

# Оптимизация системы производственных услуг в условиях межфирменного взаимодействия

А. А. Колоколов, Е. Я. Семерханова

Данная работа посвящена решению задачи оптимального использования технических средств в системе межфирменного взаимодействия с учётом ресурсных ограничений и транспортного фактора. Построена и исследована математическая модель целочисленного программирования. Представлены результаты анализа и вычислительного эксперимента для разработанной модели в сфере аграрного производства на примере одного из муниципальных районов Омской области.

*Ключевые слова:* маршрутизация транспорта, математическое моделирование, межфирменное взаимодействие, производственная кооперация, целочисленное программирование.

## 1. Введение

Межфирменное сотрудничество охватывает различные направления деятельности предприятий: производство и реализацию продукции, управление, сервисное обслуживание, разработку и внедрение инноваций и др. В настоящее время предприятия обладают широкими возможностями в установлении производственных, торговых, научно-технических и прочих связей, в том числе посредством формирования структур сетевого типа, обеспечивающих дополнительные преимущества для достижения более высоких результатов при сохранении юридической и хозяйственной самостоятельности фирм-партнёров.

Одним из успешных вариантов взаимодействия предприятий в условиях дефицита необходимого набора ресурсов является сотрудничество на основе производственной кооперации (взаимодействия), позволяющее: наиболее эффективно использовать производственные мощности и ресурсы; формировать рациональные хозяйственные связи между поставщиками и потребителями; снижать издержки предприятий за счёт концентрации усилий и ресурсов на определённых технологических процессах; обеспечивать полную, своевременную и комплексную поставку готовой продукции в соответствии с имеющимся спросом и доступными организационными и материально-техническими ресурсами [1, 3].

Преимущества системы производственного взаимодействия достигаются при принятии её участниками согласованных управленческих решений, позволяющих оптимально использовать ресурсы. В условиях установления связей между разнородными предприятиями с различными целями и направлениями деятельности возникают определённые трудности при выборе партнёров, отвечающих необходимым требованиям, и разработке стратегий оптимального управления ресурсами. В связи с этим приобретают актуальность вопросы разработки подходов к формированию обоснованных стратегий управления в системе межфирменного взаимодействия. Поиск наилучшего варианта может эффективно выполняться с применением системы поддержки принятия решений, базирующейся на использовании методов математического моделирования и оптимизации [5].

Управление системой межфирменного взаимодействия осуществляется путём формирования специальных структур – координационных центров, устанавливающих правила сотрудничества, отвечающих за подготовку и оценку решений, несущие ответственность за результаты совместной деятельности и т.д. В роли координационных центров может выступать одна или несколько фирм-участников либо сторонняя организация, а для социальных и ряда других сфер – подразделения администрации.

В работах [6–10] исследовалась задача формирования группы взаимодействующих предприятий для сферы аграрного сектора, построены математические модели планирования оптимальных производственных связей, основанные на специфике указанной области, предложены методы их решения, приведены результаты апробации на примере одного из муниципальных районов Омской области.

В данной статье рассматривается задача формирования системы производственного взаимодействия на основе оптимального использования перемещаемых производственных ресурсов – технических средств (устройств), на которое влияют объёмы потребностей партнёров и расстояния между ними. Изучаемая проблема относится к областям производственного планирования и маршрутизации транспорта. Для решения данной задачи разработана математическая модель целочисленного линейного программирования, проведены вычислительные эксперименты для сферы аграрного производства на примере одного из муниципальных районов Омской области.

## 2. Постановка задачи

Приведём постановку исследуемой задачи. Имеется конечное множество предприятий-участников одной из систем производственного взаимодействия. Каждому из них для осуществления своей деятельности необходимо выполнить определённую работу указанной длительности. Известен используемый набор перемещаемых технических средств предприятий, для которых заданы производительность и затраты на эксплуатацию и транспортировку. Если предприятие в установленный период времени не способно выполнить требуемый объём работы, то для её осуществления могут привлекаться свободные технические средства партнёров.

