

# Решение задачи параметрического синтеза телекоммуникационных сетей контурным методом \*

К. Э. Гаипов<sup>1</sup>, И. Л. Крикунов<sup>1</sup>, А. А. Демичева<sup>1</sup>,  
М. С. Демичев<sup>2</sup>, Р. Ф. Файзулин<sup>1</sup>

<sup>1</sup> СибГУ им. М. Ф. Решетнева, г. Красноярск

<sup>2</sup> АО НПП «Радиосвязь», г. Красноярск

**Аннотация:** Предложен алгоритм параметрического синтеза телекоммуникационных сетей на основе критерия минимизации суммарной пропускной способности каналов связи, задача сформулирована в терминах линейного программирования. Особенностью предлагаемого алгоритма получения математической модели является применение контурного метода анализа, описывающего распределение информационных потоков через потоки в фундаментальных циклах графа. Приведен численный пример работы алгоритма, а также анализ полученных результатов.

**Ключевые слова:** синтез сети, контурный метод, телекоммуникационная сеть.

**Для цитирования:** Гаипов К. Э., Крикунов И. Л., Демичева А. А., Демичев М. С., Файзулин Р. Ф. Решение задачи параметрического синтеза телекоммуникационных сетей контурным методом // Вестник СибГУТИ. 2023. Т. 17, № 3. С. 34–56.  
<https://doi.org/10.55648/1998-6920-2023-17-3-34-56>.



Контент доступен под лицензией  
Creative Commons Attribution 4.0  
License

© Гаипов К. Э., Крикунов И. Л.,  
Демичева А. А., Демичев М. С.,  
Файзулин Р. Ф., 2023

Статья поступила в редакцию 07.12.2022;  
переработанный вариант – 26.01.2023;  
принята к публикации 27.02.2023.

## 1. Введение

Создание телекоммуникационных систем является сложной и трудоемкой задачей как с точки зрения необходимости согласования различных типов оборудования, так и необходимости решения проблем различного рода в зависимости от назначения и целей данной сети. Для решения вопросов синтеза оптимальных систем используются математические алгоритмы, позволяющие учитывать имеющиеся ресурсы и необходимые выходные показатели, например, такие как качество обслуживания в системе, задержки при распространении сообщений, вероятность возникновения ошибок и другие, зависящие от назначения системы.

Одним из возможных способов создания сетей является использование графовых моделей, как, например, представлено в [1–6], что позволяет составить математическую модель системы и работать с ней как с абстрактным объектом, применяя весь имеющийся математический аппарат. Для проектирования сложных сетей используется метод декомпозиции, что делает возможным применение логики работы алгоритмов для систем любого масштаба, что

\* Работа выполнена в рамках программы стратегического академического лидерства «Приоритет-2030» СибГУ им. М. Ф. Решетнева.

также показано в [7]. Кроме того, имеется возможность применения и других математических методов для решения задач синтеза сложных телекоммуникационных систем [8–10], таких как численные оптимизационные методы [8], тензорный анализ [10].

Синтез сетей может осуществляться на основе различных критериев, например, таких как: минимизация количества промежуточных вершин между узлами выбранного маршрута [2, 3, 9], минимизация расходов на построение сети [1, 6], средняя задержка и максимальная загруженность сети [8], минимум числа пакетов, находящихся на обслуживании в сети [10], а также многокритериальные задачи [4, 5, 7].

Задача по нахождению максимального потока, передаваемого через сеть связи, описана в книге [11]. Алгоритмы, приведенные в данной работе, позволяют оценить возможность сети передавать заданный объем информации от источников к получателям. Но в случае, если объем передаваемых данных меньше, чем максимальный поток, который можно пропустить через сеть, возникает задача о перераспределении информационных потоков по каналам связи для минимизации времени ожидания информационных блоков в буферах обслуживающих устройств и/или минимизации количества потерянной информации в результате переполнения буферов. Решению такой задачи посвящены работы [12, 13], где выбран оптимизационный критерий как минимальная сумма временных задержек по всем каналам. Особенностью данных задач является то, что искомыми переменными являются значения интенсивностей потоков по всевозможным путям между каждой парой отправителя и получателя. При такой постановке задачи, как показано в [14], количество беспетельных маршрутов возрастает по показательному закону с ростом числа узлов, поэтому такие задачи решаются путем выбора рационального числа задействованных маршрутов, при этом не гарантируется нахождение глобально-оптимального решения. В связи с чем в данной работе целесообразно применять контурный или узловый метод для получения математической модели распределения информационных потоков [15–17].

Согласно результатам анализа научных работ [12, 13] установлено, что общей тенденцией при использовании подобных моделей и методов является то, что задачи по оптимальному распределению информации относятся к задачам нелинейного программирования, так как в качестве целевой функции выступают суммарная задержка по времени передачи и суммарные потери информации, которые являются основными показателями качества обслуживания. В качестве ограничивающих критериев могут стоять ограничения по времени задержки или вероятности потерь.

Целью статьи является формирование математической модели распределения информационных потоков с минимальным количеством фазовых переменных, задача сформулирована в терминах линейного программирования. Искомыми переменными являются интенсивность информационных потоков по каналам связи и интенсивность обслуживания информационных потоков, в связи с чем данную задачу можно отнести к задаче параметрического синтеза, где параметром является интенсивность обслуживания. Потребность в такой задаче обусловлена необходимостью быстрой оценки возможности сети передать заданный объем информации с требуемым временем задержки и вероятности потерь при проектировании телекоммуникационных сетей.

Применяемый при формировании предложенной математической модели подход основан на тех же принципах, что и получение математической модели распределения токов в электрической цепи методом контурных токов, только с учетом независимости передачи информации от каждого источника. Переход к контурным токам (контурным интенсивностям) позволяет составлять математические модели распределения токов с меньшим числом переменных [18].

## 2. Материалы и методы

При написании статьи использовались элементы теории графов, теории массового обслуживания, линейное программирование.

## 3. Результаты

### 3.1. Общий подход к решению задачи синтеза сети

Постановка задачи. Пусть дана сеть произвольной топологии с числом узлов  $V$  и числом соединений (каналов связи)  $E$ . По данной сети необходимо передать определенный объем трафика  $v$  с узлов источника (передатчика) до узлов стока (приемника).

Необходимо определить пропускные способности каналов связи при заданной целевой функции.

Для каждого узла, который может быть как узлом-источником, так и узлом-стоком дополнительно введем каналы. Для узла-источника канал будет направлен к узлу (для наглядности линия показана пунктиром), а для узла-стока – из узла (для наглядности линия показана штрих-пунктиром). Данные каналы будут определять только трафик источника и получателя, проходящий через эти узлы.

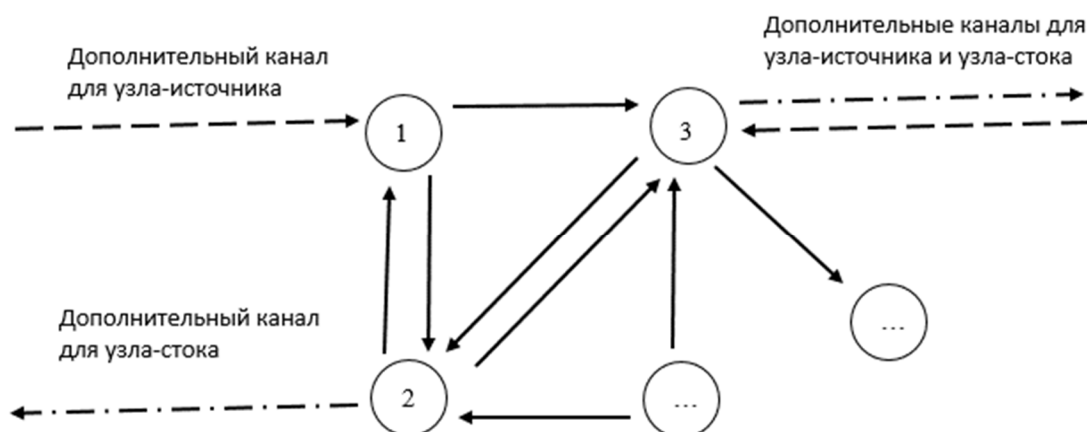


Рис. 1. Добавление дополнительных каналов для узлов-источников и узлов-стоков

Матрица запроса  $D$  определяет известный объем трафика, передаваемого от узла-источника  $A_i$  по каналу  $j$  ( $i \leq V, j \leq E$ ). В самом простом случае известен объем трафика, который поступает от узла-источника либо должен быть получен узлом-получателем, однако в общем случае объем передаваемого трафика может быть определен для любого канала. Строки матрицы нумеруются согласно количеству узлов в сети, а столбцы – количеству каналов ( $E$ ). На пересечении ячеек находятся численные значения величины объема трафика  $v_{i,j}$ , проходящего через рассматриваемый канал. Обозначения  $b_1, b_2 \dots b_j$  на рис. 2 описывают количество возможных источников трафика, который может быть передан в сети.

