

Увеличение разрешающей способности радиолокационной системы за счёт параметрических методов обработки сигналов

Г.О. Манохин, А.А. Гельцер, Е.В. Рогожников

В статье рассмотрены вопросы увеличения разрешающей способности РЛС за счёт применения параметрических методов обработки сигналов, таких как Capon, MUSIC, ESPRIT и некоторых других, указаны их достоинства и недостатки. Представлено решение проблемы оценки количества целей и корреляции эхо-сигналов, являющейся одним из факторов, ограничивающих их практическое применение. Приведены примеры работы метода MUSIC на математической модели РЛС.

Ключевые слова: алгоритмы сверхразрешения, угловые координаты цели, ESPRIT, MUSIC, эхо-сигналы.

1. Введение

Классические методы обеспечения разрешающей способности РЛС основаны на физических параметрах излучаемых сигналов и геометрических размерах антенных систем. Между тем, уже давно известен ряд параметрических методов, позволяющих значительно увеличить разрешающую способность РЛС исключительно средствами математической обработки. Применение этих методов ранее ограничивалось высокими требованиями к аппаратной и вычислительной части РЛС; кроме того, существовал ряд ограничений, не позволяющих применять их на практике. Однако сейчас достигнут определённый прогресс в преодолении данных ограничений, что вместе с ростом вычислительной мощности позволяет рассматривать методы сверхразрешения как одно из перспективных направлений развития радиолокационных систем.

При традиционном подходе к построению РЛС, её потенциальная разрешающая способность по дальности прямо пропорциональна ширине спектра зондирующего сигнала. Чтобы увеличить разрешение по дальности, приходится увеличивать полосу сигнала, что приводит к известным сложностям при построении аппаратуры РЛС. Главными же факторами, которые сдерживают дальнейшее увеличение полосы сигналов при построении высокоточных РЛС, являются ограниченные возможности элементной базы.

Разрешение по угловым координатам при классическом подходе к обработке сигнала полностью определяется размерами апертуры антенной системы или числом элементов активной фазированной антенной решётки (АФАР). На практике это приводит к необходимости выбирать между размерами РЛС и потенциально возможным разрешением.

Классическим методом оценки спектральной плотности мощности (СПМ) сигнала является дискретное преобразование Фурье (на практике применяют быстрое преобразование Фурье), где единственным средством увеличения разрешающей способности по частоте яв-

ляется увеличение длительности записанной реализации сигнала, что, с одной стороны, часто ограничивается требованиями к системам реального времени, а с другой, – длительностью самих сигналов.

Одним из путей увеличения разрешающей способности является использование параметрических методов цифрового спектрального анализа, подобных методу Capon [1]. Данные методы относятся к классу сверхразрешающих, из которых, с точки зрения реализуемости и потенциальной разрешающей способности, были выбраны MUSIC (Multiple Signal Classification), ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques) и их вариации [2 – 4]. Не маловажным фактом является возможность оценки с их помощью как СПМ сигнала, так и угловых координат нескольких целей. Несмотря на то, что данные методы позволяют в разы увеличить разрешение, их применение на практике сдерживают повышенные требования к элементной базе РЛС и высокая вычислительная нагрузка при обработке сигнала. Помимо этого, результаты оценок и стабильность работы методов определяются целым рядом факторов (количество целей, наличие коррелированных источников, принцип формирования матрицы данных и т.д.).

Целью работы является рассмотрение путей повышения разрешающей способности РЛС по дальности и угловым координатам без изменения параметров сигнала и антенной системы. Будут рассмотрены методы сверхразрешения Capon, MUSIC и ESPRIT, методы оценки количества целей, разрешение коррелированных сигналов и увеличения стабильности результатов оценок рассматриваемых методов.