Для описания математической модели нами используется следующая терминология [11–14]:

- поставщик – предприятие, обладающее некоторым избытком производственных возможностей;
- клиент – предприятие, испытывающее потребность в технических средствах для выполнения необходимого объёма работы;
- базовый пункт (база) – исходное расположение технических средств предприятия;
- пункт производства – место расположения производственного участка предприятия, в котором необходимо выполнить работу заданного вида; подразделяются на собственные, в которых работа осуществляется самим предприятием, и клиентские – работа может выполняться поставщиками;
- маршрут технического средства – набор, состоящий из базы и некоторого множества пунктов производства.

Учитываются следующие условия:

- если работа не может быть выполнена в требуемый период техническими средствами предприятия, то его пункт производства приобретает статус клиентского;
- каждое техническое средство принадлежит только одной базе и может посещать любой пункт не более одного раза;

- любой клиентский пункт производства может обслуживаться техническими средствами одного или нескольких поставщиков;
- маршрут технического средства является допустимым, если суммарное время на выполнение работы в пунктах производства не превосходит её директивную длительность;
- маршруты всех технических средств должны начинаться и заканчиваться в базах их размещения;
- возможны следующие варианты распределения технических средств предприятий: последовательный – технические средства используются в собственном пункте производства, затем могут быть направлены в клиентские пункты до окончания допустимого срока; параллельный – некоторые технические средства предприятия удовлетворяют потребности лишь собственных пунктов, другие – клиентских;

Предполагается известной транспортная сеть, связывающая базы и пункты производства предприятий рассматриваемой системы.

Требуется распределить технические средства предприятий и определить допустимые маршруты для них таким образом, чтобы суммарные затраты на выполнение работ и доставку технических средств были минимальны.

### 3. Модель оптимального использования технических средств с учётом ресурсных ограничений и транспортного фактора

Для построения математической модели введём граф  $G = (V, E)$  с множеством вершин  $V$  и множеством рёбер  $E$ . Вершины графа представляют базы и пункты производства, а рёбра – соединяющие их участки пути. Базовые пункты образуют подмножество  $I$ ,  $I \subseteq V$ , а пункты производства составляют подмножество  $J$ ,  $J \subseteq V$ .

Каждому ребру из множества  $E$  приписан вес, равный расстоянию между соответствующими пунктами, а для каждой вершины, отвечающей пункту производства, известен показатель, равный его потребностям. Маршрутом технического средства назовём цикл в указанном графе, начинающийся и заканчивающийся в базе и проходящий через некоторые пункты производства.

Введём следующие обозначения:

$n$  – количество пунктов производства,  $n = |J|$ ;

$l(i) \in J$  – собственный пункт производства, который обслуживается техническими средствами, расположенными в базе  $i$ ,  $i \in I$ ;

$M$  – множество технических средств;

$M_i \subseteq M$  – множество технических средств, принадлежащих базе  $i$ ,  $i \in I$ ;

$a_m$  – нормативная суточная производительность технического средства  $m$  при выполнении работы,  $m \in M$ ;

$S_j$  – объём работы, который необходимо выполнить в пункте производства  $j$ ,  $j \in J$ ;

$d$  – допустимая длительность выполнения работы;

$w_{ij}$  – расстояние между пунктами  $i$  и  $j$  рассматриваемой транспортной сети,  $i, j \in V$ ;

$c_m$  – стоимость выполнения единицы объёма работы техническим средством  $m$ ,  $m \in M$ ;

$r_m$  – стоимость перемещения (на единицу расстояния) технического средства  $m$ ,  $m \in M$ ;

$\mu$  – достаточно большое положительное число.

Переменные модели:

$x_j^m$  – объём работы, выполняемый техническим средством  $m$  в пункте  $j$ ,  $j \in J$ ;  $m \in M$ ;

$z_{ij}^m$  – вспомогательная булева переменная,  $z_{ij}^m = 1$ , если техническое средство  $m$  перемещается из пункта  $i$  в пункт  $j$ ;  $z_{ij}^m = 0$  – в противном случае,  $i, j \in V$ ;  $m \in M$ ;

$t_i^m$  – вспомогательная неотрицательная переменная, которая позволяет обеспечить наличие одного цикла в маршруте каждого технического средства  $m$  при выполнении работы,  $i \in I$ ;  $m \in M$ .

