

# Исследование помехоустойчивости дискретных фильтров с латеральными связями

В. П. Бакалов, Е. А. Субботин

В статье исследуется помехоустойчивость дискретных фильтров (ДФ) с латеральными обратными связями (ЛОС). Исследована зависимость выигрыша помехоустойчивости для четырёх типов ДФ с ЛОС от передаточных функций рекурсивного ДФ, петлевого усиления ЛОС и отношения сигнал/помеха на входе дискретного фильтра.

*Ключевые слова:* дискретные фильтры, латеральные обратные связи, выигрыш по помехоустойчивости.

## 1. Введение

Проблема повышения помехоустойчивости систем обработки дискретных сигналов является одной из центральных в теории связи [1, 2]. Одним из эффективных методов повышения помехоустойчивости является использование латеральных обратных связей (ЛОС) [3, 4].

В работах [4, 5] показано, что использование ЛОС позволяет существенно повысить помехоустойчивость дискретных и цифровых фильтров, в частности получены уравнения передаточных функций дискретных фильтров (ДФ) с ЛОС, найдены уравнения, характеризующие выигрыш по помехоустойчивости в зависимости от отношения сигнал/помеха в соседних каналах.

Данная статья развивает полученные в [4] результаты, в частности исследуется помехоустойчивость типовых схем ДФ с ЛОС в зависимости от передаточных функций прямых каналов и каналов ЛОС, проводится сравнительный анализ исследуемых схем, определяется оптимальная структура систем дискретной обработки сигналов в ДФ с ЛОС различного типа.

## 2. Основные типы дискретных фильтров с латеральными связями

На рис. 1 изображены схемы основных типов базовых модулей одноуровневых ДФ с ЛОС, реализованных по рекурсивной схеме [4].

Предположим, что на вход 1 и 2 каналов ДФ поступает аддитивная смесь полезного сигнала и помехи от соседнего канала:

$$\left. \begin{aligned} x_1(n) &= x'_1(n) + x''_1(n), \\ x_2(n) &= x''_2(n) + x'_2(n), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $x'_1(n)$  – полезный сигнал на входе 1-го канала;  $x''_1(n)$  – помеха на входе 1-го канала от 2-го канала;  $x''_2(n)$  – полезный сигнал на входе 2-го канала;  $x'_2(n)$  – помеха на входе 2-го канала от 1-го канала.

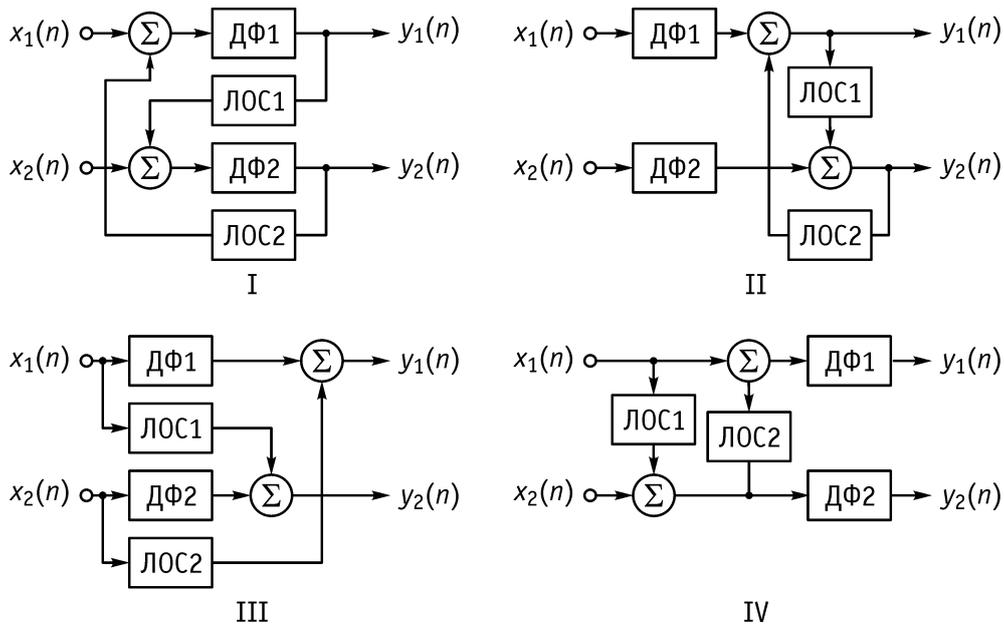


Рис. 1. Основные виды одноуровневых дискретных фильтров с ЛОС

Определим выигрыш помехоустойчивости ДФ как отношение сигнал/помеха (по мощности) на выходе фильтра  $h_{\text{ВЫХ}}$  к отношению сигнал/помеха на входе фильтра  $h_{\text{ВХ}}$ .