2. Оценка угловых координат цели

Пусть имеется линейная эквидистантная антенная решётка (АР), состоящая из N абсолютно идентичных элементов, которая регистрирует суммарный сигнал от M узкополосных источников, расположенных под углом θ_i к её нормали (рис. 1). Тогда модель сигналов, принимаемых от M источников в АР из N элементов:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{n}, \quad (1)$$

где: $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_M)]$ – матрица направляющих векторов размерностью $N \times M$, $\mathbf{a}(\theta_k) = [1, z^1, \dots, z^{N-1}]^T$ – направляющий вектор k -го источника сигнала размерностью N (в этом случае первый элемент АР – опорный), $z = \exp[-j(2\pi/\lambda)\sin(\theta)]$, $\mathbf{S} = [s_1, \dots, s_M]^T$ – вектор сигналов размерностью M , $\mathbf{n}$ – вектор шумов приёмной аппаратуры АР (белый гауссовский шум) размерностью N , $\mathbf{X}$ – вектор принятого сигнала размерностью N .

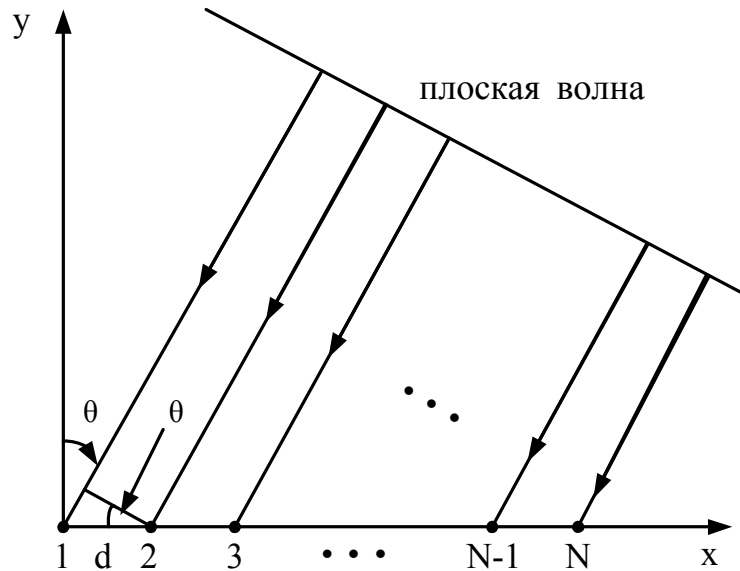


Рис.1. Линейная эквидистантная антенная решётка с падающей на неё плоской волной от узкополосного источника сигнала

Предполагая, что сигналы от отдельных источников и шум в приёмных каналах АР не коррелированы между собой, дадим определение корреляционной матрицы сигнала $\mathbf{R}$:

$$\mathbf{R} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{X}_k \mathbf{X}_k^H, \quad (2)$$

где: $\mathbf{X}_k$ – это k -ая выборка во временной реализации сигнала, H – оператор эрмитового сопряжения.

Усреднение корреляционной матрицы по временным выборкам позволяет увеличить отношение сигнал/шум (ОСШ). В [5] авторы показывают, что требуется, по крайней мере $K > 2N$, чтобы обеспечить ОСШ на уровне 3 дБ.

Метод минимизации дисперсии искажения характеристик сигнала (метод Capon) позволяет уменьшить влияние помех на характеристики сигнала за счёт минимизации мощности, сохраняя при этом выигрыш по направлению сигнала. Выходной угловой спектр метода Capon определяется выражением [5]

$$P_{\text{Capon}}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta)}. \quad (3)$$

Если проанализировать выражение (3), то можно заметить, что метод Capon сравнивает модель идеального отклика АР (направляющий вектор $\mathbf{a}(\theta)$) на сигнал с заданного направления с тем, что было получено при замерах. Существенным отличием метода MUSIC от Capon заключается в том, что для получения оценки угловых координат цели используется разложение корреляционной матрицы сигнала по собственным векторам и собственным значениям.

$$P_{\text{MUSIC}}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{Q}_n \mathbf{Q}_n^H \mathbf{a}(\theta)}, \quad (4)$$

где $\mathbf{Q}_n$ – матрица собственных векторов, соответствующая шумовому подпространству.

