

УДК 621.396.969.1

Алгоритм нахождения трёхмерных координат целей в многопозиционной радиолокации без пеленгации

А.В. Бычков, И.И. Пелипенко

Рассматривается задача получения трёхмерных координат для многопозиционной радиолокационной системы. Получен алгоритм, пригодный для реализации на ЭВМ.

Ключевые слова: многопозиционные радиолокационные системы, алгоритм нахождения координат.

1. Введение

В настоящее время в нашей стране и за рубежом проводится ряд разработок многопозиционных радиолокационных систем. В многопозиционных радиолокационных станциях и системах (МПРЛС) информация извлекается из нескольких пространственно разнесённых участков поля рассеяния цели. Совместная обработка принятого сигнала позволяет значительно повысить помехозащищённость и информативность радиолокационных средств.

Одним из преимуществ совместной обработки является получение трёхмерных координат цели за одно зондирование, зная только углы положения антенн и расстояния передатчик-цель-приёмники. Это позволяет отказаться от пеленгации, повысить частоту работы системы и повысить разрешающую способность по дальности.

В данной статье рассматривается алгоритм, позволяющий по полученным на каждой позиции расстояниям передатчик-цель-приёмник получить координаты цели. Алгоритм осуществляет совместную обработку сигнала, отражённого от цели.

2. Постановка задачи

Передающая позиция в заданный момент времени излучает зондирующий импульс, а приёмные позиции в это время включают приёмники и измеряют время прихода эхосигнала, отражённого от цели. Полученные времена представляют собой массив значений расстояний передатчик-цель-приёмник. По этим данным необходимо определить трёхмерные координаты цели.

Входные данные:

- координаты передающей позиции;
- координаты всех приёмных позиций;
- массив значений расстояний передатчик–цель–приёмник по каждой приёмной позиции;
- область зондирования в пространстве.

Приёмных позиций должно быть не менее трёх.

Пусть точка E – передающая позиция, точка R_i – i -я приёмная позиция, T – условная точка наведения антенн, и d_{ij} – значения измеренных расстояний (EA_jR_i) , где A_j – неизвестные координаты j -й цели. Все координаты даны в локальной декартовой системе координат XYZ (рис. 1).

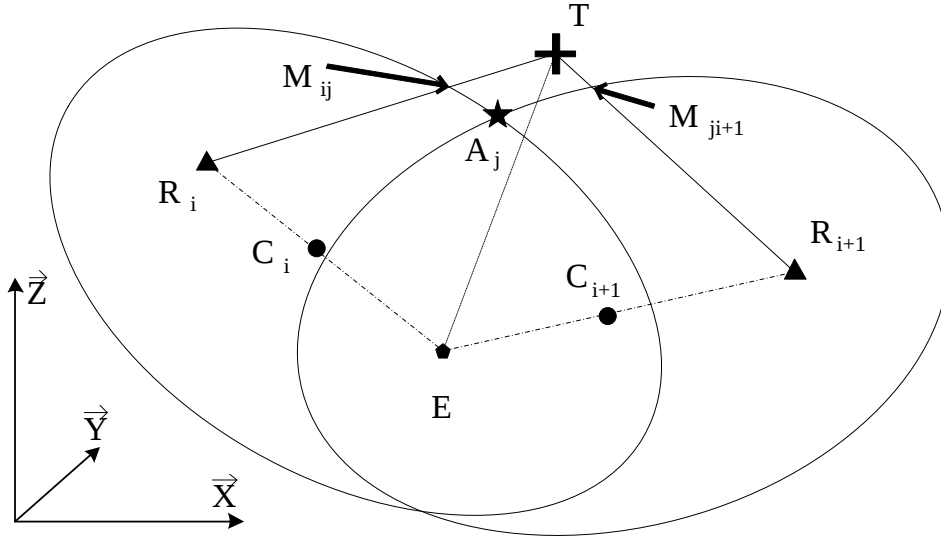


Рис. 1. МПРЛС с одной передающей и двумя приёмными позициями

3. Алгоритм

1. Каждая бистатистическая пара (передатчик, i -й приёмник) по каждому измеренному расстоянию до каждой цели d_{ij} образует поверхность положения в виде эллипсоида вращения с фокусами в точках E и R_i , на поверхности которого расположена цель. Определим параметры этого эллипсоида. Очевидно, его центром будет являться точка $C_i = E + u_i$, где $u_i = (R_i - E)/2$. Найдём остальные параметры:

$$a_{ij} = d_{ij}/2; \quad b_{ij} = \sqrt{a_{ij}^2 - u_i^2},$$

где a_{ij} и b_{ij} – большая и малая полуоси эллипсоида положения.

