

Разнообразие в сложной системе как фактор обеспечения её устойчивости

А. И. Карпович

В статье анализируется влияние параметрического разнообразия (ресурсо-, энергоемкостей и т.п.) как средства формирования адаптивных свойств сложной отраслевой системы на возможности повышения устойчивости ее функционирования / развития. Рассматриваются математические модели для оценки указанного влияния, выполнен их формальный анализ.

Ключевые слова: устойчивость, эластичность, адаптивность.

Термин «разнообразие» носит общенаучный характер. Проявления фундаментального закона необходимого разнообразия имеют место как в искусственных, так и в природных больших системах. Наиболее близким к экономике в этом отношении аналогом является живая природа. Генетическое разнообразие отдельных особей биологических систем (популяций, видов и др.) делает возможным их гомеостазис в постоянно изменяющихся условиях окружающей среды. Более того, это разнообразие является необходимым для самого их существования. Если оно не обеспечивает адекватности таксона внешним условиям, то наступает качественное изменение его наследственной структуры и первоначальная система либо гибнет, либо мутирует [1].

По отношению к отраслевым системам экономики в аспекте проблемы управления устойчивостью понятие разнообразия приложимо ко многим атрибутам, характеризующим планы (программы, проекты) их развития и функционирования: к структуре и составу объектов, способам функционирования и развития элементов, возможностям резервирования, к набору внешних и внутренних возмущений и другим. При этом под экономической устойчивостью некоторой социо-технической системы понимается её способность (свойство) в неопределённых условиях функционирования / развития обеспечивать реализацию своих целевых установок [2].

Разнообразие в самой системе может быть классифицируемо на параметрическое и структурное.

В реальной действительности источниками параметрического разнообразия являются: существование в планируемой системе объектов со старыми и новыми технологиями производства продуктов и наличие разнообразия направлений научно-технического прогресса, включаемых в план (программу, проект) её развития. В экономической литературе стало традиционным считать технический прогресс эндогенным генератором неопределенности в экономике. Однако он является и носителем в известном смысле своей противоположности, а именно предпосылки повышения устойчивости функционирования / развития систем. Последняя заключается, во-первых, в возможностях перераспределения жёсткости ограничений по ресурсам (ослаблении наиболее жёстких ограничений за счёт некоторого ужесточения условий по мало- или нелимитированным ресурсам) и, вследствие этого, изменения структуры и интенсивностей входных возмущений; во-вторых, в возможности рационального маневрирования распределением данных возмущений по внутренним связям планируемой системы.

В целях последующего анализа предполагаемые возмущения, сопровождающие развитие отраслевой системы по некоторому плану, программе или инвестиционному проекту, эквивалентуем ресурсными недопоставками (возмущениями), которые могут возникать, например, в результате сбоев в финансовом обеспечении указанного развития.

Пусть для некоторого плана, программы или инвестиционного проекта определен набор объектов планирования и зафиксирована структура материальных связей между ними. Указанной структуре поставим в соответствие ориентированный граф $G = (\dot{I}, U)$ с множеством вершин входов $\dot{I}^+$, выходов $\dot{I}^-$, нейтральных вершин $\dot{I}^0$, называемый далее графом эластичности, следуя при этом правилу: однопродуктовый объект планирования идентифицируем с вершиной графа (объект, выпускающий более одного вида продукции, может быть представлен подмножеством вершин); наличие связи в смысле эластичности (способности демпфировать возмущения) недовыпуска k -го вида продукции от недопоставок продукции (ресурса) i -го вида охарактеризуем дугой (i, k) . Будем считать платёжные функции объектов, операционально рассматриваемые в виде функций эластичности, известными и приписанными соответствующим вершинам. Входы графа можно интерпретировать как своего рода «генераторы» относительных возмущений со стороны внешних связей системы. Дуги определяют возможные направления их распределения. Вершины являются своеобразными компенсаторами возмущений. При этом любая из них в то же время сама может оказаться в качестве генератора последних. Относительным недовыпускам конечных продуктов системы отвечают выходы графа.