Алгоритм метода MUSIC для оценки угловых координат следующий:

1. оценить корреляционную матрицу $\mathbf{R}$, используя (2);
2. оценить матрицы собственных векторов и собственных значений корреляционной матрицы $\mathbf{R} = \mathbf{Q} \mathbf{\Lambda} \mathbf{Q}^H$. Данная операция выполняется сингулярным разложением корреляционной матрицы сигнала (SVD);

3. разделить $\mathbf{Q}$ так, чтобы получить $\mathbf{Q}_n$. Для этого из матрицы $\mathbf{Q}$ выбрасывают первые M столбцов, которые соответствуют сигнальному подпространству (с учётом, что эти собственные вектора соответствуют наибольшим собственным значениям корреляционной матрицы сигнала);
4. построить функцию $R_{\text{MUSIC}}(\theta)$;
5. M максимальных по уровню пиков будут соответствовать оценке угловых координат целей.

Метод MUSIC, как и Capon, обладает одним недостатком, который не позволяет использовать его в реальных условиях. Так как $R_{\text{MUSIC}}(\theta)$ и $R_{\text{Capon}}(\theta)$ – это спектры, поэтому нужен дополнительный алгоритм, который будет производить его анализ и выбирать нужные максимумы в нём. Эта процедура требует больших вычислительных затрат, особенно в тот момент, когда количество точек в спектре велико. Решением проблемы стала идея приравнять знаменатель выражения (4) к нулю [3], что соответствует задаче поиска максимумов функции $R_{\text{MUSIC}}(\theta)$. При достоверно известном количестве источников сигнала, метод Root-MUSIC (по принципу поиска корней полинома) обладает потенциально большей точностью и разрешающей способностью, чем при использовании обычного $R_{\text{MUSIC}}(\theta)$.

Алгоритм метода Root-MUSIC для оценки угловых координат следующий:

1. оценить корреляционную матрицу $\mathbf{R}$ используя (2);
2. оценить матрицы собственных векторов и собственных значений корреляционной матрицы $\mathbf{R} = \mathbf{Q} \mathbf{\Lambda} \mathbf{Q}^H$. Данная операция выполняется сингулярным разложением корреляционной матрицы сигнала;
3. разделить $\mathbf{Q}$ так, чтобы получить $\mathbf{Q}_s$. Для этого из матрицы $\mathbf{Q}$ выбрасывают первые M столбцов, которые соответствуют сигнальному подпространству;
4. получить $\mathbf{C}_l$ путём суммирования l -ой диагонали $\mathbf{C} = \mathbf{Q}_n \mathbf{Q}_n^H$;
5. найти нули полученного полинома в количестве $(N-1)$ пар;
6. из $(N-1)$ корней внутри единичной окружности выбрать M расположенных наиболее близко к самой линии окружности;
7. получить оценку угловых координат цели, используя выражение, приведённое ниже, где z_m – m -ый найденный корень.

$$\theta_m = \cos^{-1} \left(\frac{J \ln(z_m)}{(2\pi / \lambda) d} \right), m = 1, \dots, M. \quad (5)$$

Метод ESPRIT базируется на том факте, что вектор, определяющий направление прихода m -го сигнала, имеет один и тот же сдвиг на каждом элементе линейной эквидистантной АР. Антенная решетка разбивается на две пересекающиеся идентичные подрешётки. Число элементов в подрешётке должно быть больше либо равно M . На рис. 2 продемонстрировано разбиение АР на подрешётки с шагом $d_s = 1$ и $d_s = 2$.