Для первого канала выигрыш помехоустойчивости для ДФ I-го типа определится уравнением:

$$B_1 = \frac{h_{\text{ВЫХ}}}{h_{\text{ВХ}}} = \frac{\eta H_1(z) + H_1(z) H_2(z) H_{\text{ЛОС2}}(z)}{\eta [H_1(z) + H_1(z) H_2(z) H_{\text{ЛОС2}}(z) \eta]}, \quad (2)$$

для ДФ II-го типа уравнением:

$$B_2 = \frac{\eta H_1(z) + H_2(z) H_{\text{ЛОС2}}(z)}{\eta [H_1(z) + H_2(z) H_{\text{ЛОС2}}(z) \eta]}, \quad (3)$$

для ДФ III-го типа уравнением:

$$B_3 = \frac{\eta H_1(z) + H_{\text{ЛОС2}}(z)}{\eta [H_1(z) + H_{\text{ЛОС2}}(z) \eta]}, \quad (4)$$

для ДФ IV-го типа уравнением:

$$B_4 = \frac{\eta + H_{\text{ЛОС2}}(z)}{\eta [1 + H_{\text{ЛОС2}}(z) \eta]}, \quad (5)$$

где  $H_1(z)$ ,  $H_2(z)$ ,  $H_{\text{ЛОС2}}(z)$  – передаточные функции каналов прямого усиления ДФ1, ДФ2 и канала ЛОС2.

При реализации по рекурсивной схеме  $H_1(z)$ ,  $H_2(z)$ ,  $H_{\text{ЛОС2}}(z)$  определяются уравнениями [6]:

$$H_1(z) = \frac{\sum_{k=0}^N a_k^{(1)} z^{-k}}{1 - \sum_{l=1}^L b_l^{(1)} z^{-k}} \quad \text{– передаточная функция рекурсивного ДФ1;}$$

$$H_2(z) = \frac{\sum_{k=0}^N a_k^{(2)} z^{-k}}{1 - \sum_{l=1}^L b_l^{(2)} z^{-k}} - \text{передаточная функция рекурсивного ДФ2};$$

$$H_{\text{ЛОС2}}(z) = \frac{\sum_{k=0}^M c_k^{(2)} z^{-k}}{1 - \sum_{l=1}^S d_l^{(2)} z^{-k}} - \text{передаточная функция рекурсивного фильтра ЛОС2};$$

где  $a_k^{(1)}$ ,  $a_k^{(2)}$  – коэффициенты, характеризующие веса нерекурсивной части ДФ1 и ДФ2;

$c_k^{(2)}$  – коэффициенты, характеризующие нерекурсивную часть передаточных функций ЛОС2;

$b_l^{(1)}$ ,  $b_l^{(2)}$ ,  $d_l^{(2)}$  – коэффициенты, характеризующие веса рекурсивной части ДФ1, ДФ2 ЛОС2 соответственно;

$$\eta = \frac{X_2(z)}{X_1(z)} - \text{отношение изображений входных сигналов } x_2(n) \text{ и } x_1(n).$$

Аналогичным образом определяется выигрыш помехоустойчивости на выходе второго канала для всех типов ДФ с ЛОС путем дуальной замены  $H_1(z)$ ,  $H_2(z)$ ,  $H_{\text{ЛОС2}}(z)$  на  $H_2(z)$ ,  $H_1(z)$ ,  $H_{\text{ЛОС1}}(z)$  соответственно.

### 3. Исследование выигрыша помехоустойчивости ДФ с ЛОС

Как следует из уравнений (2) – (5), выигрыш помехоустойчивости для ДФ с ЛОС будет зависеть как от отношения сигнал/помеха на входе фильтра, так и от передаточных функций каналов прямого усиления ДФ  $H_1(z)$ ,  $H_2(z)$  и передаточной функции канала ЛОС  $H_{\text{ЛОС2}}(z)$ . Исследуем более подробно эти зависимости для различных схем ДФ с ЛОС (рис. 1).

*Рассмотрим вначале ДФ I-го типа.*

Если принять, что мешающее воздействие соседних каналов одинаково, а петлевое усиление  $H_{\text{п2}}(z) = H_2(z)H_{\text{ЛОС2}}(z)$  вещественно и отрицательно, то из (2) следует, что модуль выигрыша помехоустойчивости будет определяться формулой

$$|B_1(\eta)| = \frac{\eta - |H_{\text{п2}}(z)|}{\eta(1 - |H_{\text{п2}}(z)|\eta)}, \quad (6)$$

где  $H_{\text{п2}}(z) = H_2(z)H_{\text{ЛОС2}}(z)$  – передаточная функция петлевого усиления ЛОС2.