Построенная модель частично целочисленного линейного программирования имеет вид:

$$f = \sum_{j \in J} \sum_{m \in M} c_m x_j^m + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{m \in M} r_m w_{ij} z_{ij}^m \rightarrow \min \quad (1)$$

при условиях

$$\sum_{m \in M} x_j^m \geq S_j, \quad j \in J; \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} x_j^m \leq a_m d, \quad m \in M; \quad (3)$$

$$x_j^m \leq \mu \sum_{i \in V} z_{ij}^m, \quad j \in J, \quad m \in M; \quad (4)$$

$$\sum_{j \in V} z_{ij}^m \leq 1, \quad i \in V, \quad m \in M; \quad (5)$$

$$\sum_{i \in V} z_{ij}^m \leq 1, \quad j \in V, \quad m \in M; \quad (6)$$

$$\sum_{i \in V} z_{ij}^m = \sum_{i \in V} z_{ji}^m, \quad j \in V, \quad m \in M; \quad (7)$$

$$t_i^m - t_j^m + n z_{ij}^m \leq n - 1, \quad i, j \in J, \quad m \in M; \quad (8)$$

$$\sum_{j \in V} z_{ij}^m = 0, \quad i \in I, \quad m \in M \setminus M_i; \quad (9)$$

$$\sum_{m \in M_i} x_{l(i)}^m = \begin{cases} S_{l(i)}, & \text{если } \sum_{m \in M_i} a_m d \geq S_{l(i)} \\ \sum_{m \in M_i} a_m d, & \text{если } \sum_{m \in M_i} a_m d < S_{l(i)}; \end{cases} \quad (10)$$

$$x_j^m \geq 0, \quad t_i^m \geq 0, \quad i, j \in J, \quad m \in M; \quad (11)$$

$$z_{ij}^m \in \{0, 1\}, \quad i, j \in V, \quad m \in M. \quad (12)$$

Целевая функция (1) состоит в минимизации затрат на выполнение работы и транспортировку технических средств в пункты производства. Ограничения (2) означают, что потребности каждого пункта производства должны быть удовлетворены. Условия (3) гарантируют, что допустимая длительность выполнения работы не будет нарушена. Ограничения (4) отражают требования наличия технического средства в обслуживаемом пункте производства. Условия (5) и (6) означают, что каждое техническое средство может посещать любой пункт не более одного раза; (7) – задают последовательность перемещений для каждого технического средства (техническое средство может перемещаться только из пункта, в котором находилось). Ограничения (8) гарантируют наличие одного цикла при перемещении каждого технического средства [15]. Условия (9) определяют, что начальные перемещения технических средств возможны только из базовых пунктов. Ограничения (10) соответствуют требованиям выполнения работы в собственных пунктах производства техническими средствами самого предприятия. Сформулированная модель (1) – (12) имеет  $|M| |I|^2 + 2 |J| |M|$  переменных, содержит  $O(|M| |I|^2)$  линейных ограничений.

К задаче (1)–(12) сводится известная задача коммивояжера [2, 4] при следующих условиях:

1.  $|I| = 1, |M| = 1$ , т.е. заданы единственная база размещения и одно техническое средство;
2.  $l(i) \in \emptyset$ , собственный пункт производства отсутствует;
3.  $S_j = b, j \in J$ , все потребности пунктов производства равны некоторому значению  $b, b > 0$ , причём  $\sum_{j \in J} S_j \leq a_m d, m \in M$ , т.е. мощности технического средства  $m$  достаточно для

удовлетворения потребностей всех пунктов производства, тогда все имеющиеся пункты должны быть посещены данным техническим средством.