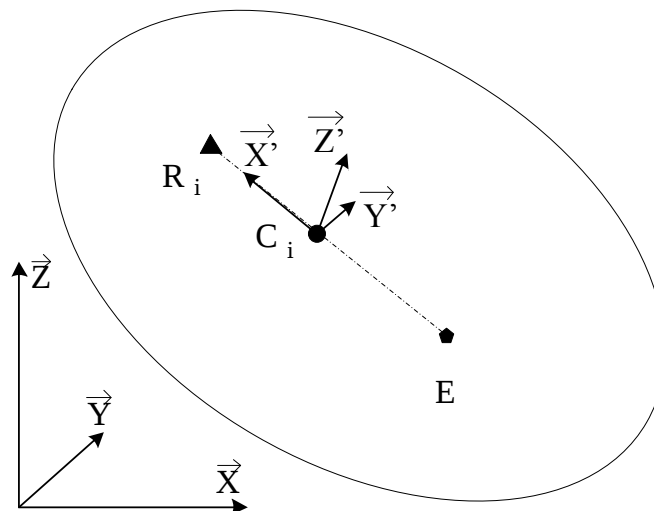


Рис. 2. Новый базис

2. Построим новый базис с центром в точке C_i , осью $\vec{X}' = \overrightarrow{C_iR_i}$, осью $\vec{Y}'$, лежащей в плоскости $X'Y'$, направленной перпендикулярно проекции оси $\vec{X}'$ на плоскость $X'Y'$, и ось $\vec{Z}'$ допол-

няет базис до правой тройки векторов $\vec{Z}' = \vec{X}' \times \vec{Y}'$. Матрица поворота для нового базиса имеет вид:

$$V = [\vec{X}' \quad \vec{Y}' \quad \vec{Z}'].$$

3. Для i -й приёмной позиции находим в новом базисе точку M_{ij} пересечения рассчитанного эллипсоида с направляющим вектором приёмной антенны. Для этого запишем уравнение эллипса в новом базисе

$$\frac{x^2}{a_{ij}^2} + \frac{y^2}{b_{ij}^2} + \frac{z^2}{b_{ij}^2} = 1.$$

Найдём направляющий вектор приёмной позиции

$$\vec{r}_i = \text{norm}(\vec{R}_i \vec{T}).$$

Переносим этот вектор в новую систему координат $X'Y'Z'$

$$\vec{r}_i' = V^{-1} * \vec{r}_i.$$

Тогда уравнение прямой оси диаграммы направленности приёмной антенны в общем виде

$$\frac{x - M_{ix}}{r_{ix}} = \frac{y - M_{iy}}{r_{iy}} = \frac{z - M_{iz}}{r_{iz}}$$

примет вид

$$\frac{x - u_i}{r_{ix}} = \frac{y}{r_{iy}} = \frac{z}{r_{iz}}.$$

Получим из этого уравнения зависимости для z и y :

$$\begin{cases} y = \frac{(x - u_i) * r_{iy}}{r_{ix}}, \\ z = \frac{(x - u_i) * r_{iz}}{r_{ix}}. \end{cases}$$

Подставим получившиеся выражения в уравнение эллипсоида

$$\frac{x^2}{a_{ij}^2} + \frac{(x - u_i)^2 * r_{iy}^2}{b_{ij}^2 * r_{ix}^2} + \frac{(x - u_i)^2 * r_{iz}^2}{b_{ij}^2 * r_{ix}^2} = 1.$$

Получаем квадратное уравнение вида:

$$k_{aij} * x^2 + k_{bij} * x + k_{cij} = 0, \quad (*)$$

где

$$\begin{aligned} k_{aij} &= \frac{1}{a_{ij}^2} + \frac{r_{iy}^2}{b_{ij}^2 * r_{ix}^2} + \frac{r_{iz}^2}{b_{ij}^2 * r_{ix}^2} = \frac{1}{a_{ij}^2} + \frac{(r_{iy}^2 + r_{iz}^2)}{(b_{ij} * r_{ix})^2}, \\ k_{bij} &= -\frac{2 * u_i * r_{iy}^2}{b_{ij}^2 * r_{ix}^2} - \frac{2 * u_i * r_{iz}^2}{b_{ij}^2 * r_{ix}^2} = \frac{-2 * u_i * (r_{iy}^2 + r_{iz}^2)}{(b_{ij} * r_{ix})^2}, \\ k_{cij} &= \frac{u_i^2 * r_{iy}^2}{b_{ij}^2 * r_{ix}^2} + \frac{u_i^2 * r_{iz}^2}{b_{ij}^2 * r_{ix}^2} - 1 = \frac{u_i^2 * (r_{iy}^2 + r_{iz}^2)}{(b_{ij} * r_{ix})^2} - 1. \end{aligned}$$