|           |       | число источников трафика |          |     |     |     |     |          |
|-----------|-------|--------------------------|----------|-----|-----|-----|-----|----------|
|           |       | $b_1$                    | $b_2$    | ... | ... | ... | ... | $b_j$    |
| узлы сети | $a_1$ | $v_{11}$                 | $v_{12}$ | ... | ... | ... | ... | $v_{1j}$ |
|           | $a_2$ | $v_{21}$                 | $v_{22}$ | ... | ... | ... | ... | $v_{2j}$ |
|           | ...   | ...                      | ...      | ... | ... | ... | ... | ...      |
|           | ...   | ...                      | ...      | ... | ... | ... | ... | ...      |
|           | $a_i$ | $v_{i1}$                 | $v_{i2}$ | ... | ... | ... | ... | $v_{ij}$ |

Рис. 2. Общий вид матрицы запросов  $D$ 

В связи с тем, что весь объем трафика, который должен быть передан от узла-источника, должен поступить в узел-сток, необходимо добавить в сеть дополнительный узел. Назовем дополнительный узел нулевым узлом, с которым будут соединены все узлы-источники и узлы-стоки. Нулевой узел необходим только для проведения математических вычислений и не учитывается в реальной топологии сети.

Определим дерево графов. Оно представляет собой граф из  $V$  вершин и нулевой вершины, соединенных между собой. Соединения в данном графе будем называть ветвями. Соединения являются однонаправленными и определяются направлением движения трафика.

Если узел является и источником, и стоком, то одно соединение считается ветвью, другое – хордой.

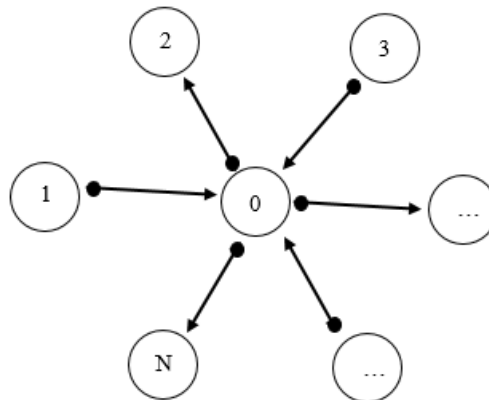


Рис. 3. Дерево графов. Общая схема

Определим контуры в сети. Под контуром будем понимать такой замкнутый маршрут в сети, который включает в себя две ветви графа и одно соединение (канал связи в исходной сети, который в дальнейшем будем обозначать хордой). Если узел является и источником, и стоком одновременно, то контур будет включать одну ветвь и одну хорду. Таким образом, добавление одной хорды в дерево графов определяет один новый контур. Число источников обозначим  $S$ , число хорд (контуров) обозначим  $H$ . Для удобства вычислений пусть номер контура совпадает с номером хорды, которая его образует.

Опишем контуры с помощью матрицы контуров  $C$ . Она имеет значения по вертикали – контуры в сети, по числу хорд в сети (в количестве  $H$ ), по горизонтали – контуры в сети, по числу соединений в хорд (в количестве  $H$ ) и ветви дерева графов (в количестве  $V$ ). На пересечении указывается одно из значений: 0 – если ребро не входит в контур, 1 – если ребро входит в контур и направлено к рассматриваемой хорде, -1 – если ребро входит в контур и направлено противоположно рассматриваемой хорде. Таким образом, в левой части матрицы образуется единичная диагональная матрица.

|                |     | контуры в сети |     |     |     |     |  | ветви дерева графов |     |     |     |     |     |
|----------------|-----|----------------|-----|-----|-----|-----|--|---------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
|                |     | x 1            | x 2 | x 3 | ... | x j |  | y 1                 | y 2 | y 3 | y 4 | ... | y i |
| контуры в сети | x 1 | 1              | 0   | 0   | ... | 0   |  |                     |     |     |     |     |     |
|                | x 2 | 0              | 1   | 0   | ... | 0   |  |                     |     |     |     |     |     |
|                | x 3 | 0              | 0   | 1   | ... | 0   |  |                     |     |     |     |     |     |
|                | ... | ...            | ... | ... | ... | 0   |  |                     |     |     |     |     |     |
|                | x j | 0              | 0   | 0   | 0   | 1   |  |                     |     |     |     |     |     |
|                |     |                |     |     |     |     |  |                     |     |     |     |     |     |

Рис. 4. Матрица контуров  $C$ 

Каждый контур имеет одну хорду, тогда поток, проходящий по хорде, определяет поток в контуре. Следовательно, поток в контуре соответствует потоку в хорде. Таким образом, зная потоки в хордах, можно определить потоки в ветвях. Из этого следует, что можно полностью описать потоки в графе, если известны потоки в хордах, что позволит уменьшить количество переменных для решения задачи синтеза сети.

Введем вектор состояний для каждого источника ( $A_i$ ), который описывает поток по каналу связи от источника. Данный вектор состоит из элементов  $a_i - h_j$ , которые означают поток от  $a_i$  источника в хорде  $h_j$ , где  $i$  определяется числом источников ( $i \leq S$ ), а  $j$  – числом хорд ( $j \leq H$ ).

$$A_i = \begin{pmatrix} a_i - h_1 \\ a_i - h_2 \\ a_i - h_3 \\ \dots \\ a_i - h_j \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Каждый канал связи имеет свою скорость передачи, тогда необходимо определить вектор неизвестных пропускных способностей сети. Он будет состоять из элементов  $R_j$ , которые означают пропускную способность канала  $j$ , где  $j$  определяется числом каналов связи ( $j \leq E$ ), а также некоторым заданным вектором коэффициентов загрузок каналов связи  $\rho$ . Каждый элемент показывает предельно допустимую загрузку каналов связи. Для каждого канала определим максимально возможную пропускную способность ( $R_{max}$ ), потому что в реальных системах данная величина не может быть бесконечной.

$$R = \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ \dots \\ R_j \end{pmatrix}. \quad (2)$$

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ \dots \\ \rho_j \end{pmatrix}. \quad (3)$$

$$R\_max = \begin{pmatrix} R_1\_max \\ R_2\_max \\ R_3\_max \\ \dots \\ R_j\_max \end{pmatrix}. \quad (4)$$

В связи с тем, что рассматривается проводная телекоммуникационная система, введем дополнительный вектор стоимости аренды канала  $L$ :

$$L = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ \dots \\ L_j \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Для определения оптимальных параметров сети, которые будут удовлетворять решению задачи и назначению системы, необходимо корректно составить целевую функцию и определить ограничения для элементов системы.

Определим целевую функцию. При решении различных задач целевая функция и ограничения различны, поэтому для каждой системы данные подбираются самостоятельно. В алгоритме рассматривается общий метод использования целевой функции без разграничений для вида и смысла решаемой оптимизационной задачи.

В общем виде целевая функция  $F$  имеет конечное множество переменных и критерий минимизации или максимизации:

$$F(x_i) \rightarrow \min.$$

Входящий в систему трафик распределяется по ее хордам, по одной хорде может проходить трафик от разных источников. Используя матрицу контуров сети и вектора состояний узла-источника, можно определить объем трафика от каждого источника в определенной хорде.

Сумма потоков от каждого источника определяет общий поток в системе:  $A = \sum_{i=1}^S (C^T A_i)$ ,

где  $S$  – количество источников.

Для одного источника поток в каждом из каналов связи (в каждой из хорд графа) определяется как произведение матриц:  $C^T A_i$ . Полученные значения равны  $y_i$  столбцу в матрице запросов  $D$ .