Целевые установки сложной системы в соответствии с некоторым планом (программой, проектом) естественно оценивать с помощью определенного набора показателей по выпуску её конечной продукции.

Введём в рассмотрение задачу математического программирования на графе G :

$$f^n(v_{jn} \cdot x_{jn}) \rightarrow \min_{j \in I_n^+} \quad (1)$$

$$\sum_{j \in I_n^-} x_{ij} = \delta_i, \quad i \in I^+ \quad (2)$$

$$f^i(v_{ji} \cdot x_{ji}) - \sum_{j \in I_i^-} x_{ij} = 0, \quad i \in I^0 \quad (3)$$

$$0 \leq x_{ij} \leq \beta_{ij}, \quad (i, j) \in U. \quad (4)$$

Здесь:

I_i^+ – множество вершин, откуда дуги входят в i ;

I_i^- – множество вершин, куда дуги выходят из i ;

x_{ij} – поток возмущений;

$f^i(\cdot)$ – функции эластичности объектов, $i \in \dot{I}^0 \cup \dot{I}^-$;

$v_{ij} = \gamma_{ij} / \beta_{ij}$, где β_{ij} – относительная плановая доля продукции – ресурса i -го объекта, направляемая для производства продукции j -го вида ($\sum_j \beta_{ij} = 1$), а γ_{ij} – относительная доля поставок i -го объекта в общем объёме соответствующего ресурса, потребляемого для планового выпуска j -ой продукции.

Легко видеть, что для её разрешимости достаточно наличия ориентированных путей из $i \in \dot{I}^+$ в n .

Задача (1) – (4) описывает целенаправленное поведение сложной экономической системы при заданном плане (программе, проекте) её развития в ответ на некоторый набор воз-

мущений с точки зрения необходимости наиболее полного выполнения планового задания по выпуску конечной продукции. В связи с этим вышеприведенную постановку будем называть адаптивной моделью плана (программы, проекта) данной системы.

Рассмотрим постановку (1) – (4) на примере графа эластичности, изображенного на рис.1. Вершинам 1, 2, 3 в плановой структуре материальных связей поставим в соответствие объекты, выпускающие однородную продукцию. Параметрами, характеризующими их, будем считать ресурсоёмкости μ_j продукции, производимой данными объектами. Проанализируем связь разнообразия в ресурсоёмкостях μ_j ($j = \overline{1,3}$) с возможностью рационального распределения возмущений в системе, а через посредство этого – с её эластичностью и потенциальной возможностью повышения надежности её планового развития или функционирования.

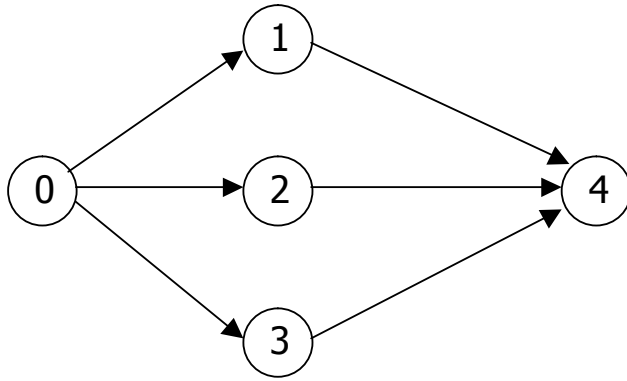


Рис.1. Пример графа

Так как эта связь интересует нас в чистом виде, предположим, что ни один из объектов планирования не обладает компенсирующей способностью и коэффициенты жёсткости равны единице в каждой

точке области определения их (объектов) функций эластичности. Последние являются в таком случае линейными и однородными с единичными коэффициентами при неизвестных.

Примем в качестве стратегии разгрузки возмущения $\delta_0 > 0$ распределение его по частям $0 \leq x_{0j} \leq \beta_{0j}$ ($\sum_j x_{0j} = \delta_0$) в порядке возрастания величин $q_{0j4} = (1/\beta_{0j}) \cdot \gamma_{j4}$, $j = \overline{1,3}$. Причём q_{0j4} – это коэффициенты жёсткости системы при распределении начального возмущения по соответствующим направлениям.