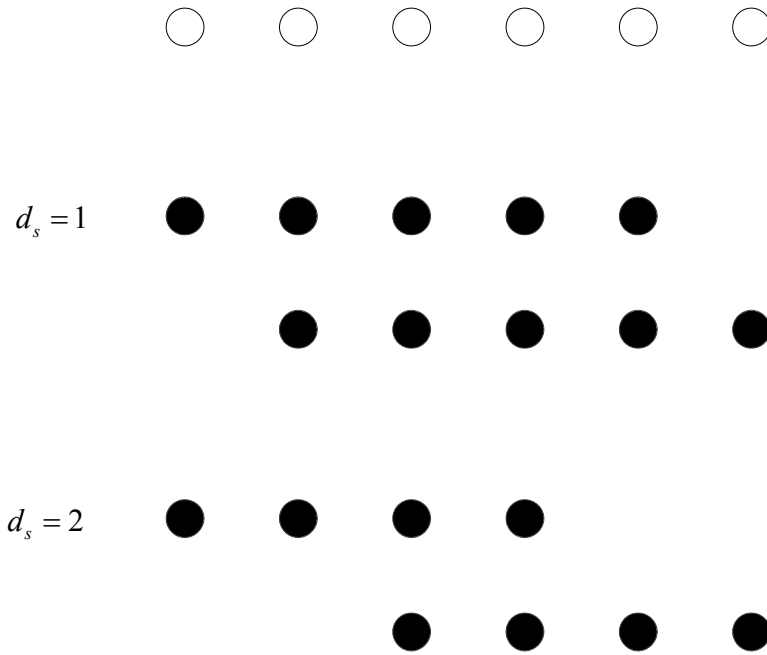


Рис. 2. Разбиение исходной AP на подрешётки в методе ESPRIT

Алгоритм оценки угловых координат по методу ESPRIT, при заранее известном количестве источников сигнала, выглядит следующим образом:

1. оценить корреляционную матрицу $\mathbf{R}$, используя (2);
2. оценить матрицы собственных векторов и собственных значений корреляционной матрицы $\mathbf{R} = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^H$. Данная операция выполняется сингулярным разложением корреляционной матрицы сигнала;
3. разделить $\mathbf{Q}$ так, чтобы получить $\mathbf{Q}_s$. Для этого из матрицы $\mathbf{Q}$ выделяют первые M столбцов, которые соответствуют сигнальному подпространству;
4. вычислить матрицы $\mathbf{U}_{s1}$ и $\mathbf{U}_{s2}$, где $\mathbf{J}_{N-ds}$ – это единичная квадратная матрица размером $N - ds$

$$\mathbf{U}_{s1} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{N-ds} & \mathbf{0}_{(N-ds) \times ds} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{U}_{s2} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(N-ds) \times ds} & \mathbf{J}_{N-ds} \end{bmatrix};$$

5. вычислить матрицу $\mathbf{C}$:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{s1}^H \\ \mathbf{U}_{s2}^H \end{bmatrix} [\mathbf{U}_{s1} \mathbf{U}_{s2}];$$

6. из матрицы $\mathbf{C}$ выделить два массива: $\mathbf{V}_{12}$ и $\mathbf{V}_{22}$. Для этого необходимо произвести сингулярное разложение матрицы $\mathbf{C}$:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11} \mathbf{V}_{12} \\ \mathbf{V}_{21} \mathbf{V}_{22} \end{bmatrix} \mathbf{\Lambda} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11}^H \mathbf{V}_{12}^H \\ \mathbf{V}_{21}^H \mathbf{V}_{22}^H \end{bmatrix};$$

7. оценить матрицу $\mathbf{\Psi} = -\mathbf{V}_{12} \mathbf{V}_{22}^{-1}$;
8. вычислить собственные значения матрицы $\mathbf{\Psi}$ за счёт её сингулярного разложения;
9. определить угол прихода в соответствии с формулой (5).