Система ограничений в общем виде должна включать:

- Примем, что целевая функция есть сумма произведений коэффициентов стоимости на пропускную способность канала:

$$F = R_1 L_1 + R_2 L_2 + \dots + R_j L_j. \quad (6)$$

- Вектор состояний для каждого из источников не может быть отрицательным, поскольку в хордах не может протекать отрицательное значение трафика:

$$A_i = \begin{pmatrix} a_i - h_1 \\ a_i - h_2 \\ a_i - h_3 \\ \dots \\ a_i - h_j \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

- Значение трафика в каждой из хорд с учетом загрузки не может быть больше пропускной способности соответствующего канала:

$$\begin{pmatrix} a_1 - h_1 + a_2 - h_1 + \dots + a_i - h_1 \\ a_1 - h_2 + a_2 - h_2 + \dots + a_i - h_2 \\ a_1 - h_3 + a_2 - h_3 + \dots + a_i - h_3 \\ \dots \\ a_1 - h_j + a_2 - h_j + \dots + a_i - h_j \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} R_1 \rho_1 \\ R_2 \rho_2 \\ R_3 \rho_3 \\ \dots \\ R_j \rho_j \end{pmatrix}. \quad (8)$$

- Значение пропускной способности в каждом из каналов не может быть больше максимальной пропускной способности:

$$\begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ \dots \\ R_j \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} R_1 - max \\ R_2 - max \\ R_3 - max \\ \dots \\ R_j - max \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Используя составленные неравенства, уравнения и определенную целевую функцию, можно найти искомые значения переменных.

### 3.2. Численный пример решения задачи синтеза сети

Пусть дана сеть из 4 узлов и 8 каналов связи. Топология сети представлена на рис. 5.

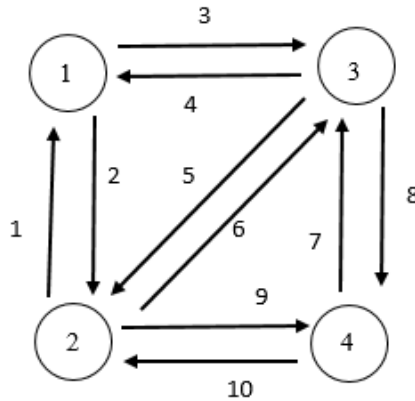


Рис. 5. Топология сети

По данной сети необходимо передать объем трафика, равный 25 ед., источник находится на узле №1, стоки – на узлах № 3 и № 4. Также необходимо передать объем трафика, равный 37 ед., источник находится на узле № 2, стоки – на узлах № 3 и № 4. Дополним топологию сети этими данными, добавим дополнительно каналы связи для узлов-источников и узлов-стоков, которые будут обозначать передаваемый трафик. Рядом с этими каналами (в прямоугольных областях) обозначен объем передаваемого трафика (рис. 6).

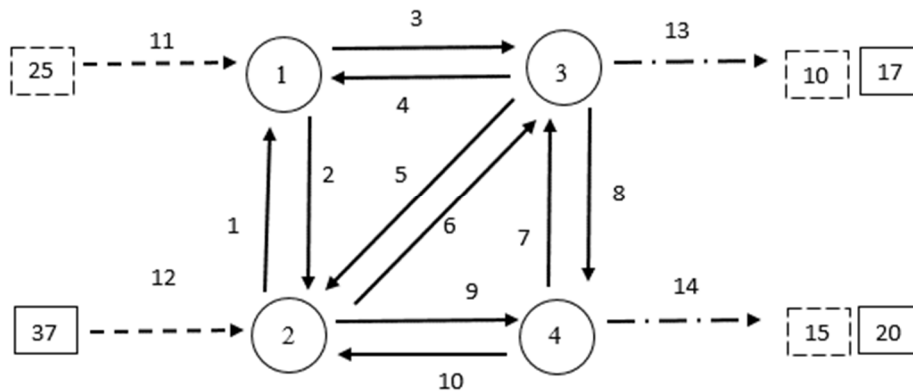


Рис. 6. Дополненная топология сети

Необходимо определить пропускные способности для каждого канала связи для данной топологии сети.

Матрица запроса  $D$  будет состоять из двух узлов-источников (№ 1 и № 2) и двух узлов-стоков (№ 3 и № 4) (рис. 7).

|           |    | источник |    |
|-----------|----|----------|----|
|           |    | №1       | №2 |
|           |    | №1       | №2 |
| узлы сети | №1 | 25       | 0  |
|           | №2 | 0        | 37 |
|           | №3 | 10       | 17 |
|           | №4 | 15       | 20 |

Рис. 7. Матрица запросов  $D$ 

Определим дерево графов с учетом нулевого узла. Ветви данного графа являются односторонними (рис. 8).

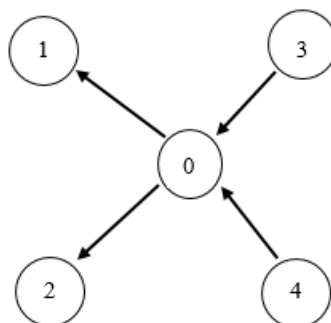


Рис. 8. Дерево графов

Определим контуры сети. Для примера добавим в дерево графов хорду № 3, тогда образуется контур с ветвями от вершин № 3, № 1 и нулевой вершиной (рис. 9).



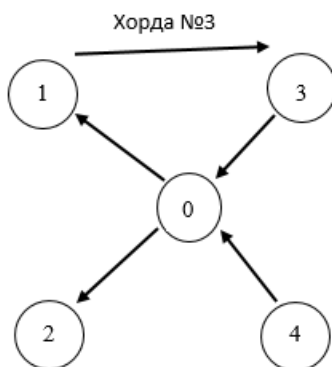


Рис. 9. Определение контуров с сети

Опишем контуры с помощью матрицы контуров  $C$ .

|                |    | контуры в сети |   |   |   |   |   |   |   |   |    | ветви графа |    |    |    |
|----------------|----|----------------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|-------------|----|----|----|
|                |    | 1              | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11          | 12 | 13 | 14 |
| контуры в сети | 1  | 1              | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | -1          | 1  |    |    |
|                | 2  | 0              | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 1           | -1 |    |    |
|                | 3  | 0              | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 1           |    | 1  |    |
|                | 4  | 0              | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | -1          |    | -1 |    |
|                | 5  | 0              | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  |             | -1 | -1 |    |
|                | 6  | 0              | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0  |             | 1  | 1  |    |
|                | 7  | 0              | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0  |             |    | 1  | -1 |
|                | 8  | 0              | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0  |             |    | -1 | 1  |
|                | 9  | 0              | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0  |             | 1  |    | 1  |
|                | 10 | 0              | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1  |             | -1 |    | -1 |

Рис. 10. Матрица контуров  $C$ 

Введем вектор состояний для каждого источника согласно (1). В рассматриваемой сети два источника.

$$A_1 = \begin{pmatrix} a_{1-1} \\ a_{1-2} \\ a_{1-3} \\ a_{1-4} \\ a_{1-5} \\ a_{1-6} \\ a_{1-7} \\ a_{1-8} \\ a_{1-9} \\ a_{1-10} \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} a_{2-1} \\ a_{2-2} \\ a_{2-3} \\ a_{2-4} \\ a_{2-5} \\ a_{2-6} \\ a_{2-7} \\ a_{2-8} \\ a_{2-9} \\ a_{2-10} \end{pmatrix}.$$

Определим вектор пропускных способностей согласно (2), вектор максимальной пропускной способности согласно (4), а также вектор коэффициентов загрузки системы согласно (3):

$$R = \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \\ R_6 \\ R_7 \\ R_8 \\ R_9 \\ R_{10} \end{pmatrix}, R_{\max} = \begin{pmatrix} R_{1\max} \\ R_{2\max} \\ R_{3\max} \\ R_{4\max} \\ R_{5\max} \\ R_{6\max} \\ R_{7\max} \\ R_{8\max} \\ R_{9\max} \\ R_{10\max} \end{pmatrix}, \rho = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ \rho_4 \\ \rho_5 \\ \rho_6 \\ \rho_7 \\ \rho_8 \\ \rho_9 \\ \rho_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.7 \\ 0.7 \\ 0.7 \\ 0.7 \\ 0.7 \\ 0.7 \\ 0.7 \\ 0.7 \\ 0.7 \\ 0.7 \end{pmatrix}.$$

Поскольку рассматривается проводная телекоммуникационная система, введем дополнительный вектор стоимости аренды канала  $L$  согласно (5):

$$L = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \\ L_5 \\ L_6 \\ L_7 \\ L_8 \\ L_9 \\ L_{10} \end{pmatrix}.$$

Для проводных сетей оптимизационным параметром может выступать минимизация пропускных способностей каналов системы согласно (6).