Выразим q_{0j4} через μ_j , $j = \overline{1,3}$.

Если S_0 – плановая поставка общего ресурса, то выпуск продукции на j -м объекте будет равен $\beta_{0j} \cdot S_0 / \mu_j$, а суммарный выпуск составит

$$\frac{S_0 \cdot (\mu_2 \cdot \mu_3 \cdot \beta_{01} + \mu_1 \cdot \mu_3 \cdot \beta_{02} + \mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \beta_{03})}{\mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \mu_3}$$

Тогда:

$$q_{014} = \frac{\mu_2 \cdot \mu_3}{\beta_{01} \cdot \mu_2 \cdot \mu_3 + \beta_{02} \cdot \mu_1 \cdot \mu_3 + \beta_{03} \cdot \mu_1 \cdot \mu_2}$$

$$q_{024} = \frac{\mu_1 \cdot \mu_3}{\beta_{01} \cdot \mu_2 \cdot \mu_3 + \beta_{02} \cdot \mu_1 \cdot \mu_3 + \beta_{03} \cdot \mu_1 \cdot \mu_2}$$

$$q_{034} = \frac{\mu_1 \cdot \mu_2}{\beta_{01} \cdot \mu_2 \cdot \mu_3 + \beta_{02} \cdot \mu_1 \cdot \mu_3 + \beta_{03} \cdot \mu_1 \cdot \mu_2}$$

Поскольку $\sum_j \beta_{0j} = 1$ и $\beta_{0j} > 0$ $\forall j$, то из этих формул следует:

– во-первых, в случае разных μ_j по крайней мере один из коэффициентов q_{0j4} строго меньше единицы, т.е. система в целом при данном плане (программе) развития обладает компенсирующей способностью (несмотря на отсутствие таковой у её элементов) в отношении δ_0 , распределяемого по направлению с выбранным $q_{0j4} < 1$;

– во-вторых, чем больше различие между μ_j при фиксированных β_{0j} , тем меньше жёсткость вышеуказанного эластичного пути;

– в-третьих, если без ограничения общности $q_{014} = \min_j q_{0j4}$, то $\mu_2 \cdot \mu_3 \leq \mu_1 \cdot \mu_3, \mu_2 \cdot \mu_3 \leq \mu_1 \cdot \mu_2 \Rightarrow \mu_1 \geq \mu_2 \text{ и } \mu_1 \geq \mu_3$.

Значит, оптимальная стратегия разгрузки с точки зрения ресурсоёмкостей состоит в распределении δ_0 в порядке убывания величин μ_j .

Функции эластичности рассматриваемой системы, соответствующие разным стратегиям разгрузки возмущений, – кусочно–линейны (см. графики на рис. 2, построенные в предположении, что $\mu_1 > \mu_2 > \mu_3$). Углы наклона линейных участков определяются коэффициентами жёсткости q_{0j4} . Наиболее важным является тот факт, что оптимальной стратегии разгрузки отвечает выпуклая вниз функция $\Phi_4^*(\delta_0)$, график которой – ломаная (1), (2), (3) – лежит ниже главной диагонали; следовательно, система с $\Phi_4^*(\delta_0)$ обладает компенсирующей способностью в отношении любого $0 < \delta_0 < 1$.

Будучи фрагментом в графе эластичности более высокого уровня, совокупность вершин на рис. 1 может быть заменена одной с функцией эластичности $\Phi_4^*(\delta_0)$.

Полученные результаты непосредственно обобщаются на случай произвольного количества параллельно соединенных объектов.