В результате, как и в случае с Root-MUSIC, мы получаем не псевдоспектр, а оценки угловых координат целей. Одной из проблем метода ESPRIT является то, что диапазон возможных углов (сектор) уменьшается с ростом d_s , поэтому необходима априорная информа-

ция о возможных положениях цели относительно АР. Тут же стоит добавить, что метод Сапон наиболее информативен в начале координат.

3. Оценка спектральной плотности мощности сигнала

Все три представленных метода производят сравнение идеальной модели с полученными данными. Если быть более точным, то в основе этих методов лежит понятие модели, и для того, чтобы перейти к оценке СПМ-сигнала, требуется поменять модель, на которую они будут опираться. Отметим, что это накладывает требования максимального соответствия модели и реальных физических процессов, в противном случае результаты оценок будут абсолютно непредсказуемыми.

Итак, если для оценки угловых координат модель направляющего вектора представляла собой зависимость вида отклика идеальной системы антенных элементов АР на сигнал с заданного направления, то для оценки спектра сигнала направляющий вектор соответствует значению гармоники определённой частоты в каждый конкретный момент времени

$$z(f) = \exp[-j2\pi f \cdot nT], \quad (6)$$

где T – шаг дискретизации по времени, n – номер временного отсчёта (всего отсчётов N).

Нужно отметить, что ни Сапон, ни MUSIC, ни ESPRIT не дают истинной оценки спектральной плотности мощности сигнала. Они описывают лишь относительные интенсивности компонент частотного спектра. В этом плане метод Сапон обладает одним достоинством: он даёт спектр, высоты пиков в котором линейно пропорциональны мощности гармоник, присутствующих в анализируемом процессе.

Для иллюстрации работы указанных алгоритмов была составлена математическая модель радара с линейной частотной модуляцией сигнала (ЛЧМ-радар), в основе которого лежат алгоритмы сверхразрешения. На рис. 3 и 4 представлены результаты моделирования, на которых отображено увеличение разрешающей способности как по дальности (оценка спектра сигнала биений), так и по угловым координатам (использовалась 8 элементная АФАР).

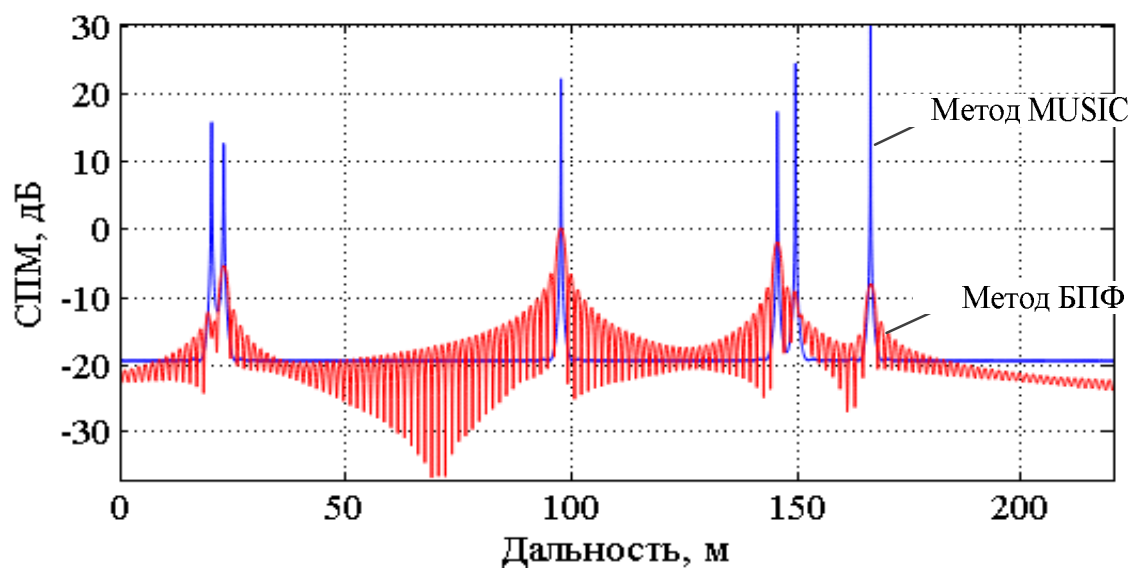


Рис. 3. Пример оценки СПМ сигнала биений методом БПФ в условиях близкого расположения целей и методом MUSIC, ось частот пересчитана в дальность