Рассматриваемая задача обладает следующими свойствами. При фиксированных значениях переменных  $z_{ij}^m$  получается задача прикрепления технических средств к пунктам производства с минимальными затратами, что соответствует задаче транспортного типа, причём если в маршрут технического средства  $m$  не включается пункт производства  $j, (z_{ij}^m = 0)$ , то работы в данном пункте также не выполняются ( $x_j^m = 0$ ). При известных значениях переменных  $x_j^m$  изучаемая задача сводится к задаче отыскания допустимых маршрутов перемещения технических средств минимальной стоимости, т.е. задаче маршрутизации транспорта с несколькими депо, относящейся к классу NP-трудных задач. Указанные свойства могут быть использованы для разработки и применения алгоритмов, основанных на декомпозиции исходной задачи и поочередному решению двух взаимосвязанных задач – задачи целочисленного программирования (задача маршрутизации транспорта) и задачи линейного программирования (задача транспортного типа).

#### **4. Апробация подхода для сферы аграрного производства (на примере одного из районов Омской области)**

Рассматриваемая задача актуальна для агропромышленного комплекса РФ, поскольку устойчивому развитию сельского хозяйства и росту объёмов производства препятствует недостаточная техническая оснащённость предприятий аграрного сектора.

В современных условиях результативность сельскохозяйственного производства во многом определяется применением технологий, которые характеризуются использованием раз-

нообразных машин и оборудования, обладающих высокой стоимостью. Но пополнение машинно-тракторного парка у большинства товаропроизводителей уступает темпам списания устаревшей техники вследствие ограниченности финансовых средств. В этой связи особое значение приобретают вопросы использования имеющейся и вновь поступающей техники.

Одним из возможных решений данной проблемы является развитие системы взаимодействия предприятий аграрной сферы на основе производственного обслуживания. Отдельному предприятию экономически нецелесообразно содержать, приобретать полный парк машин и создавать ремонтную базу, поэтому наиболее продуктивным является взаимовыгодное сотрудничество сельскохозяйственных организаций, которое позволит сократить простои техники, уменьшить объёмы работ, выполняемых в неоптимальные агротехнические сроки и тем самым повысить эффективность деятельности предприятий [16].

В настоящее время в регионах РФ формированию и развитию системы производственного взаимодействия предприятий аграрного сектора препятствуют следующие факторы:

1. Сложности получения достоверной информации о рынке производственного обслуживания: его конъюнктуре, объёмах спроса и предложения, поставщиках и потребителях услуг. Недостаток информации о материально-технической базе промышленных предприятий и степени их участия в производственной кооперации.

2. Трудности, связанные с анализом информации о рынке производственных услуг для выбора партнёров, сотрудничество с которыми будет оптимальным для компании. Отсутствие инструментов прогнозирования объёмов спроса и предложения. Несовершенство системы сбора, распространения и обмена информацией о производственных заказах предприятий региона [17].

В сложившихся условиях региональному АПК необходима информационно-консультационная служба, способная с помощью системы поддержки принятия решений осуществлять мониторинг потребностей, возможностей предприятий и определять оптимальную схему сотрудничества по каждому виду агротехнических работ.

Апробация построенной математической модели выполнена на примере одного из муниципальных районов Омской области. Расчёты выполнялись с применением пакета GAMS для задач следующей размерности: 10 баз размещения, 15 пунктов производства, не более 50 единиц технических средств. Вычислительный эксперимент позволил получить допустимые схемы производственного взаимодействия при выполнении 8 видов агротехнических работ (вспашка, боронование, прикатывание почвы, посев, культивация, боронование по всходам, прикатывание посевов, уборка урожая) на основе выбранного критерия. Относительное отклонение целевой функции от оптимального значения в проведённых экспериментах составило не более 5 %. Результаты расчёта для посевных работ представлены на рис. 1 и рис. 2.