Рассмотрим теперь более общую ситуацию, когда имеется $m(i = \overline{1, m})$ источников возмущений по ресурсам – факторам и $n(j = \overline{1, n})$ параллельных и однородных в смысле выпускаемой продукции объектов. Согласно сделанному в начале статьи предположению естественно принять

$$f^j(x) = \max_i x_{ij}, \quad \forall j \quad (5)$$

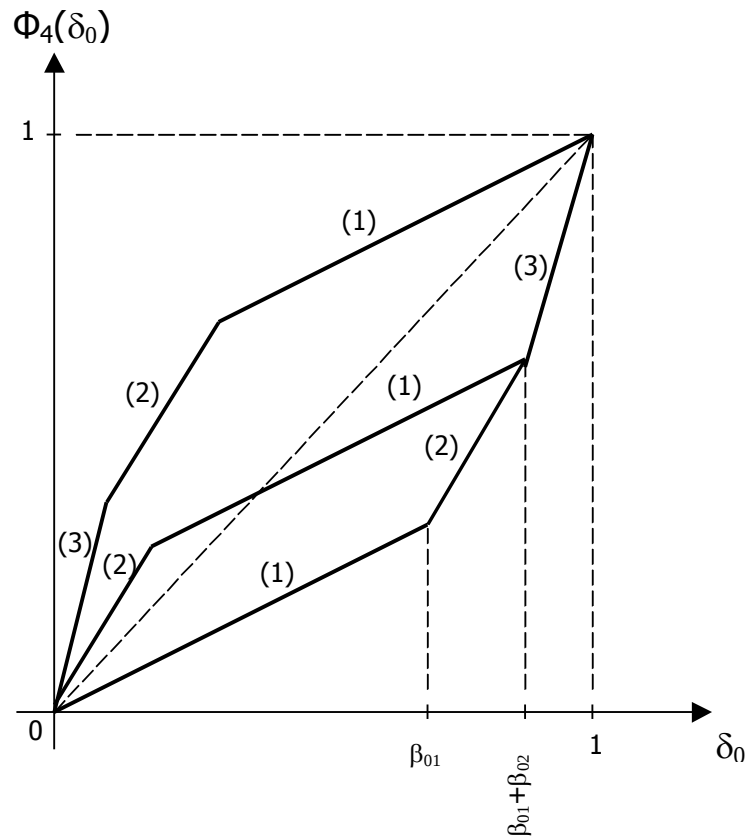


Рис.2. Функции эластичности системы, соответствующие разным стратегиям разгрузки возмущений

Если через $\gamma_{jn+1}^{(i)}$ обозначить относительную долю продукции j -го объекта исходя из поставки i -го ресурса, то

$$\gamma_{jn+1}^{(i)} = \frac{\beta_{ij} \cdot \prod_{l=1, l \neq j}^n \mu_l^{(i)}}{\sum_{j=1}^n \beta_{ij} \cdot \prod_{l=1, l \neq j}^n \mu_l^{(i)}}.$$

При сбалансированном исходном плане поставок должно выполняться равенство:

$$\gamma_{jn+1}^{(1)} = \gamma_{jn+1}^{(2)} = \dots = \gamma_{jn+1}^{(m)} = \gamma_j^{(m)} = \gamma_j, \text{ аёё } \forall j = \overline{1, n}.$$

Относительный недовыпуск продукции по j -му объекту запишется как

$$\theta_j = \max_i \left(\frac{1}{\beta_{ij}} \cdot x_{ij} \right), \beta_{ij} > 0, \text{ аёё } \forall i \in j.$$

Относительный недовыпуск всей системы есть функция:

$$\tilde{f}(x) = \sum_{j=1}^n \gamma_j \cdot \theta_j = \sum_{j=1}^n \max_i \left(\frac{\gamma_j}{\beta_{ij}} \cdot x_{ij} \right) = \sum_{j=1}^n \max_i (q_{ij} \cdot x_{ij}).$$

В целом задача (1) – (4) для рассматриваемого случая будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \tilde{f}(x) &= \sum_{j=1}^n \max_i q_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow \min \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} &= \delta_i, i = \overline{1, m} \\ x_{ij} &\leq \beta_{ij}, i = \overline{1, m} \text{ и } j = \overline{1, n}. \end{aligned}$$