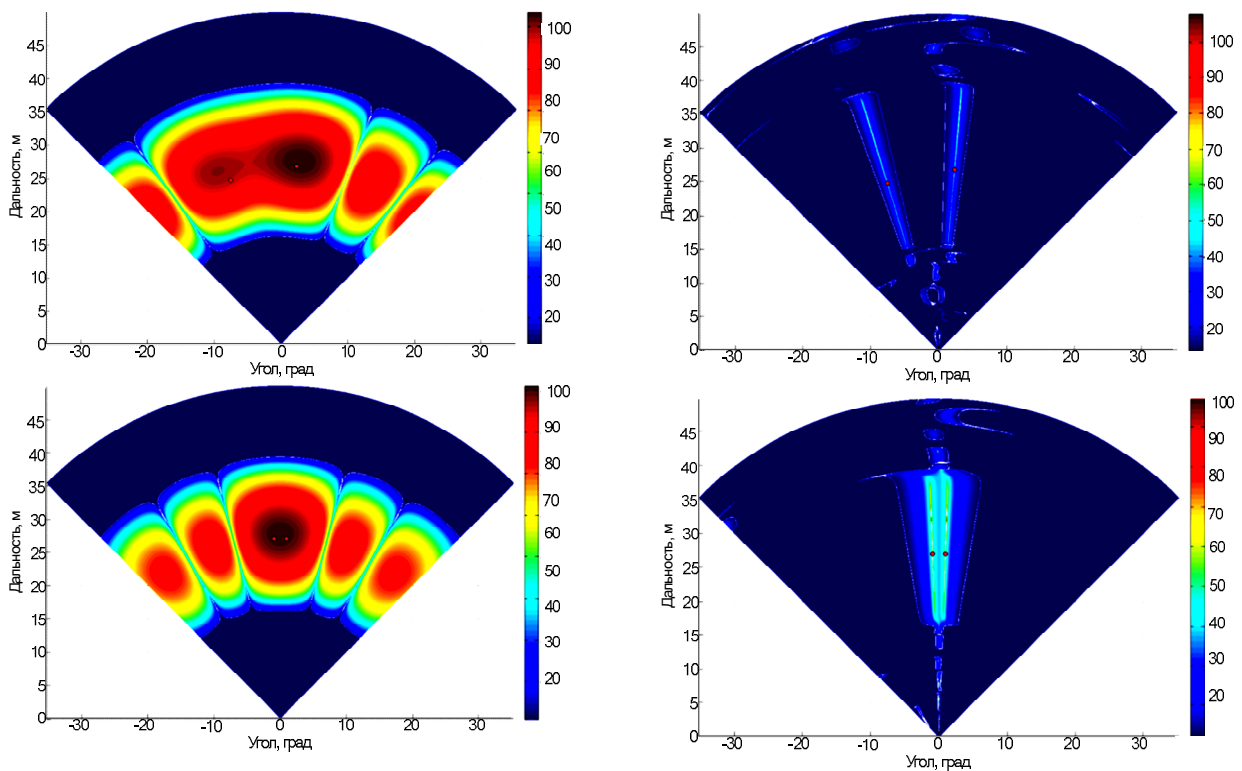


Рис. 4. Разница в разрешающей способности классического метода обработки сигналов и метода MUSIC. Количество элементов в АР 8, угловое разрешение метода MUSIC – 1 градус

4. Оценка числа источников

До этого момента мы всегда оперировали тем, что количество целей было известно априори. В реальных условиях число источников сигнала (целей, либо гармоник) не известно, что не позволяет разделить матрицу собственных векторов $\mathbf{Q}$ на шумовое и сигнальное подпространства без предварительной оценки мерности этих пространств. Ошибки определения числа источников сигнала критичны и приводят либо к потере целей, либо к появлению ложных пиков. На рис. 5 представлена оценка спектра сигнала методом MUSIC при верной и ошибочной оценке числа гармоник в сигнале. Длительность сигнала составляет 1 с, частота дискретизации 1 кГц, частоты гармоник: 87, 92, 92.5 Гц.