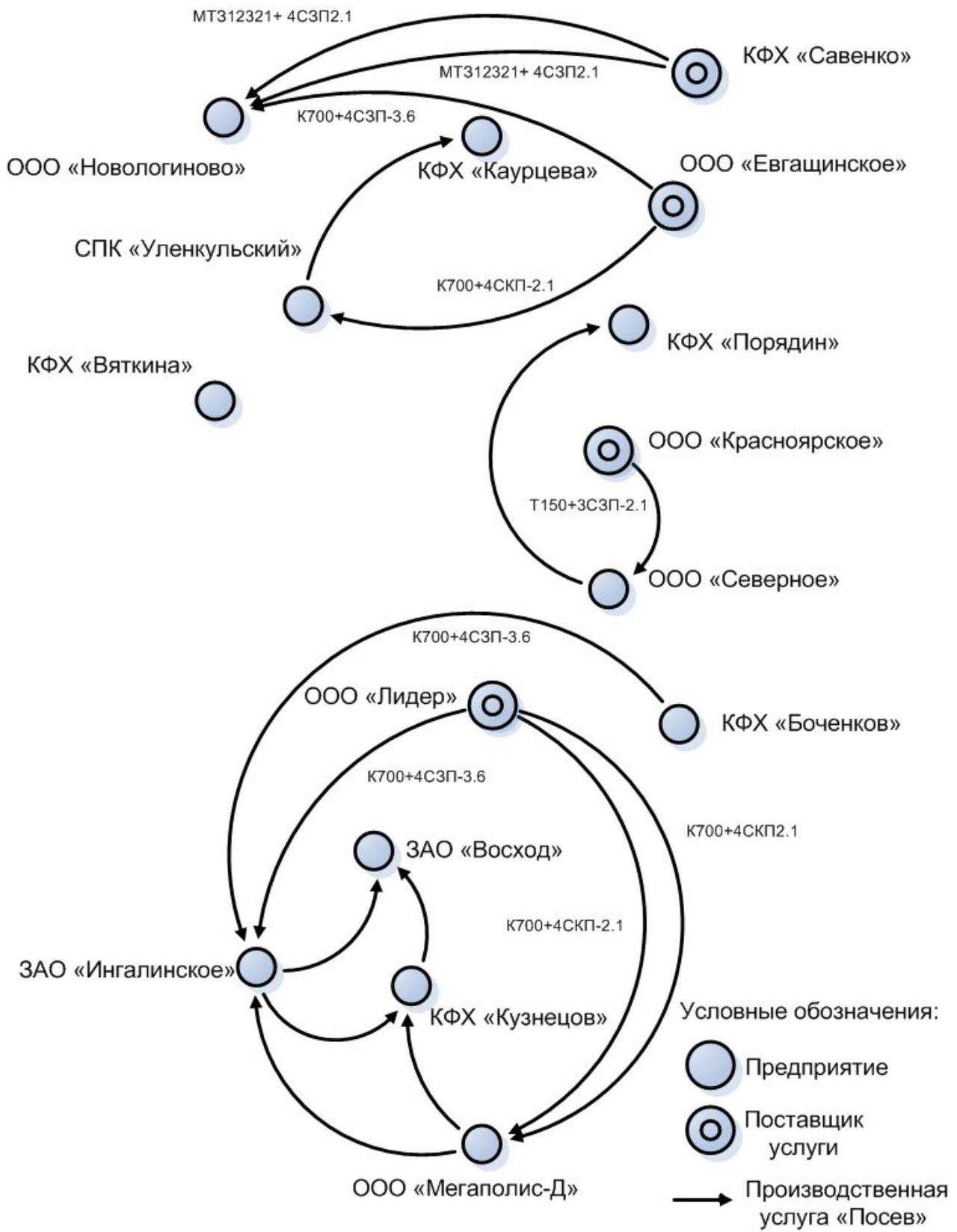


Рис. 1. Производственное взаимодействие предприятий при выполнении работы «Посев»

