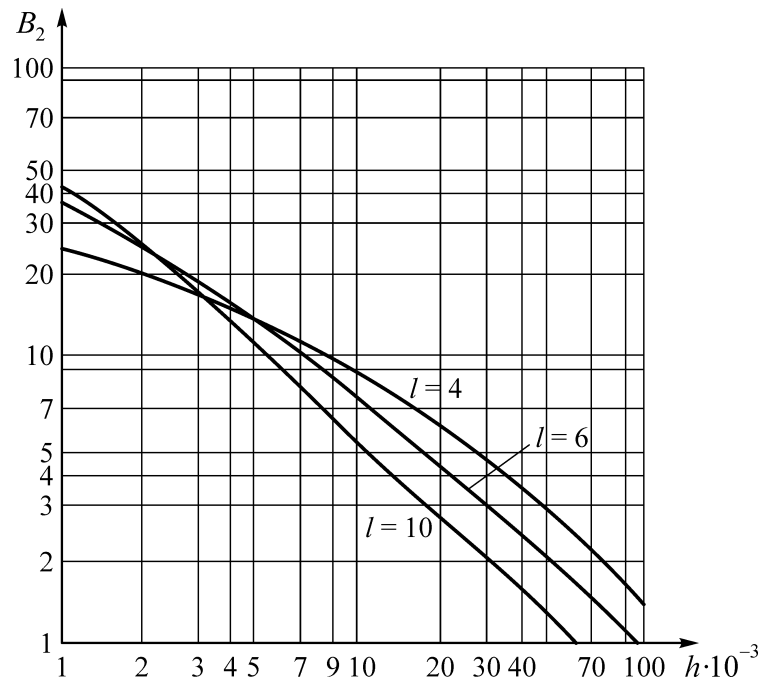


Рис. 5. Выигрыш в помехоустойчивости от отношения помех  $h$  в СОДС с внутрислойными и межслойными ЛОС

Сравнение (13) с (7) и рис. 2 и 5 показывает, что для получения  $B_m > 1$  в СОДС с межслойными и внутрислойными ЛОС требуются значительно меньший уровень «шума» ЛОС, чем в СОДС с внутрислойными латеральными связями.

На рис. 6 приведена зависимость выигрыша помехоустойчивости  $B_2(l)$  в двухслойных СОДС с межслойными и внутрислойными ЛОС от числа каналов  $l$ .

Оптимальное значение  $l_{opt}$  для СОДС с межслойными и внутрислойными ЛОС определяется по аналогии с (8), (9) уравнением

$$l_{opt} = \left( \frac{k}{2^k (P_{N_\Lambda} / P_N)} \right)^{1/(k+1)}, \quad (14)$$

а максимальный выигрыш – формулой

$$\max B_k(l_{opt}) = \frac{2^{k-1}}{1+k} \left( \frac{k}{2^k (P_{N_\Lambda} / P_N)} \right)^{k/(k+1)}. \quad (15)$$

Сравнение (14), (15) с формулами (10), (11) показывает, что оптимальное значение  $l_{opt}$  для СОДС с внутрислойными и межслойными ЛОС (при  $k \gg 1$ ) в 2 раза больше, а максимальное значение выигрыша помехоустойчивости в 2 раза меньше, чем в СОДС только с межслойными ЛОС.

Сравнение графиков на рис. 3 и рис. 6 показывает, что при малых значениях  $l$  выигрыш помехоустойчивости от использования внутрислойных и межслойных ЛОС больше, чем только при использовании внутрислойных ЛОС и растёт до  $\max B$ , который достигается при  $l_{opt}$ , определяемой (14).

Максимальное отношение уровня помех в канале ЛОС  $P_{N_\Lambda}$  к помехе  $P_N$ , когда ещё целесообразно использовать межслойные связи, определяется из уравнения