Она является задачей выпуклого программирования и легко сводится к линейной:

$$\sum_{j=1}^n y_j \rightarrow \min \quad (6)$$

$$y_j - q_{ij} \cdot x_{ij} \geq 0, \quad \forall i, j \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = \delta_i, \quad \forall i \quad (8)$$

$$x_{ij} \leq \beta_{ij}, \quad \forall i \text{ и } j \quad (9)$$

Заметим, что линеаризация адаптивной модели с функциями (5) для произвольного графа эластичности также не представляет труда.

Предположим, диапазон изменения $\delta = \{\delta_i\}$ таков, что ограничения сверху на переменные x_{ij} заведомо выполняются. Установим связь между δ и относительным недовыпуском системы $\tilde{f}(x^*)$ при оптимальном распределении возмущений $x^* = \{x_{ij}^*\}$, $x^* = x^*(\delta)$.

Для этого сделаем замену переменных $x_{ij} = \delta_i \cdot \lambda_{ij}$ и соответственно перепишем исходную постановку в несколько ином виде:

$$\tilde{f}(\lambda) = \sum_{j=1}^n \max_i \tilde{q}_{ij} \cdot \lambda_{ij} \rightarrow \min \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_{ij} = 1, \quad \text{для } \forall i = \overline{1, m} \quad (11)$$

$$\lambda_{ij} \geq 0, \quad (12)$$

где коэффициенты $\tilde{q}_{ij} = q_{ij} \cdot \delta_i$ составляют матрицу $\tilde{Q}$. Имеет место утверждение.

Утверждение. $\max_i \min_j \tilde{q}_{ij} \leq \tilde{f}(\lambda^*) \leq \min_j \max_i \tilde{q}_{ij}$, $\lambda^* = \{\lambda_{ij}^*\}$, $i = \overline{1, m}$ и $j = \overline{1, n}$.

Доказательство. Правое неравенство верно, т.к. верхняя оценка является допустимым значением функционала (10).

Справедливость левого неравенства установим, показав, что $\tilde{f}(\lambda) \geq \max_i \min_j \tilde{q}_{ij}$ для всех допустимых λ . При любом распределении λ , удовлетворяющим ограничениям (11) и (12), имеют место неравенства:

$$\sum_{j=1}^n \tilde{q}_{ij} \cdot \lambda_{ij} \geq \min_j \tilde{q}_{ij}, \quad \text{для } \forall i = \overline{1, m}.$$

Выберем одно из них с номером i^* таким, что $\min_j \tilde{q}_{i^*j} = \max_i \min_j \tilde{q}_{ij}$. Тогда справедливость нижней оценки вытекает из следующей цепочки соотношений:

$$\sum_{j=1}^n \max_i \tilde{q}_{ij} \cdot \lambda_{ij} \geq \sum_{j=1}^n \tilde{q}_{i^*j} \cdot \lambda_{i^*j} \geq \min_j \tilde{q}_{i^*j} = \max_i \min_j \tilde{q}_{ij}.$$

Утверждение доказано. $\square$

Очевидное следствие 1: если матрица $\tilde{Q}$ имеет седловой элемент $\tilde{q}_{i^*j^*}$, то

$$\tilde{f}(\lambda^*) = \tilde{q}_{i^*j^*}.$$

Следствие 2. Если для матрицы $\tilde{Q}$ $\max_i \min_j \tilde{q}_{ij} < \min_j \max_i \tilde{q}_{ij}$ и среди её элементов, на которых достигается верхняя оценка, найдется такой с индексами i^* и j^* , что $\tilde{q}_{i^*j^*} > \tilde{q}_{ij^*}$ для $\forall i$, то $\tilde{f}(\lambda^*) < \min_j \max_i \tilde{q}_{ij}$.