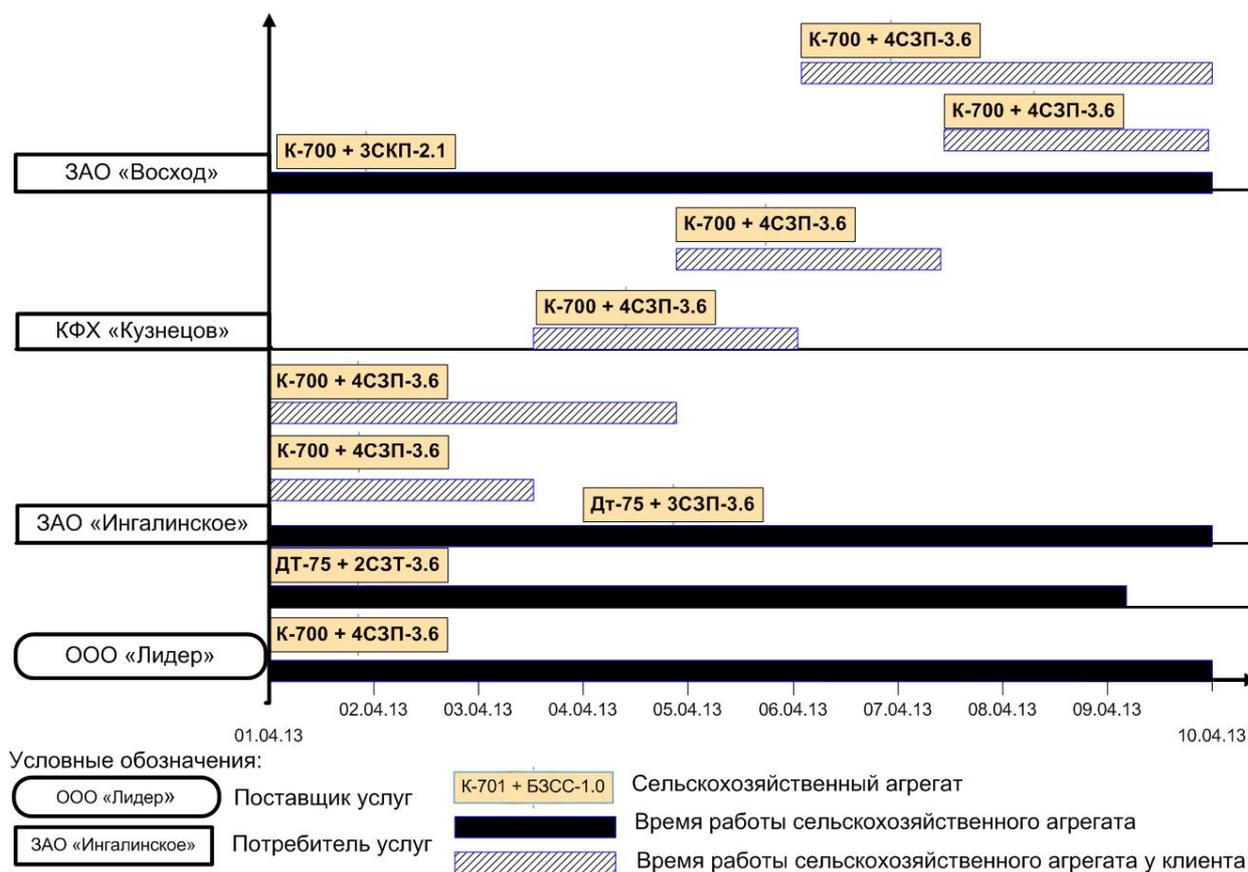


Рис. 2. Распределение технических средств поставщика

## 5. Заключение

Проведённые вычислительные эксперименты позволяют сделать вывод о перспективности применения разработанной модели для определения наиболее выгодных вариантов использования технических средств в условиях межфирменного взаимодействия предприятий.

Следует отметить, что получение оптимального решения за приемлемое время возможно только при относительно небольших размерностях задач, но это не характерно для многих практических случаев. В связи с этим актуальным вопросом является разработка и анализ алгоритмов приближённого решения исследуемой задачи.

## Литература

1. Асаул А. Н. Методологические аспекты формирования и развития предпринимательских сетей / Под ред. д. э. н., проф. А.Н. Асаула. – СПб.: «Гуманистика», 2004. – 256 с.
2. Гимади Э. Х., Истомин А. М., Рыков И. А. О задаче нескольких коммивояжёров с ограничениями на пропускные способности рёбер графа // Дискретный анализ и исследование операций, 2013. – №20(5). – С. 13–30.
3. Ларионова И. Г. Совершенствование организационных форм сотрудничества в рыночной экономике // Наука и образование: хозяйство и экономика; предпринимательство; право и управление, 2013. – № 8(39). – С.16–22.