Для расчета примем, что стоимость аренды каждого из каналов одинакова и равна 10 ед. стоимости:

$$L = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \\ L_5 \\ L_6 \\ L_7 \\ L_8 \\ L_9 \\ L_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

В данной работе рассмотрена следующая целевая функция:

$$F = R_1 L_1 + R_2 L_2 + R_3 L_3 + R_4 L_4 + R_5 L_5 + R_6 L_6 + R_7 L_7 + R_8 L_8 + R_9 L_9 + R_{10} L_{10}.$$

Данная целевая функция предполагает зависимость итоговой стоимости эксплуатации сети от выбранной пропускной способности каналов связи и затрат при их использовании.

Ограничения при решении уравнений определяются следующим образом:

- Вектор состояний для источника № 1 не может быть отрицательным, так как в хордах не может протекать отрицательное значение трафика согласно (7):

$$\begin{pmatrix} a_1 - 1 \\ a_1 - 2 \\ a_1 - 3 \\ a_1 - 4 \\ a_1 - 5 \\ a_1 - 6 \\ a_1 - 7 \\ a_1 - 8 \\ a_1 - 9 \\ a_1 - 10 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- Вектор состояний для источника № 2 не может быть отрицательным, так как в хордах не может протекать отрицательное значение трафика согласно (7):

$$\begin{pmatrix} a_2 - 1 \\ a_2 - 2 \\ a_2 - 3 \\ a_2 - 4 \\ a_2 - 5 \\ a_2 - 6 \\ a_2 - 7 \\ a_2 - 8 \\ a_2 - 9 \\ a_2 - 10 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- Значения трафика в каналах связи ограничены пропускной способностью, а также коэффициентом загрузки системы  $\rho$  согласно (8):

$$A'1\_chord + A'2\_chord = \begin{pmatrix} a_1 - 1 + a_2 - 1 \\ a_1 - 2 + a_2 - 2 \\ a_1 - 3 + a_2 - 3 \\ a_1 - 4 + a_2 - 4 \\ a_1 - 5 + a_2 - 5 \\ a_1 - 6 + a_2 - 6 \\ a_1 - 7 + a_2 - 7 \\ a_1 - 8 + a_2 - 8 \\ a_1 - 9 + a_2 - 9 \\ a_1 - 10 + a_2 - 10 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} \rho_1 R_1 \\ \rho_2 R_2 \\ \rho_3 R_3 \\ \rho_4 R_4 \\ \rho_5 R_5 \\ \rho_6 R_6 \\ \rho_7 R_7 \\ \rho_8 R_8 \\ \rho_9 R_9 \\ \rho_{10} R_{10} \end{pmatrix}.$$

- Значение трафика в каждом из контуров не может быть больше максимальной пропускной способности системы согласно (9):

$$\begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \\ R_6 \\ R_7 \\ R_8 \\ R_9 \\ R_{10} \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} R_1 - max \\ R_2 - max \\ R_3 - max \\ R_4 - max \\ R_5 - max \\ R_6 - max \\ R_7 - max \\ R_8 - max \\ R_9 - max \\ R_{10} - max \end{pmatrix}.$$

Для создания системы ограничений необходимо определить, сколько трафика от каждого источника находится в каждом из каналов связи. Для этого перемножим транспонированную матрицу контуров на вектор состояний каждого из источников. В результате получатся векторы  $A'1$  и  $A'2$ , показывающие значения потоков в каждом ребре графа, описывающего сеть. Часть потоков в ребрах являются известными величинами и заданы соответствующими элементами в матрице  $D$ , а часть потоков являются неизвестными.

$$A'1 = C^T A1 = \begin{pmatrix} a_1 - 1 \\ a_1 - 2 \\ a_1 - 3 \\ a_1 - 4 \\ a_1 - 5 \\ a_1 - 6 \\ a_1 - 7 \\ a_1 - 8 \\ a_1 - 9 \\ a_1 - 10 \\ a_1 - 2 - a_1 - 1 + a_1 - 3 - a_1 - 4 \\ a_1 - 1 - a_1 - 2 - a_1 - 5 + a_1 - 6 + a_1 - 9 - a_1 - 10 \\ a_1 - 3 - a_1 - 4 - a_1 - 5 + a_1 - 6 + a_1 - 7 - a_1 - 8 \\ a_1 - 8 - a_1 - 7 + a_1 - 9 - a_1 - 10 \end{pmatrix};$$

$$A'2 = C^T A2 = \begin{pmatrix} a_2 - 1 \\ a_2 - 2 \\ a_2 - 3 \\ a_2 - 4 \\ a_2 - 5 \\ a_2 - 6 \\ a_2 - 7 \\ a_2 - 8 \\ a_2 - 9 \\ a_2 - 10 \\ a_2 - 2 - a_2 - 1 + a_2 - 3 - a_2 - 4 \\ a_2 - 1 - a_2 - 2 - a_2 - 5 + a_2 - 6 + a_2 - 9 - a_2 - 10 \\ a_2 - 3 - a_2 - 4 - a_2 - 5 + a_2 - 6 + a_2 - 7 - a_2 - 8 \\ a_2 - 8 - a_2 - 7 + a_2 - 9 - a_2 - 10 \end{pmatrix};$$

$$A'1_{branch} = \begin{pmatrix} a_1 - 2 - a_1 - 1 + a_1 - 3 - a_1 - 4 \\ a_1 - 1 - a_1 - 2 - a_1 - 5 + a_1 - 6 + a_1 - 9 - a_1 - 10 \\ a_1 - 3 - a_1 - 4 - a_1 - 5 + a_1 - 6 + a_1 - 7 - a_1 - 8 \\ a_1 - 8 - a_1 - 7 + a_1 - 9 - a_1 - 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ 0 \\ 10 \\ 15 \end{pmatrix};$$

$$A'2_{branch} = \begin{pmatrix} a_2 - 2 - a_2 - 1 + a_2 - 3 - a_2 - 4 \\ a_2 - 1 - a_2 - 2 - a_2 - 5 + a_2 - 6 + a_2 - 9 - a_2 - 10 \\ a_2 - 3 - a_2 - 4 - a_2 - 5 + a_2 - 6 + a_2 - 7 - a_2 - 8 \\ a_2 - 8 - a_2 - 7 + a_2 - 9 - a_2 - 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 37 \\ 17 \\ 20 \end{pmatrix}.$$

В сумме эти потоки  $A'1$  и  $A'2$  характеризуют весь трафик, находящийся в системе, а каждый элемент получившейся матрицы показывает значение потока в каждом ребре.

Общий поток в системе описывается матрицей  $A = A'1 + A'2$ .

$$A = \begin{pmatrix} a_1 - 1 + a_2 - 1 \\ a_1 - 2 + a_2 - 2 \\ a_1 - 3 + a_2 - 3 \\ a_1 - 4 + a_2 - 4 \\ a_1 - 5 + a_2 - 5 \\ a_1 - 6 + a_2 - 6 \\ a_1 - 7 + a_2 - 7 \\ a_1 - 8 + a_2 - 8 \\ a_1 - 9 + a_2 - 9 \\ a_1 - 10 + a_2 - 10 \\ a_1 - 2 - a_1 - 1 + a_1 - 3 - a_1 - 4 + a_2 - 2 - a_2 - 1 + a_2 - 3 - a_2 - 4 \\ a_1 - 1 - a_1 - 2 - a_1 - 5 + a_1 - 6 + a_1 - 9 - a_1 - 10 + a_2 - 1 - a_2 - 2 - a_2 - 5 + a_2 - 6 + a_2 - 9 - a_2 - 10 \\ a_1 - 3 - a_1 - 4 - a_1 - 5 + a_1 - 6 + a_1 - 7 - a_1 - 8 + a_2 - 3 - a_2 - 4 - a_2 - 5 + a_2 - 6 + a_2 - 7 - a_2 - 8 \\ a_1 - 8 - a_1 - 7 + a_1 - 9 - a_1 - 10 + a_2 - 8 - a_2 - 7 + a_2 - 9 - a_2 - 10 \end{pmatrix}$$

Матрицы  $A'1$  и  $A'2$  состоят из двух подматриц:  $A'1\_chord$  и  $A'1\_branch$ , где  $A'1\_chord$  показывает потоки в хордах, а  $A'1\_branch$  показывает потоки в ветвях.