Причём петлевое усиление изменяется в пределах

$$0 \leq H_{\text{п2}}(z) < 1/\eta. \quad (7)$$

Как следует из уравнения (6), выигрыш помехоустойчивости для схемы I зависит только от петлевого усиления  $H_{\text{п2}}(z)$  и отношения сигнал/помеха  $\eta$ .

На рис. 2 представлена зависимость выигрыша помехоустойчивости на выходе первого канала от петлевого усиления для различных значений отношения сигнал/помеха. Как следует из рис. 2, с ростом петлевого усиления выигрыш увеличивается, причём чем больше отношение сигнал/помеха, тем при меньшем петлевом усилении достигается заданный выигрыш. Максимальное петлевое усиление ограничено согласно (7) величиной, обратной  $\eta$ .

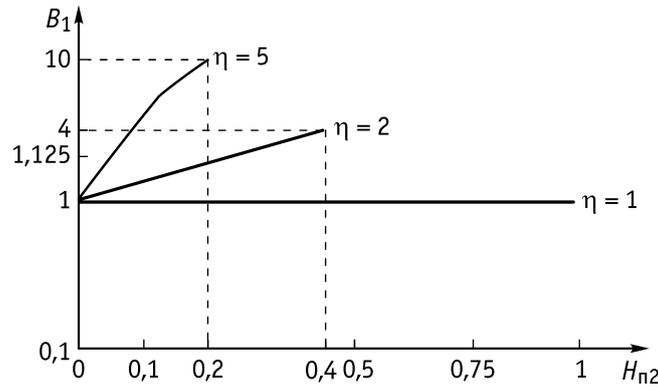


Рис. 2. Зависимость выигрыша помехоустойчивости  $B_1$  от петлевого усиления  $H_{п2}(z)$

Рассмотрим теперь ДФ второго типа (рис. 1).

При тех же условиях, что и для ДФ первого типа, при  $H_1(z) = H_2(z) = H(z)$  выигрыш (3) принимает значение

$$B_2 = \frac{\eta H(z) - |H_{п2}(z)|}{\eta (H(z) - |H_{п2}(z)|\eta)}, \quad (8)$$

то есть будет зависеть не только от петлевого усиления  $H_{п2}(z)$ , но и от передаточных функций ДФ1 и ДФ2.

Как следует из формулы (8), зависимость выигрыша  $B_2$  от петлевого усиления  $H_{п2}$  качественно остаётся такой же и для I-схемы: растёт с увеличением  $H_{п2}$  и ростом отношения сигнал/помеха  $\eta$ . Однако с увеличением передаточных функций прямого усиления  $H_1(z)$  и  $H_2(z)$  выигрыш уменьшается (рис. 3).

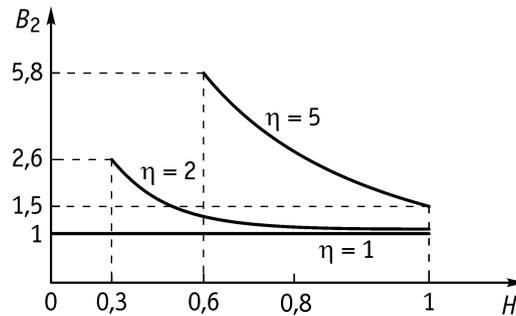


Рис. 3. Выигрыш помехоустойчивости  $B_2$  от прямого усиления ДФ  $H(z)$

Уменьшение выигрыша  $B_2$  с увеличением  $H(z)$  объясняется тем, что с увеличением  $H_1(z) = H_2(z) = H(z)$  для сохранения постоянства петлевого усиления  $|H_{п2}| = |H_2 H_{ЛОС2}| = |H H_{ЛОС2}| = \text{const}$   $H_{ЛОС2}(z)$  должно уменьшаться. А как следует из формулы (3), выигрыш  $B_2$  будет при этом падать, как и для схемы I. При этом заданный выигрыш будет достигаться при меньших отношениях сигнал/помеха  $\eta$ , т.е. с уменьшением  $H_{ЛОС2}(z)$  выигрыш  $B_2$  сдвигается в сторону больших значений  $\eta$ , что соответствует результатам, полученным в работе [4]. Однако следует учитывать, что при этом диапазон изменения  $H(z)$  уменьшается согласно неравенству (7):

$$H_{п2}(z)\eta < H(z) \leq 1, \quad (9)$$

т.е. происходит своеобразный обмен петлевого усиления  $H_{п2}$  на отношение сигнал/помеха  $\eta$ . При этом необходимо учитывать, что  $H_{п2}$  ограничен диапазоном

$$0 \leq |H_{п2}(z)| < H(z)/\eta. \quad (10)$$

Рассмотрим теперь схему третьего типа (рис. 1).