Действительно, в этом случае решение $\lambda_{ij^*} = 1, \forall i$ и $\lambda_{ij} = 0, \forall i, j \neq j^*$ может быть улучшено. Пусть $\tilde{q}_{i^*j^*} = \max_{i \neq i^*} \tilde{q}_{ij^*}$ и $\tilde{q}_{i^*j^*} > \tilde{q}_{ij^*}$ для некоторого $j = j^*$; положим $\lambda_{i^*j^*} = \tilde{q}_{i^*j^*} / \tilde{q}_{i^*j^*}$ и $\lambda_{i^*j^*} = (1 - \tilde{q}_{i^*j^*} / \tilde{q}_{i^*j^*})$, тогда:

$$\tilde{f}(\lambda^*) \leq \tilde{f}(\lambda') = \frac{\tilde{q}_{i^*j^*}}{\tilde{q}_{i^*j^*}} \cdot \tilde{q}_{i^*j^*} + (1 - \tilde{q}_{i^*j^*} / \tilde{q}_{i^*j^*}) \cdot \tilde{q}_{i^*j^*} < \tilde{q}_{i^*j^*} = \min_j \max_i \tilde{q}_{ij}. \quad \square$$

Резюмируя результаты, полученные в отношении ситуации со многими источниками возмущений, отметим, что она не столь однозначна, как первоначальная. Степень компенсации набора возмущений δ зависит здесь не только от различия ресурсоёмкостей продукции разных объектов по ресурсам–факторам, но и от соотношения отдельных компонент δ .

Рассмотрим теперь случай, когда при планировании имеется возможность формировать структуру вектора входных возмущений, например, путём рационального распределения финансовых средств на приобретение ресурсов–факторов.

Тогда постановка (6) – (9), может быть дополнена:

$$\sum_{i=1}^m \{(1 - \delta_i) \cdot S_i^0\} \leq S. \quad (13)$$

Здесь:

S_i^0 – плановый объём средств, необходимых для приобретения i -го ресурса–фактора;

S – фактические средства, имеющиеся в распоряжении на приобретение всей совокупности ресурсов–факторов (в общем случае величина случайная).

После преобразования выражение (13) можно записать в виде:

$$\sum_{i=1}^m S_i^0 - S \leq \sum_{i=1}^m (S_i^0 \cdot \delta_i). \quad (14)$$

Таким образом, оптимальное распределение фактических средств из условия минимизации недовыпуска конечной продукции позволяет компенсировать входные возмущения и уменьшить жёсткость системы в целом.

Все выше рассмотренные постановки могут быть использованы для адаптивного управления реализацией планов от уровня больших отраслевых систем до уровня предприятий.

Общий вывод состоит в том, что параметрическое разнообразие элементов системы при отсутствии у них компенсирующих способностей к гашению возмущений является необходимым условием наличия компенсирующей способности самой системы. При этом указанное разнообразие отнюдь не обязательно должно проявляться в существовании одного или нескольких «замыкающих» по всем параметрам объектов. Разнообразие параметров объектов планирования, составляющих систему, выступает важнейшей предпосылкой маневрирования распределением возмущений по её внутренним связям и, следовательно, предпосылкой формирования устойчивого плана, программы или проекта её развития / функционирования.

Литература:

1. Майр Э. Зоологический вид и эволюция. – М.: Мир, 1968. – 326 с.
2. Формирование механизмов устойчивого развития экономики промышленных предприятий: монография / В.А. Титова, Г.А. Барышева, А.И. Карпович и др. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2010. – 226 с.

Статья поступила в редакцию 12.05.2015;

Карпович Алексей Иванович

д.э.н., профессор кафедры экономической теории и прикладной экономики НГТУ
(630092, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20), тел. (383) 346-05-33,
e-mail: karpovich@fb.nstu.ru

Diversity in complicated system as a factor for securing its stability

Karpovich A.I.

In this article, the influence of parametric diversity as a way of forming adaptive properties of a complicated industry system on the possibility of improving stability of its functioning/development is analyzed. Take place analysis of mathematical models for estimation of influence diversity.

Keywords: stability, adaptation, suppleness.