Описывается функция множества переменных согласно (6), результатом минимизации которой будут пропускные способности каналов связи:

$$F(a_1 - 1, a_1 - 2, a_1 - 3, a_1 - 4, a_1 - 5, a_1 - 6, a_1 - 7, a_1 - 8, a_1 - 9, a_1 - 10, a_2 - 1, a_2 - 2, a_2 - 3, a_2 - 4, a_2 - 5, a_2 - 6, a_2 - 7, a_2 - 8, a_2 - 9, a_2 - 10, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7, R_8, R_9, R_{10}) = \\ = R_1 L_1 + R_2 L_2 + R_3 L_3 + R_4 L_4 + R_5 L_5 + R_6 L_6 + R_7 L_7 + R_8 L_8 + R_9 L_9 + R_{10} L_{10}.$$

Результатом нахождения оптимального значения целевой функции  $F$  являются минимально необходимые значения пропускной способности каналов, а также значения потоков в хордах. Для удобства дальнейшего анализа результат вычислений представлен в виде набора трех векторов:

$$\begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \\ R_6 \\ R_7 \\ R_8 \\ R_9 \\ R_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 35.714 \\ 0 \\ 0 \\ 24.286 \\ 0 \\ 21.429 \\ 28.571 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a_1 - 1 \\ a_1 - 2 \\ a_1 - 3 \\ a_1 - 4 \\ a_1 - 5 \\ a_1 - 6 \\ a_1 - 7 \\ a_1 - 8 \\ a_1 - 9 \\ a_1 - 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 25 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 15 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a_2 - 1 \\ a_2 - 2 \\ a_2 - 3 \\ a_2 - 4 \\ a_2 - 5 \\ a_2 - 6 \\ a_2 - 7 \\ a_2 - 8 \\ a_2 - 9 \\ a_2 - 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 17 \\ 0 \\ 0 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Вектор коэффициентов загрузки системы  $\rho$  влияет на интенсивность трафика, проходящего по каналу связи, однако максимальные значения пропускных способностей ограничиваются вектором  $R_{max}$ . Если не использовать ограничения  $R_{max}$  согласно (9), то полученное распределение трафика будет использовать наикратчайшие пути, т.е. маршруты с минимальным количеством каналов связи.

Значение целевой функции равно:

$$F(a_1 - 1, a_1 - 2, a_1 - 3, a_1 - 4, a_1 - 5, a_1 - 6, a_1 - 7, a_1 - 8, a_1 - 9, a_1 - 10, a_2 - 1, a_2 - 2, a_2 - 3, a_2 - 4, a_2 - 5, a_2 - 6, a_2 - 7, a_2 - 8, a_2 - 9, a_2 - 10, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7, R_8, R_9, R_{10}) = 1100.$$

Каждый канал связи может быть рассмотрен как система массового обслуживания с различными параметрами: количеством обслуживающих устройств, количеством элементов в буфере, количеством источников трафика, наличием приоритетов. Вне зависимости от вида системы массового обслуживания загрузка системы определяет вероятность потерь в системе и время задержки передаваемого трафика [19, 20]. Определить время задержки заявки в системе можно с использованием формул систем массового обслуживания [21, 22, 23].

Таким образом, коэффициент загрузки в данной задаче позволяет ограничить предельно допустимое значение параметра задержки информации при обработке в буфере обслуживающего устройства и вероятности потерь при передаче, так как по значению загрузки можно однозначно определить такие параметры качества обслуживания, как время задержки и вероятность потерь. Использование коэффициента загрузки в системе ограничений вместо значения времени обслуживания или вероятности потерь обеспечивает линейность задачи синтеза пропускной способности каналов связи.

Далее рассмотрим влияние коэффициентов  $L$  на решение задачи синтеза. На примере канала № 3 рассмотрим изменение его стоимости с шагом, равным 5 единиц, и изменение объема проходящего трафика во всех остальных каналах. Все остальные каналы будут иметь стоимость равную, 10 единиц. На рис. 11 представлено изменение значений расчетных коэффициентов в системе при изменении стоимости канала  $L_3$ .

Если есть несколько маршрутов передачи данных от источника к получателю, то задействуются каналы с наименьшим коэффициентом  $L$ .

|       | L3 |    |    |    |    |       | L3 |    |    |    |    |     | L3     |        |        |        |        |
|-------|----|----|----|----|----|-------|----|----|----|----|----|-----|--------|--------|--------|--------|--------|
|       | 5  | 10 | 15 | 20 | 25 |       | 5  | 10 | 15 | 20 | 25 |     | 5      | 10     | 15     | 20     | 25     |
| a1_1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | a2_1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | R1  | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| a1_2  | 0  | 0  | 15 | 25 | 25 | a2_2  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | R2  | 0      | 0      | 21.429 | 35.714 | 35.714 |
| a1_3  | 25 | 25 | 10 | 0  | 0  | a2_3  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | R3  | 35.714 | 35.714 | 14.286 | 0      | 0      |
| a1_4  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | a2_4  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | R4  | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| a1_5  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | a2_5  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | R5  | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| a1_6  | 0  | 0  | 0  | 10 | 10 | a2_6  | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | R6  | 24.286 | 24.286 | 24.286 | 38.571 | 38.571 |
| a1_7  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | a2_7  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | R7  | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |
| a1_8  | 15 | 15 | 0  | 0  | 0  | a2_8  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | R8  | 21.429 | 21.429 | 0      | 0      | 0      |
| a1_9  | 0  | 0  | 15 | 15 | 15 | a2_9  | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | R9  | 28.571 | 28.571 | 50     | 50     | 50     |
| a1_10 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | a2_10 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | R10 | 0      | 0      | 0      | 0      | 0      |

Рис. 11. Распределение потоков в системе при изменении стоимости канала

При анализе результатов вычислений выявлена закономерность: при изменении коэффициентов  $L$  изменялись маршруты прохождения трафика от источника № 1 и изменялась загрузка каналов в системе. При стоимости канала  $L_3$  в 5 и 10 единиц, что соответствует меньшей или равной стоимости остальных каналов связи, данный канал использовался для построения маршрута. При увеличении стоимости канала до 15 единиц были задействованы каналы № 2 и № 6 для перенаправления части трафика. Когда стоимость канала  $L_3$  достигла 20 единиц, что в 2 раза выше стоимости остальных каналов, трафик с данного канала был полностью перенаправлен с использованием других маршрутов. Таким образом, можно сделать вывод, что вектор  $L$  влияет на выбор каналов при построении маршрутов и может рассматриваться как коэффициент стоимости передачи или стоимости организации канала передачи данных. При увеличении стоимости отдельных каналов, в сравнении со стоимостью остальных каналов, количество проходящего по ним трафика уменьшается.

Рассматриваемую в задаче целевую функцию можно применять при расчете стоимости прокладки проводных линий в системе. Стоимость будет включать в себя длину линии и

стоимость 1 единицы длины линии. Тогда можно свести оптимизационную задачу к минимизации длин используемых каналов и, как следствие, минимизации величины затрат на создание и эксплуатацию.

Расчеты произведены с помощью пакета математического моделирования Mathcad, где был выбран линейный метод минимизации целевой функции. Для проверки работы метода минимизации целевой функции была также проведена минимизация целевой функции методом сопряженного градиента, а также методом Квази-Ньютона.

Результаты минимизации целевой функции методом сопряженного градиента представлены ниже.

$$\begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \\ R_6 \\ R_7 \\ R_8 \\ R_9 \\ R_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 21.429 \\ 14.286 \\ 0 \\ 0 \\ 24.286 \\ 0 \\ 0 \\ 50 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a_1 - 1 \\ a_1 - 2 \\ a_1 - 3 \\ a_1 - 4 \\ a_1 - 5 \\ a_1 - 6 \\ a_1 - 7 \\ a_1 - 8 \\ a_1 - 9 \\ a_1 - 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 15 \\ 10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 15 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a_2 - 1 \\ a_2 - 2 \\ a_2 - 3 \\ a_2 - 4 \\ a_2 - 5 \\ a_2 - 6 \\ a_2 - 7 \\ a_2 - 8 \\ a_2 - 9 \\ a_2 - 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 17 \\ 0 \\ 0 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$F(a_1 - 1, a_1 - 2, a_1 - 3, a_1 - 4, a_1 - 5, a_1 - 6, a_1 - 7, a_1 - 8, a_1 - 9, a_1 - 10, a_2 - 1, a_2 - 2, a_2 - 3, a_2 - 4, a_2 - 5, a_2 - 6, a_2 - 7, a_2 - 8, a_2 - 9, a_2 - 10, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7, R_8, R_9, R_{10}) = 1100.01.$$