По аналогии с предыдущими схемами для выигрыша  $B_3$  согласно (4) при  $H_1(z) = H_2(z) = H(z)$  и  $H_{п2}(z)$  – вещественным и отрицательным – можно записать

$$B_3 = \frac{\eta H^2(z) - |H_{п2}(z)|}{\eta(H^2(z) - |H_{п2}(z)|\eta)}, \quad (11)$$

На рис. 4 представлены графики зависимости  $B_3(H)$ .

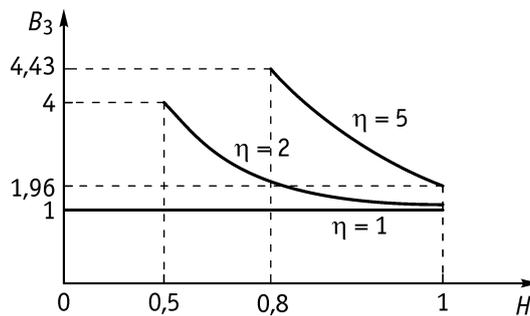


Рис. 4. Выигрыш помехоустойчивости  $B_3$  от прямого усиления ДФ  $H(z)$

Из графиков следует, что тенденция уменьшения выигрыша с увеличением  $H$  сохраняется, но  $B_3(H)$  при одном и том же отношении сигнал/помеха даёт выигрыш меньше, чем  $B_2(H)$ .

Рассмотрим теперь схему IV (рис. 1).

По аналогии с предыдущим и с учетом (5) для этой схемы получим

$$B_4 = \frac{\eta H(z) - |H_{п2}(z)|}{\eta(H(z) - |H_{п2}(z)|\eta)}, \quad (12)$$

где

$$H_{п2}(z)\eta \leq H(z) \leq 1. \quad (13)$$

На рис. 5 изображены графики зависимости  $B_4(H)$  для различных соотношений сигнал/помеха:  $\eta = 1$ ;  $\eta = 2$ ;  $\eta = 5$ .

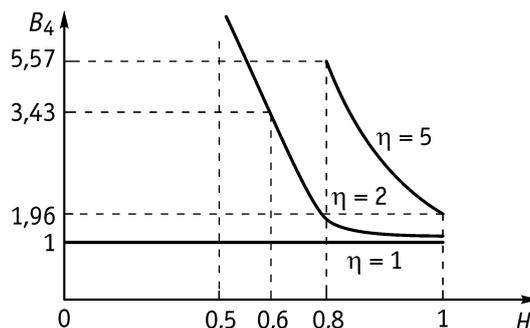


Рис. 5. Зависимость выигрыша помехоустойчивости  $B_4$  от прямого усиления ДФ  $H(z)$

Как следует из формулы (12) и рис. 5, зависимость  $B(H)$  остается той же, что и для схем II и III типов, причём  $B_4(H)$  при одном и том же  $\eta$  даёт выигрыш помехоустойчивости больше, чем в предыдущих трёх схемах.

Сравнительный анализ формул (6), (8), (11), (12) показывает, что при отношении сигнал/помеха  $\eta = 1$ , выигрыш помехоустойчивости для всех схем равен единице:  $B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = 1$ , то есть ни одна из схем не даёт выигрыша помехоустойчивости независимо от параметров каналов прямого усиления  $H_1(z)$ ,  $H_2(z)$  и канала  $H_{\text{ЛОС2}}(z)$ .

При  $\eta > 1$  и  $H_1(z) = H_2(z) = H(z)$   $B_2 = B_4$ , то есть схемы II и IV эквивалентны с точки зрения помехоустойчивости, а наилучшей является схема III, дающая максимальный выигрыш помехоустойчивости при прочих равных параметрах; следующие по выигрышу идут схемы II и IV, и наихудшей является схема I.

Характерно, что с увеличением  $H(z)$  выигрыш помехоустойчивости для всех четырёх схем стремится к одному и тому же пределу и при  $H = 1$  все 4 схемы дают одинаковый выигрыш помехоустойчивости.

При  $\eta > 1$  и  $H_1(z) = H_2(z) = H(z)$  выигрыш помехоустойчивости будет определяться формулами (6), (8), (11), (12).

На рис. 6 приведены зависимости выигрыша помехоустойчивости  $B(\eta)$  для рассмотренных схем при  $H(z) = 1$  в зависимости от петлевого усиления и отношения сигнал/помеха  $\eta$ .