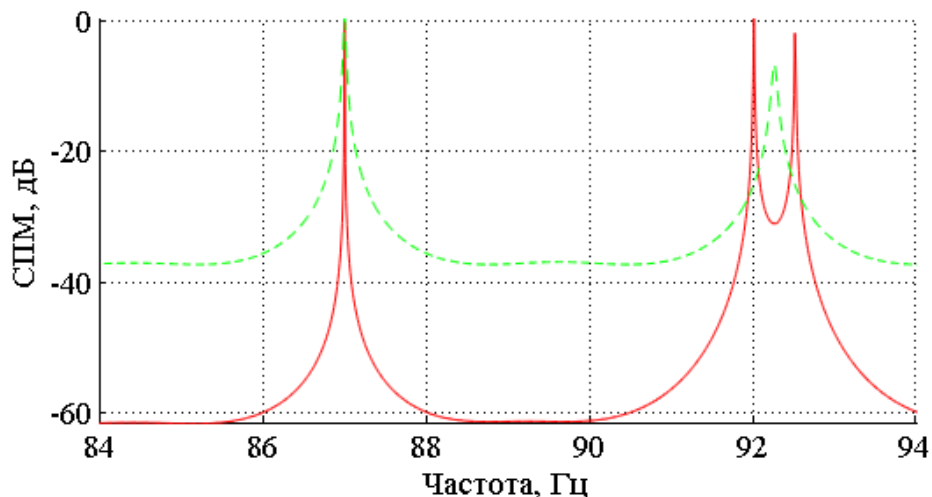


Рис. 5. Пример оценки спектра сигнала методом MUSIC с верной оценкой числа гармоник, присутствующих в сигнале (сплошная линия), и неверной (пунктирная линия)

В работе [4] авторы предлагают решить вопрос оценки источников сигнала за счёт использования алгоритмов оценки числа независимых параметров модели, таких как AIC (Akaike Information Criterion) и MDL (Minimum Description Length). Наиболее оптимальным является алгоритм MDL, поскольку он обеспечивает 100% оценку количества целей при ОСШ выше 5 дБ. При ОСШ ниже 5 дБ алгоритм склонен терять цели, а не захватывать новые из шумового подпространства собственных векторов корреляционной матрицы сигнала и тем самым не расщепляет спектральные составляющие оценки. Алгоритм MDL [6]:

1. оценить корреляционную матрицу сигнала;
2. выполнить её сингулярное разложение;
3. рассортировать полученные собственные значения λ_i от большего к меньшему;
4. вычислить значения по формуле, где d – количество целей, K – число усреднений (кадров):

$$\text{MDL}(d) = K(N - d) \ln \left(\frac{\frac{1}{N - d} \sum_{i=d+1}^N \lambda_i}{\left(\prod_{i=d+1}^N \lambda_i \right)^{\frac{1}{N-d}}} \right) + \frac{1}{2} [d(2N - d) + 1] \ln(K).$$

5. Решение проблемы сильно коррелированных сигналов

Алгоритмы декоррелирования, такие как усреднение вперёд назад (*FBA*) и пространственное сглаживание (*SS*), используются для того, чтобы восстановить ранг корреляционной матрицы сигнала в тех случаях, когда сигналы сильно коррелированы или когерентны. На практике по отдельности эти методы не используются, поскольку не дают достаточного прироста эффективности оценки при сопутствующих потерях в разрешающей способности и максимальном количестве оцениваемых целей. Сначала используется усреднение вперёд назад, а затем массив точек N разбивается на подмассивы и оценки корреляционной матрицы усредняются.