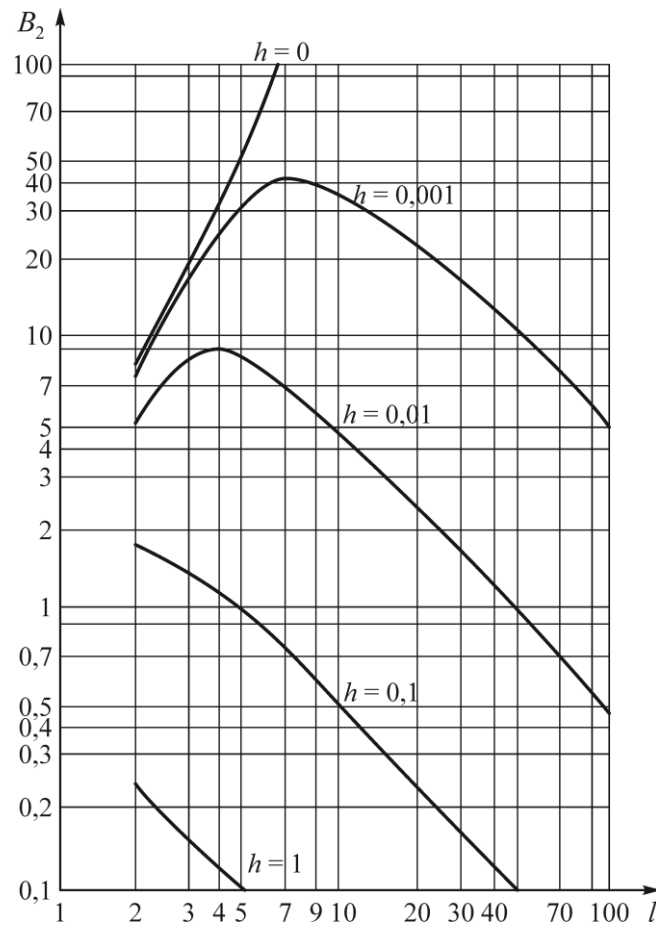


Рис. 6. Выигрыш в помехоустойчивости в СОДС с внутрислойными и межслойными шумящими ЛОС

$$h_{\max} = \left( P_{N_{\Lambda}} / P_N \right)_{\max} = \frac{2^{k-1} - 1}{2^{k-1} / k + 1}. \quad (16)$$

С увеличением уровня помех в канале ЛОС выигрыш в помехоустойчивости, как и в случае внутрислойных ЛОС, при  $l > l_{opt}$  падает, причём более быстро, чем в первом случае, что объясняется ростом помех ЛОС вследствие их быстрого увеличения за счёт межслойных латеральных связей.

#### 4. Заключение

Показано, что использование «шумящих» ЛОС существенно снижает выигрыш в помехоустойчивости системы обработки дискретных сигналов (СОДС). Причём этот выигрыш будет зависеть как от числа каналов, числа каскадов (слоев), так и от уровня помех в каналах ЛОС. Показано, что при отсутствии помех в каналах ЛОС выигрыш помехоустойчивости СОДС растёт как степенная функция числа каналов в степени числа «слоев», а по мере увеличения уровня помех начинает быстро уменьшаться. При этом меняется характер зависимости  $B(l)$ : при  $h_{\min} \leq h < h_{\max}$  она носит экстремальный, а при  $h > h_{\max}$  – убывающий характер, обратно пропорциональный числу каскадов СОДС.

Найдены оптимальные значения числа каналов обработки дискретных сигналов и максимально достижимый выигрыш помехоустойчивости при заданном уровне помех ЛОС. Показано, что с увеличением помех ЛОС максимально достижимый уровень помехоустойчивости падает обратно пропорционально числу каналов. Найдены оптимальные значения отно-

шения помех ЛОС и помех в прямом канале, превышение которого уже не позволяет получить выигрыш помехоустойчивости СОДС от использования ЛОС.

Исследована многоканальная, многокаскадная система обработки дискретных сигналов с использованием внутрислойных и межслойных ЛОС. Для этого случая получены зависимости выигрыша помехоустойчивости от уровня помех в каналах ЛОС, определены оптимальные значения числа каналов и числа каскадов СОДС для различных отношений мощности помех в каналах ЛОС к мощности помех на входе СОДС.

Сравнительный анализ СОДС с внутрислойными и СОДС с внутрислойными и межслойными ЛОС показал, что использование межслойных латеральных связей целесообразно только при низком уровне шумов ЛОС, при которых можно достичь существенный выигрыш, пропорциональный степени от числа слоев. При увеличении шумов выигрыш помехоустойчивости резко падает. Найдены граничные значения отношения мощности помехи ЛОС к мощности помех на входе СОДС, определяющих оптимальную структуру обработки дискретных сигналов СОДС.

## Литература

1. Зюко А.Г. Помехоустойчивость и эффективность систем связи. – М.: Связь, 1972. – 360 с.
2. Сервинский Е.Г. Оптимизация систем передачи дискретной информации. – С.: Связь, 1974. – 336 с.
3. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978. – 774 с.
4. Бакалов В.П., Субботин Е.А. Оптимизация многомерных информационно-измерительных систем – Новосибирск: Наука, 2009. – 453 с.
5. Бакалов В.П., Черных Ю.С. Использование принципа латеральных связей для обработки дискретных сигналов. // Вестник СибГУТИ – 2012, № 1, с. 43.

*Статья поступила в редакцию 18.02.2014*

### **Бакалов Валерий Пантелеевич**

доктор технических наук, профессор, зав. каф. ТЭЦ ФГОБУ ВПО «СибГУТИ»,  
тел. 286-80-25, e-mail: bvp@sibsutis.ru

### **Субботин Евгений Андреевич**

кандидат технических наук, доцент, директор УРТИСИ ФГОБУ ВПО «СибГУТИ»,  
тел. (343)-242-14-83

### **Research of the lateral connection noise effect on immunity of discrete signal processing systems**

**V.P. Bakalov, E.A. Subbotin**

In this article, the effect of noisy lateral feedbacks (LFBs) on immunity of discrete signal processing systems (DSPS) is considered. The dependence of DSPS immunity gain on the LFBs «noise» power, number of channels, number of stages and the structure of LFBs for multi-channel, multi-level discrete signal processing system with intra-laminar and inter-laminar LFBs is researched.

*Keywords:* multi-channel discrete signal processing system, lateral noisy feedbacks, immunity gain.