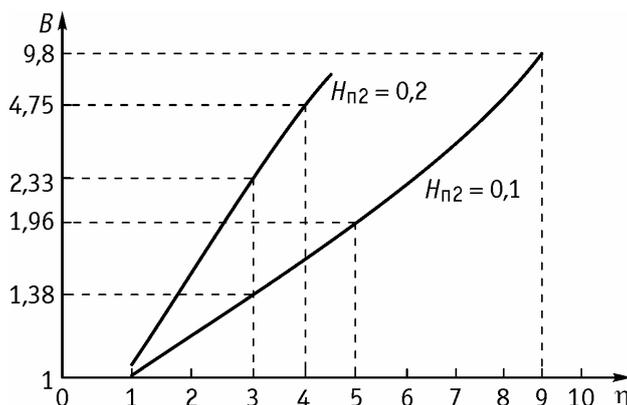


Рис. 6. Зависимость выигрыша помехоустойчивости  $B$  от отношения сигнал/помеха  $\eta$

Анализ этих данных показывает, что с ростом отношения сигнал/помеха и с увеличением петлевого усиления ЛОС  $H_{\text{ЛОС2}}(z)$  выигрыш во всех схемах растёт, причём с точки зрения выигрыша по помехоустойчивости в пределах допустимого петлевого усиления лучший результат даёт схема III, затем схема II и IV, а наименьший выигрыш даёт схема I.

## Заключение

Исследованы зависимости выигрыша помехоустойчивости от передаточных функций прямого канала усиления и петлевого усиления ЛОС для 4-х типов схем одноуровневых ДФ с ЛОС.

Показано, что для схем II, III, IV выигрыш помехоустойчивости  $B$  будет зависеть не только от петлевого усиления и отношения сигнал/помеха, но и от передаточных функций ДФ1 и ДФ2. Причём с увеличением передаточной функции каналов прямого усиления выигрыш  $B$  у

этих схем падает, что объясняется необходимостью уменьшения передаточной функции каналов ЛОС при заданном петлевом усилении.

Что касается зависимости выигрыша помехоустойчивости ДФ с ЛОС от петлевого усиления, то, как показано в статье, он растёт с увеличением петлевого усиления. Причём наилучшей с точки зрения помехоустойчивости является схема III, которая обеспечивает лучший выигрыш по помехоустойчивости, а наихудшей – схема I, которая, однако, имеет наилучшую устойчивость с точки зрения петлевого усиления.

## Литература

1. Зюко А.Г., Кловский Д.Д., Назаров М.В., Финк Л.М. Теория передачи сигналов. – М.: Радио и связь, 1980 – 288 с.
2. Шувалов В.П., Захарченко Н.В., Шварцман В.О. и др. / Под ред. В.П. Шувалова. Передача дискретных сообщений – М.: Радио и связь. – 1990 – 464 с.
3. Бакалов В.П., Субботин Е.А. Исследование влияния шумов латеральных связей на помехоустойчивость систем обработки дискретных сигналов // Вестник СибГУТИ – 2014, № 2, с. 42-49.
4. Бакалов В.П., Черных Ю.С. Исследование принципа латеральных связей для обработки дискретных сигналов. // Вестник СибГУТИ – 2012, № 1, с. 43-50.
5. Бакалов В.П., Субботин Е.А. Оптимизация многомерных информационно-измерительных систем. Новосибирск: Наука, 2009. – 456 с.
6. Бакалов В.П., Дмитриков В.Р., Крук Б.И. Основы теории цепей / Под ред. проф. Бакалова В.П. – М.: Горячая линия – Телеком – 2013, 596 с.

*Статья поступила в редакцию 12.05.2015*

### **Бакалов Валерий Пантелеевич**

д.т.н., профессор, зав. кафедрой ТЭЦ ФГОБУ ВПО «СибГУТИ», тел. 286-80-25,  
e-mail: bvp@sibsutis.ru.

### **Субботин Евгений Андреевич**

к.т.н., доцент, директор УРТИСИ ФГОБУ ВПО «СибГУТИ», тел. (343)-242-14-83.

## **Research of noise immunity of discrete filters with lateral couplings**

**V.P. Bakalov, E.A. Subbotin**

In this article, noise immunity of discrete filters (DF) with lateral feedbacks (LFBs) is investigated. The dependence of noise immunity gain for four types of DF with LFBs from transfer functions of recursive DF, LFBs loop gain and signal-noise ratio at the input of the digital filter are explored.

*Keywords:* digital filters, lateral feedbacks (LFBs), noise immunity gain.