Для примера, если антенная решётка, то она разбивается на перекрывающиеся группы одинаковых размеров. Каждая группа записывает свою реализацию сигнала, после чего оценивает корреляционную матрицу. После этого оценки корреляционных матриц усредняются. Общее выражение для FBSS-метода выглядит следующим образом:

$$\mathbf{R}_{\text{fbss}} = \frac{1}{2K} \sum_{k=1}^K (\mathbf{R}_k + \mathbf{J} \mathbf{R}_k^* \mathbf{J}),$$

где K – количество подрешёток.

6. Заключение

Были рассмотрены методы сверхразрешения и алгоритмы, позволяющие применять их для решения практических задач, увеличение разрешения по частоте и угловым координатам. Несмотря на значительное увеличение разрешающих характеристик, представленные алгоритмы обладают рядом недостатков, основными из которых являются высокие вычислительные затраты и необходимость оценки количества целей.

Среди описанных методов самым большим разрешением обладает MUSIC, при этом, его Root-версия в плане вычислений значительно проще, чем спектральная. Если связать Root-

MUSIC и предложенные алгоритмы оценки числа целей и пространственного сглаживания, то эту связку можно будет успешно использовать в практических приложениях.

Литература

1. *J. Capon*. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. Proc. IEEE, vol. 57, pp. 1408-1418, August 1969.
2. *R. O. Schmidt and R. E. Frank*. Multiple source DF signal processing: An experimental system. IEEE Trans. Antennas Propag., vol.-34, pp. 276-280, March 1986.
3. *M. Pesavento, A. B. Gershman, and M. Haardt*. Unitary root-MUSIC with a real-valued eigen-decomposition: A theoretical and experimental performance study. IEEE Trans. Signal Process., vol. 48, pp. 1306-1314, May 2000.
4. *Roy R., Kailath T.* ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques //Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on. – 1989. – Т. 37. – №. 7. – pp. 984-995.
5. *C. K. E. Lau, R. S. Adve, and T. K. Sarkar*, Mutual coupling compensation based on the minimum norm with applications in direction of arrival estimation, IEEE Trans. On Antennas and Propagation, vol. 52, pp. 2034 – 2041, August 2004.
6. *Van Trees H. L.* Detection, Estimation, and Modulation Theory, Optimum Array Processing. – John Wiley & Sons, 2004, 1434 pp.

*Статья поступила в редакцию 29.07.2014;
переработанный вариант — 21.10.2014*

Манохин Глеб Олегович

аспирант кафедры телекоммуникаций и основ радиотехники ТУСУР, (634054, Томск, пр. Ленина, 40) тел. (382) 2-413-398, e-mail: life.airever@gmail.com

Гельцер Андрей Александрович

доцент кафедры телекоммуникаций и основ радиотехники ТУСУР, (634054, Томск, пр. Ленина, 40) тел. (382) 2-413-398, e-mail: gaa.pochta@gmail.com

Рогожников Евгений Васильевич

аспирант кафедры телекоммуникаций и основ радиотехники ТУСУР, (634054, Томск, пр. Ленина, 40) тел. (382) 2-413-398, e-mail: udzhon@mail.ru

Resolution gain of the radar system via parametric signal processing techniques

G.O. Manokhin, A.A. Geltser, E.V. Rogozhnikov

This paper deals with the issues of increasing the resolution of the radar due to the use of parametric methods of signal processing, such as Capon, MUSIC, ESPRIT and some others, its advantages and disadvantages being presented. The solution of the problem of estimating the number of targets and correlation of echoes which is one of the factors limiting their practical application is presented. Examples of using MUSIC method on the radar mathematical model are given.

Keywords: super-resolution algorithms, target angular coordinates, ESPRIT, MUSIC, echoes.