Результаты минимизации целевой функции методом квази-Ньютона представлены ниже:

$$\begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \\ R_6 \\ R_7 \\ R_8 \\ R_9 \\ R_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 21.429 \\ 14.286 \\ 0 \\ 0 \\ 24.286 \\ 0 \\ 0 \\ 50 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a_1 - 1 \\ a_1 - 2 \\ a_1 - 3 \\ a_1 - 4 \\ a_1 - 5 \\ a_1 - 6 \\ a_1 - 7 \\ a_1 - 8 \\ a_1 - 9 \\ a_1 - 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 15 \\ 10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 15 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a_2 - 1 \\ a_2 - 2 \\ a_2 - 3 \\ a_2 - 4 \\ a_2 - 5 \\ a_2 - 6 \\ a_2 - 7 \\ a_2 - 8 \\ a_2 - 9 \\ a_2 - 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 17 \\ 0 \\ 0 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$F(a_1 - 1, a_1 - 2, a_1 - 3, a_1 - 4, a_1 - 5, a_1 - 6, a_1 - 7, a_1 - 8, a_1 - 9, a_1 - 10, a_2 - 1, a_2 - 2, a_2 - 3, a_2 - 4, a_2 - 5, a_2 - 6, a_2 - 7, a_2 - 8, a_2 - 9, a_2 - 10, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7, R_8, R_9, R_{10}) = 1100.01.$$

При сравнении результатов расчета значений целевых функции разными методами в среде Mathcad можно заметить, что значения отличаются на 0.01.

Также для проверки нахождения минимального значения целевой функции был использован дополнительный пакет "Global Optimization Toolbox" для среды MATLAB.

Первое решение сделано с помощью функции "linprog", которая предназначена для решения задач линейного программирования с ограничениями.



$$\begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \\ R_6 \\ R_7 \\ R_8 \\ R_9 \\ R_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 13.029 \\ 22.685 \\ 0 \\ 0 \\ 24.286 \\ 0 \\ 8.3998 \\ 41.6 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a_1 - 1 \\ a_1 - 2 \\ a_1 - 3 \\ a_1 - 4 \\ a_1 - 5 \\ a_1 - 6 \\ a_1 - 7 \\ a_1 - 8 \\ a_1 - 9 \\ a_1 - 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 9.1202 \\ 15.88 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5.8798 \\ 9.1202 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a_2 - 1 \\ a_2 - 2 \\ a_2 - 3 \\ a_2 - 4 \\ a_2 - 5 \\ a_2 - 6 \\ a_2 - 7 \\ a_2 - 8 \\ a_2 - 9 \\ a_2 - 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 17 \\ 0 \\ 0 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$F(a_1 - 1, a_1 - 2, a_1 - 3, a_1 - 4, a_1 - 5, a_1 - 6, a_1 - 7, a_1 - 8, a_1 - 9, a_1 - 10, a_2 - 1, a_2 - 2, a_2 - 3, a_2 - 4, a_2 - 5, a_2 - 6, a_2 - 7, a_2 - 8, a_2 - 9, a_2 - 10, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7, R_8, R_9, R_{10}) = 1.1000e + 03.$$

Второе решение сделано с помощью функции "fmincon", которая служит для поиска минимума нелинейной функции с ограничениями.

Используется встроенный алгоритм "active-set".

$$\begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \\ R_6 \\ R_7 \\ R_8 \\ R_9 \\ R_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 13.029 \\ 22.685 \\ 0 \\ 0 \\ 24.286 \\ 0 \\ 8.3998 \\ 41.6 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a_1 - 1 \\ a_1 - 2 \\ a_1 - 3 \\ a_1 - 4 \\ a_1 - 5 \\ a_1 - 6 \\ a_1 - 7 \\ a_1 - 8 \\ a_1 - 9 \\ a_1 - 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 9.1202 \\ 15.88 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5.8798 \\ 9.1202 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a_2 - 1 \\ a_2 - 2 \\ a_2 - 3 \\ a_2 - 4 \\ a_2 - 5 \\ a_2 - 6 \\ a_2 - 7 \\ a_2 - 8 \\ a_2 - 9 \\ a_2 - 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 17 \\ 0 \\ 0 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$F(a_1 - 1, a_1 - 2, a_1 - 3, a_1 - 4, a_1 - 5, a_1 - 6, a_1 - 7, a_1 - 8, a_1 - 9, a_1 - 10, a_2 - 1, a_2 - 2, a_2 - 3, a_2 - 4, a_2 - 5, a_2 - 6, a_2 - 7, a_2 - 8, a_2 - 9, a_2 - 10, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7, R_8, R_9, R_{10}) = 1.1000e + 03.$$

Третье решение сделано с помощью функции "fmincon", которая предназначена для поиска минимума нелинейной функции с ограничениями.

Используется встроенный алгоритм "interior-point".

$$\begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \\ R_6 \\ R_7 \\ R_8 \\ R_9 \\ R_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 13.006 \\ 22.708 \\ 0 \\ 0 \\ 24.286 \\ 0 \\ 8.4224 \\ 41.578 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a_1 - 1 \\ a_1 - 2 \\ a_1 - 3 \\ a_1 - 4 \\ a_1 - 5 \\ a_1 - 6 \\ a_1 - 7 \\ a_1 - 8 \\ a_1 - 9 \\ a_1 - 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 9.104 \\ 15.896 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5.8957 \\ 9.1043 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a_2 - 1 \\ a_2 - 2 \\ a_2 - 3 \\ a_2 - 4 \\ a_2 - 5 \\ a_2 - 6 \\ a_2 - 7 \\ a_2 - 8 \\ a_2 - 9 \\ a_2 - 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 17 \\ 0 \\ 0 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$F(a_1-1, a_1-2, a_1-3, a_1-4, a_1-5, a_1-6, a_1-7, a_1-8, a_1-9, a_1-10, a_2-1, a_2-2, a_2-3, a_2-4, a_2-5, a_2-6, a_2-7, a_2-8, a_2-9, a_2-10, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7, R_8, R_9, R_{10}) = 1.1000e+03.$$

Четвертое решение сделано с помощью функции "fmincon", которая служит для поиска минимума нелинейной функции с ограничениями.

Используется встроенный алгоритм "sqp".

$$\begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \\ R_6 \\ R_7 \\ R_8 \\ R_9 \\ R_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 12.821 \\ 22.894 \\ 0 \\ 0 \\ 24.286 \\ 0 \\ 8.608 \\ 41.392 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a_1-1 \\ a_1-2 \\ a_1-3 \\ a_1-4 \\ a_1-5 \\ a_1-6 \\ a_1-7 \\ a_1-8 \\ a_1-9 \\ a_1-10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8.9744 \\ 16.026 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6.0256 \\ 8.9744 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a_2-1 \\ a_2-2 \\ a_2-3 \\ a_2-4 \\ a_2-5 \\ a_2-6 \\ a_2-7 \\ a_2-8 \\ a_2-9 \\ a_2-10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 17 \\ 0 \\ 0 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$F(a_1-1, a_1-2, a_1-3, a_1-4, a_1-5, a_1-6, a_1-7, a_1-8, a_1-9, a_1-10, a_2-1, a_2-2, a_2-3, a_2-4, a_2-5, a_2-6, a_2-7, a_2-8, a_2-9, a_2-10, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7, R_8, R_9, R_{10}) = 1.1000e+03.$$

Сравнивая результаты работы различных алгоритмов для выбранной модели сети и целевой функции, можно сделать вывод, что алгоритм, предложенный в данной работе, рассчитывает числовое значение минимума целевой функции.

## 4. Обсуждение и выводы

В ходе работы была сформулирована задача параметрического синтеза, которая была сведена к задаче линейного программирования. В качестве переменных в данной задаче выступают контурные интенсивности и пропускные способности каналов. Такой подход в выборе переменных позволил сократить размерность математической модели по сравнению с методами, в которых в качестве переменных выступают потоки по всем беспетельным маршрутам. При такой постановке задача параметрического синтеза может быть использована как самостоятельная задача, а также для нахождения точки начальной итерации при решении нелинейных задач оптимизации и синтеза.