Сделаем замену

$$K_{rij} = \frac{(r_{iy}^2 + r_{iz}^2)}{(b_{ij} * r_{ix})^2}.$$

Тогда формулы примут вид:

$$\begin{aligned} k_{aij} &= \frac{1}{a_{ij}^2} + K_{rij}, \\ k_{bij} &= -2 * u_i * K_{rij}, \\ k_{cij} &= u_i^2 * K_{rij} - 1. \end{aligned}$$

Решаем квадратное уравнение (*), дискриминант

$$D_{ij} = k_{bij}^2 - 4 * k_{aij} * k_{cij}.$$

Корни:

$$x_{1ij} = \frac{-k_{bij} - \sqrt{D_{ij}}}{2 * k_{aij}}, \quad x_{2ij} = \frac{-k_{bij} + \sqrt{D_{ij}}}{2 * k_{aij}}.$$

Тогда получим два варианта точки M_{ij} , так как эллипсоид пересекается прямой с двух сторон:

$$M_{1ij} = \left(x_{1ij} \quad \frac{(x_{1ij} - u_i) * r_{iy}}{r_{ix}} \quad \frac{(x_{1ij} - u_i) * r_{iz}}{r_{ix}} \right),$$

$$M_{2ij} = \left(x_{2ij} \quad \frac{(x_{2ij} - u_i) * r_{iy}}{r_{ix}} \quad \frac{(x_{2ij} - u_i) * r_{iz}}{r_{ix}} \right).$$

4. Выбираем такую точку, которая пересекает эллипс с нужной нам стороны, то есть в направлении антенны приёмной позиции. Через эту точку строим плоскость, касательную к данному эллипсоиду. Задаём плоскость точкой и нормалью, точкой будет M_{ij} , а нормаль к плоскости в этой точке вычисляется

$$\vec{n}_i = \frac{(\vec{r}_i + \vec{e})}{2},$$

где $\vec{e} = \text{norm}(\overrightarrow{ET})$.

5. Повторяем пункты 1 – 4 для всех приёмных позиций. В результате получаем набор плоскостей $\Pi_{ij} = \Pi_k$, касательных к эллипсоидам положения в окрестности точки T .

6. Для каждой пары плоскостей Π_1 и Π_2 , образованной разными приёмными позициями ($i_1 \neq i_2$), находим прямую пересечения. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} n_{1x} * (x - M_{1x}) + n_{1y} * (y - M_{1y}) + n_{1z} * (z - M_{1z}) = 0, \\ n_{2x} * (x - M_{2x}) + n_{2y} * (y - M_{2y}) + n_{2z} * (z - M_{2z}) = 0, \\ \begin{cases} x * n_{1x} + y * n_{1y} + z * n_{1z} = n_{1x} * M_{1x} + n_{1y} * M_{1y} + n_{1z} * M_{1z}, \\ x * n_{2x} + y * n_{2y} + z * n_{2z} = n_{2x} * M_{2x} + n_{2y} * M_{2y} + n_{2z} * M_{2z}. \end{cases} \end{cases}$$

Будем искать уравнение прямой в параметрическом виде, для этого сначала найдём точку, принадлежащую прямой. В принципе это может быть любая точка, но удобнее считать как точку пересечения с какой-либо координатной плоскостью. Допустим, это будет точка пересечения прямой с плоскостью XU . Тогда, подставляя $z = 0$, получим:

$$\begin{cases} x * n_{1x} + y * n_{1y} = b_1, \\ x * n_{2x} + y * n_{2y} = b_2, \end{cases}$$

где $b_1 = (\vec{n}_1, \vec{M}_1)$, $b_2 = (\vec{n}_2, \vec{M}_2)$.

Решаем систему в матричном виде: $A * X = B$,
 $X = A^{-1} * B$.