4. Меламед И. И., Сергеев С. И., Сигал И. Х. Задача коммивояжера. Вопросы теории // Автоматика и телемеханика, 1989. – №9. – С. 3–33.
5. Савельева И. П. Об организации системы эффективного взаимодействия предпринимательских структур национальной экономики / И.П. Савельева, К.В. Екимова // Вестник ЮУрГУ, 2011. – №28. – С.124–127.
6. О решении одной задачи производственного обслуживания АПК / А. А. Колоколов [и др.] // Сборник научных трудов V Международной школы-симпозиума АМУР-2011. – Симферополь: ТНУ им. В. И. Вернадского, 2011. – С. 172-175.
7. О решении одной задачи регионального планирования / А. А. Колоколов [и др.] // Динамика систем, механизмов и машин: материалы VIII Междунар. науч.-техн. конф. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2012. – № 3. – С. 51–55.
8. Разработка системы взаимодействия предприятий с использованием моделей и методов оптимизации / А. А. Колоколов [и др.] // Омский научный вестник, 2012. – № 3. С.20-25.
9. Семерханова Е. Я. Решение некоторых задач производственного обслуживания в системе АПК / В. А. Михаль, Е. Я. Семерханова // Молодёжь третьего тысячелетия: XXXV региональная научно-практическая конференция: сборник статей секции «Физико-математические науки». – Омск: Изд-во Ом. гос. ун-та, 2011. – С. 28–32.
10. Семерханова Е. Я. Об одной задаче оптимизации в системе межфирменного взаимодействия // Материалы российской научно-технической конференции «Общество, политика, финансы». – Новосибирск: Изд-во СибГУТИ, 2014. – С. 94-96.
11. Christofides N. The vehicle routing problem. In N. Christofides, A. Mingozzi, P. Toth, C. Sandi, editors/ N. Christofides, A. Mingozzi, P. Toth // Combinatorial Optimization. Wiley, Chichester, 1979. – P. 315–338.
12. Jeon G. A vehicle routing problem solved by using a hybrid genetic algorithm / G. Jeon, H. Leep, J. Shim // Computers Industrial Engineering, Volume: 53, Issue: 4 (2007).
13. Manolis N. The balanced cargo vehicle routing problem with time windows / Manolis N., George Ioannou // International Journal of Production Economics, vol. 123, Issue 1, pages 42 – 51. January 2010.
14. The VRP Web. <http://neo.lcc.uma.es/radi-aeb/WebVRP>.
15. Сигал И. Х., Иванова А. П. Введение в прикладное дискретное программирование: модели и вычислительные алгоритмы. – М.: Физматлит, 2003. – 240 с.
16. Степанова Т. Ю. Развитие рынка производственных услуг в АПК // Сибирская деревня: история, современное состояние, перспективы развития. – Омск, 2004. – № 3. – С. 125–127.
17. Стукач В. Ф. Развитие регионального рынка производственных услуг в АПК / В. Ф. Стукач, Т. Ю. Степанова, Н. А. Храмцова – Омск: ООО «Издательско-полиграфический центр «Сфера», 2004. – 180 с.

*Статья поступила в редакцию 17.06.2014*

**Колоколов Александр Александрович**

д. ф.-м. н., профессор, заведующий лабораторией дискретной оптимизации Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН (Омский филиал). Тел.: 8-983-625-01-76, e-mail: kolo@ofim.oscsbras.ru.

**Семерханова Елена Яковлевна**

аспирантка кафедры «Математические методы и информационные технологии в экономике», ФГБОУ ВПО Омский государственный технический университет. Тел.: 8-909-535-96-55, e-mail: semerkhanova@gmail.com.

**Optimization of production services system in the intercompany interaction conditions****A. Kolokolov, E. Semerkhanova**

This paper is devoted to the problem solving of the optimum use of technical means in the system of intercompany interaction taking into account resource restrictions and transport factor. The mathematical model of integer programming is constructed and investigated. The results of the analysis and computing experiment for the developed model in the sphere of agrarian production are presented on the basis of one of the Omsk's municipal region.

*Keywords:* transport routing, mathematical modeling, intercompany interaction, production cooperation, integer linear programming.