В результате находим точку на прямой L_{12} . Теперь найдём направляющий вектор прямой

$$\vec{l}_{12} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2.$$

Получим уравнение прямой в параметрическом виде

$$L = \vec{l}_{12} * t + L_{12}.$$

После пересечения всех плоскостей получим набор прямых

$$L_i = \vec{l}_{k_1 k_2} * t + L_{k_1 k_2}.$$

7. Для каждой пары полученных прямых находим ближайшие точки (точки на взаимном перпендикуляре) ко всем другим прямым. Для этого делаем следующие операции для каждой пары прямых:

7.1. Строим плоскость через эту прямую, параллельную другой прямой.

7.2. Проецируем другую прямую на эту плоскость и находим точку пересечения этой прямой с проекцией другой прямой.

7.3. Повторяем операции 7.1 и 7.2 для другой прямой.

7.4. В матричном виде это выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} L_1 = \vec{l}_1 * t_1 + L_1, \\ L_2 = \vec{l}_2 * t_2 + L_2. \end{cases}$$

Вычитаем $L_1 - L_2$, получаем

$$\vec{l}_1 * t_1 - \vec{l}_2 * t_2 = L_2 - L_1.$$

7.5. Решаем систему уравнений относительно t_1 и t_2 . Так как ищется точка пересечения прямых, то мы можем взять только 2 любых уравнения. Решаем систему в матричном виде:

$$A * X = B,$$

$$X = A^{-1} * B.$$

7.6. Полученные значения t_1 и t_2 подставляем в уравнение любой прямой и получаем две точки A_{p1} и A_{p2} . Вычисляем расстояние между этими двумя точками, и если расстояние меньше заданного порога (линии достаточно близки чтобы считаться пересекающимися), то считаем среднюю точку между ними

$$A_{p12} = \frac{A_{p1} + A_{p2}}{2}.$$

В результате получаем набор точек A_{pk} .

8. Среди этого набора точек находим группы, и определяем их центр масс. Для этого считаются расстояния между всеми точками, и если оно больше некоторой величины, то точки добавляются в одну группу. Затем находятся группы с наибольшим количеством точек и отбрасываются группы с числом точек меньше трёх. Таким образом формируются группы, и далее определяется их центр масс A_j' .

9. Полученные центры A_j' являются координатами потенциальных целей.

4. Заключение

В статье предложен алгоритм расчёта трёхмерных координат цели по направлениям антенн и расстояниям передатчик-цель-приёмник. Алгоритм может быть реализован на постах антенных позиций МПРЛС для формирования вектора целевой обстановки. Наибольшую точность алгоритм даёт при многократном использовании, последовательно приближаясь к истинному положению цели. Алгоритм может быть оптимизирован дополнительной фильтрацией плоскостей, прямых и точек их пересечения. Недостатком алгоритма является значительное увеличение объёма вычислений при увеличении числа станций.

Литература

1. Черняк В.С. Многопозиционная радиолокация. М., Радио и связь, 1993, 416с.
2. Зайцев Д.В. Многопозиционные радиолокационные системы. Методы и алгоритмы обработки информации в условиях помех. М., Радиотехник, 2007, 96с.
3. Фабер В.Е. Основы обработки радиолокационной информации в многоканальных РЛС: Учебное пособие. М., МФТИ, 2005, 160с.

4. *Нефёдова Ю.С., Крючков И.В., Каранкевич А.А.* Математическая модель канала распространения многопозиционной радиолокационной системы. «Наука и образование», 11.11.2011.
5. *Черняк В.С., Заславский Л.П., Осипов Л.В.* Многопозиционные радиолокационные станции и системы.
6. *Ширман Я.Д.* Теоретические основы радиолокации. М., «Советское радио», 1970, 560с.

*Статья поступила в редакцию 05.03.2015;
переработанный вариант – 30.03.2015*

Бычков Андрей Вячеславович

аспирант кафедры «Автономные информационные и управляющие системы» МГТУ им. Н.Э.Баумана (г. Москва, Госпитальный пер., д. 10), тел. 8(499)263-67-53,
e-mail: work.a.b@yandex.ru

Пелипенко Иван Игоревич

инженер НИИСМ МГТУ им. Н.Э.Баумана (г. Москва, Госпитальный пер., д. 10),
тел. 8(499)263-67-53, e-mail: peri4ko@yandex.ru

Locating third-dimensional target data algorithm in multi-position radar system without direction finding

Andrey V. Bychkov, Ivan I. Pelipenko

In this paper, the problem of locating third-dimensional target data within multi-position radar system is considered. The algorithm suitable for implementation on PC is developed.

Keywords: multi-position radar system, position locating algorithm.