Работа алгоритма продемонстрирована на примере инфокоммуникационной сети: было получено распределение трафика по каналам связи, определены минимально необходимые значения пропускных способностей каналов. Алгоритм учитывает стоимость создания и обслуживания системы за счет включения значения вектора стоимости в целевую функцию. Линеинная целевая функция может быть изменена под потребности каждой конкретной системы, однако работа алгоритма решения задачи синтеза не изменится. Как видно из проведенного моделирования, значения переменных, при которых достигается минимум целевой функции, может быть разным. Это связано с тем, что для передачи информации могут быть использованы маршруты одинаковой стоимости. Таким образом, сформулированная в данной работе задача нахождения маршрутов передачи и связанной с ним пропускной способности канала может иметь более одного решения, при этом найденные решения будут давать одинаковые значения заданной целевой функции. Также можно отметить, что при одинаковой стоимости  $L$  до наступления ограничения  $R < R_{max}$  будут выбираться маршруты, содержащие минимальное число рёбер.

Основными достоинствами предложенного алгоритма являются: возможность синтеза сети вне зависимости от ее структуры и сложности без ограничения на количество узлов и соединений; возможность использования различных целевых функций под определенные задачи инфокоммуникационных систем; алгоритм может быть использован как при проектировании новых сетей, так и при изменении параметров существующих; возможность определения и оптимизации параметров качества обслуживания системы, таких как время задержки передаваемого трафика, вероятность потерь пакетов в системе, загруженность сети и т.д.

Сложность алгоритма получения математической модели можно оценить как произведение числа узлов на число каналов связи и на число источников:  $N(V \cdot E \cdot S)$ . Сложность решения определяется сложностью решения задачи линейного программирования.

Решение задачи контурным методом без использования целевой функции невозможно, так как система ограничений предполагает бесконечное число решений, часть из которых содержит маршруты, трафик по которым будет передаваться по замкнутым маршрутам, что недопустимо.

Дальнейшее усовершенствование алгоритма предполагает использование нелинейной целевой функции и ограничений, а также адаптацию его к беспроводным сетям и сетям с изменяющейся структурой. Это позволит анализировать более сложные процессы в инфокоммуникационных сетях.

## Литература

1. *Листопад Н. И.* Синтез оптимальных сетей телекоммуникаций с учетом обеспечения требований заданного качества обслуживания // Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники. 2014. № 2 (80). С. 159–168.
2. *Моисеев О. В., Фам Т. Ф.* Теоретико-графовая модель телекоммуникационной сети на основе триангуляционного разбиения // Телекоммуникации. 2018. № 2. С. 12–16.
3. *Соколова О. Д.* Графовые модели для задач функционирования современных сетей передачи данных // Проблемы информатики. 2014. № 4 (15). С. 61–68.
4. *Евглевская Н. В., Хмелляр Н. А., Шинкарев С. А.* Построение сети передачи данных как программно-конфигурируемой сети // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2021. № 11. С. 272–278.
5. *Журавель Е. П.* Метод синтеза мультисервисной сети связи // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2018. Т. 12, № 10. С. 4–9.
6. *Горай И. И., Журавлев Д. А., Буцев С. Ф.* Синтез адаптивных сетей связи // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2022. № 3. С. 339–347.
7. *Лисейкин Р. Е.* Алгоритм зонирования региональной мультисервисной сети специального назначения // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2015. № 1. С. 79–83.
8. *Марголис Б. И., Музанна М. М.* Синтез магистральных телекоммуникационных сетей // Программные продукты и системы. 2014. № 1. С. 162–168.
9. *Дмитриев Г. А., Марголис Б. И., Музанна М. М.* Синтез структуры абонентских телекоммуникационных сетей // Программные продукты и системы. 2014. № 1. С. 158–162.
10. *Гутковская О. Л., Пономарев Д. Ю.* Применение ортогональной модели телекоммуникационной сети для решения задачи оптимального распределения трафика // Кибернетика и программирование. 2017. № 1. С. 11–29.
11. *Форд Л., Фалкерсон Д.* Потоки в сетях. М.: Мир, 1965. 269 с.
12. *Бертсекас Д., Галлагер Р.* Сети передачи данных / пер. с англ. М.: Мир, 1989. 544 с.
13. *Вишневский М. В.* Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. М.: Техносфера, 2003. 512 с.
14. *Демичев М. С., Гаипов К. Э.* Алгоритм поиска беспетельных маршрутов // Программные системы и вычислительные методы. 2020. № 4. С. 10–25.

15. *Гаипов К. Э.* Инвариантные методы анализа трафика в распределенных системах обработки информации: диссертация кандидата технических наук. [Место защиты: Сиб. аэрокосм. акад. им. акад. М.Ф. Решетнева]. Красноярск, 2013. 160 с.
16. *Пономарев Д. Ю.* Моделирование и оптимизация распределения трафика в телекоммуникационных сетях: диссертация доктора технических наук [Место защиты: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики]. Новосибирск, 2019. 327 с.
17. *Петров М. Н.* Исследование характеристик распределенных систем телекоммуникаций методом тензорного анализа и теории массового обслуживания: автореферат дис. ... д-ра техн. наук : 05.13.14 : защищена 26.03.1999 / М. Н. Петров; конс. : Г. Г. Яновский, Г. Я. Шайдуров; Краснояр. гос. техн. ун-т. Красноярск, 1999. 42 с.
18. *Головков А. А., Пивоваров И. Ю., Кузнецов И. Р.* Компьютерное моделирование и проектирование радиоэлектронных средств. СПб.: Изд-во Питер, 2015. 208 с.
19. *Клейнрок Л.* Теория массового обслуживания / пер. с англ. И. И. Грушко; ред. В. И. Нейман. М.: Машиностроение, 1979. 432 с.
20. *Лившиц Б. С. и др.* Теория телетрафика: учебник для вузов / 2-е изд., перераб. и доп. М.: Связь, 1979. 224 с.
21. *Винтураль К. П., Пономарев Д. Ю.* Анализ вероятностно-временных характеристик сети по доставке контента // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. Академика М. Ф. Решетнева. 2009. № 1–2 (22). С. 64–68.
22. *Петров М. Н., Пономарев Д. Ю.* Об одном методе оценки вероятностно-временных характеристик сетей обработки информации // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. Академика М. Ф. Решетнева. 2007. № 4 (17). С. 28–31.
23. *Пономарев Д. Ю.* Оценка среднего времени задержки в инфокоммуникационных сетях с использованием методов тензорного анализа // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. Научный журнал. 2018. Т. 6, № 4. С. 155–157.

#### **Гаипов Константин Эдуардович**

к.т.н., доцент, и.о. руководителя, научная лаборатория «Спутниковые телекоммуникационные системы», СибГУ им. М. Ф. Решетнева (660037, Красноярск, просп. им. газеты Красноярский рабочий, 31), e-mail: gaipovke@yandex.ru, ORCID ID: 0000-0003-4146-5763, ResearcherID: GLN-3165-2022.

#### **Крикунов Илья Леонидович**

аспирант 3 курса, младший научный сотрудник, научная лаборатория «Спутниковые телекоммуникационные системы», СибГУ им. М. Ф. Решетнева, e-mail: Zaybernev@mail.ru, ORCID ID: 0000-0001-6749-6942, ResearcherID: GLN-7904-2022.

#### **Демичева Алена Алексеевна**

младший научный сотрудник, научная лаборатория «Спутниковые телекоммуникационные системы», СибГУ им. М. Ф. Решетнева, e-mail: demichevaalena@yandex.ru, ORCID ID: 0000-0003-0980-1616, ResearcherID: GLQ-5782-2022.

#### **Демичев Максим Сергеевич**

аспирант 3 курса, СибГУ им. М. Ф. Решетнева;  
инженер-конструктор по защите информации, Акционерное общество «Научно-производственное предприятие «Радиосвязь» (660021, Красноярск, ул. Декабристов, д. 19), e-mail: mdemichev@yandex.ru, ORCID ID: 0000-0001-7203-841X, ResearcherID: GLQ-5767-2022.

#### **Файзулин Ринат Файтулович**

аспирант 4 курса, СибГУ им. М. Ф. Решетнева, e-mail: faizulin\_rinat@list.ru, ORCID ID: 0009-0003-3115-6737.

*Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*

*Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.*

*Вклад соавторов: Каждый автор внес равную долю участия как во все этапы проводимого теоретического исследования, так и при написании разделов данной статьи.*

## **Problem Solution of Telecommunication Networks Parametric Synthesis by the Loop Method**

Konstantin E. Gaipov<sup>1</sup>, Il'ya L. Krikunov<sup>1</sup>, Alena A. Demicheva<sup>1</sup>,  
Maksim S. Demichev<sup>2</sup>, Rinat F. Fajzulin<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Reshetnev Siberian State University of Science and Technology (Krasnoyarsk, Russia)

<sup>2</sup> Joint Stock Company «Scientific production enterprise «Radiosviaz» (Krasnoyarsk, Russia)

**Abstract:** An algorithm for the parametric synthesis of telecommunication networks based on the criterion of minimizing the total throughput of communication channels is proposed. The problem is formulated in terms of linear programming. A feature of the proposed algorithm for obtaining a mathematical model is the use of the contour method of analysis that describes the distribution of information flows through flows in the fundamental cycles of the graph. A numerical example of the operation of the algorithm is given as well as an analysis of the results obtained.

**Keywords:** network synthesis, contour method, telecommunication network.

**For citation:** Gaipov K. E., Krikunov I. L., Demicheva A. A., Demichev M. S., Fajzulin R. F. Problem solution of telecommunication networks parametric synthesis by the loop method. (in Russian). *Vestnik SibGUTI*, 2023, vol. 17, no. 3, pp. 34-56.  
<https://doi.org/10.55648/1998-6920-2023-17-3-34-56>.



Content is available under the license  
Creative Commons Attribution 4.0  
License

© Gaipov K. E., Krikunov I. L.,  
Demicheva A. A., Demichev M. S.,  
Fajzulin R. F., 2023

The article was submitted: 07.12.2022;  
revised version: 26.01.2023;  
accepted for publication 27.02.2023.

## **References**

1. Listopad N. I. Sintez optimal'nyh setej telekommunikacij s uchetom obespecheniya trebovanij zadannogo kachestva obsluzhivaniya [Synthesis of optimal telecommunications networks taking into account the requirements of a target quality of service]. *Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics*, 2014, no. 2 (80), pp. 159-168.
2. Moiseev O. V., Fam T. F. Teoretiko-grafovaya model' telekommunikacionnoj seti na osnove triangulyacionnogo razbieniya [Graph theoretical model of a telecommunication network based on a triangulation partition]. *Telecommunications*, 2018, no 2, pp. 12-16.
3. Sokolova O. D. Grafovye modeli dlya zadach funkcionirovaniya sovremennyh setej peredachi dannyh [Graph models for the functioning of modern data networks]. *Problems of Informatics*, 2014, no. 4 (15), pp. 61-68.
4. Evglevskaya N. V., Khmel'yar N. A., Shinkarev. S. A. Postroenie seti peredachi dannyh kak programmno-konfiguriruemoy seti [Construction of a data transmission network as a software-configured network]. *News of the Tula State University. Technical science*, 2021, no. 11, pp. 272-278.
5. Zhuravel E. P. Metod sinteza mul'tiservisnoj seti svyazi [Method of synthesis of a multi-service communication network] *T-Comm: Telecommunications and transport*, 2018, vol. 12, no. 10, pp. 4-9.

6. Gorai I. I., Zhuravlev D. A., Butsev S. F. Sintez adaptivnyh setej svyazi [Synthesis of adaptive communication networks]. *Proceedings of the Tula State University. Technical science*, 2022, no. 3, pp. 339-347.
7. Liseykin R. E. Algoritm zonirovaniya regional'noj mul'tiservisnoj seti special'nogo naznacheniya [Zoning algorithm of a regional multi-service network for special purpose]. *T-Comm: Telecommunications and transport*, 2015, no. 1, pp. 79-83.
8. Margolis B. I., Muzanna M. M. Sintez magistral'nyh telekommunikacionnyh setej [Synthesis of back telecommunication networks]. *Software products and systems*, 2014, no. 1, pp. 162-168.
9. Dmitriev G. A., Margolis B. I., Muzanna M. M. Sintez struktury abonentskih telekommunikacionnyh setej [Synthesis of the structure of subscribers' telecommunication networks]. *Software products and systems*, 2014, no. 1, pp. 158-162.
10. Gutkovskaya O. L., Ponomarev D. Yu. Primenenie ortogonal'noj modeli telekommunikacionnoj seti dlya resheniya zadachi optimal'nogo raspredeleniya trafika [Application of orthogonal model of telecommunication network for solving the problem of optimal traffic distribution]. *Cybernetics and Programming*, 2017, no. 1, pp. 11-29.
11. Ford L., Fulkerson D. *Potoki v setyah* [Flows in networks]. Moscow, Mir, 1965. 269 p.
12. Bertsekas D., Gallager R. *Seti peredachi dannykh* [Data transmission networks]. Moscow, Mir, 1989. 544 p.
13. Vishnevsky M. V. *Teoreticheskie osnovy proektirovaniya komp'yuternykh setej* [Theoretical foundations of designing computer networks]. Moscow, Technosphere, 2003. 512 p.
14. Demichev M. S., Gaipov K. E. Algoritm poiska bespetel'nykh marshrutov [Algorithm for searching for loopless routes]. *Software systems and computational methods*, 2020, no. 4, pp. 10 - 25.
15. Gaipov K. E. *Invariantnye metody analiza trafika v raspredelennykh sistemah obrabotki informacii* [Invariant methods of traffic analysis in distributed information processing systems]. Ph. D. thesis. Krasnoyarsk, 2013, 160 p.
16. Ponomarev D. Yu. *Modelirovanie i optimizatsiya raspredeleniya trafika v telekommunikacionnykh setyah*: [Modeling and optimization of traffic distribution in telecommunication networks]. Doctor's degree dissertation. Novosibirsk, 2019, 327 p.
17. Petrov M. N. *Issledovanie harakteristik raspredelennykh sistem telekommunikatsiy metodom tenzornogo analiza i teorii massovogo obsluzhivaniya* [Investigation of the characteristics of distributed telecommunication systems by the method of tensor analysis and the theory of queuing]. Abstract of Doctor's degree dissertation. Krasnoyarsk, 1999. 42 p.
18. Golovkov A. A., Pivovarov I. Yu., Kuznetsov I. R. *Komp'yuternoe modelirovanie i proektirovanie radioelektronnykh sredstv* [Computer modeling and design of radio-electronic means]. Saint Petersburg, Publishing house Peter, 2015.
19. Kleinrock L. *Teoriya massovogo obsluzhivaniya* [Theory of queuing]. Moscow, Mashinostroenie, 1979. 432 p.
20. Livshits B. S., Pshenichnikov A. P., Kharkevich A. D. *Teoriya teletrafika* [The theory of teletraffic]. 2nd ed. Moscow, Communication, 1979. 224 p.
21. Vintural K. P., Ponomarev D. Yu. Analiz veroyatnostno-vremennykh harakteristik seti po dostavke kontenta [Analysis of probabilistic and time characteristics of the network for delivery of content]. *Bulletin of the Siberian State Aerospace University*, 2009, no. 1-2 (22), pp. 64-68.
22. Petrov M. N., Ponomarev D. Yu. Ob odnom metode ocenki veroyatnostno-vremennykh harakteristik setej obrabotki informacii [About one method for evaluation of probabilistic and time characteristics of information processing networks]. *Bulletin of the Siberian State Aerospace University*, 2007, no. 4 (17), pp. 28-31.
23. Ponomarev D. Yu. Ocenka srednego vremeni zaderzhki v infokommunikacionnykh setyah s ispol'zovaniem metodov tenzornogo analiza [Estimation of average delay time in infocommunication networks using methods of tensor analysis] *Modeling, optimization and information technologies*, 2018, vol. 6, no. 4, pp. 155-157.

### Gaipov Konstantin Eduardovich

PhD, associate professor, acting head, scientific laboratory "Satellite Telecommunication Systems", Reshetnev Siberian State University of Science and Technology (660037, Russia, Krasnoyarsk, Krasnoyarsky Rabochy Av., 31), e-mail: gaipovke@yandex.ru, ORCID ID: 0000-0003-4146-5763, ResearcherID: GLN-3165-2022.

**Krikunov Ilya Leonidovich**

3rd year postgraduate student, junior researcher, scientific laboratory "Satellite telecommunication systems", Reshetnev Siberian State University of Science and Technology, e-mail: zaybernev@mail.ru, ORCID ID: 0000-0001-6749-6942, ResearcherID: GLN-7904-2022.

**Demicheva Alena Alekseevna**

Junior researcher, scientific laboratory "Satellite Telecommunication Systems", Reshetnev Siberian State University of Science and Technology, e-mail: demichevalena@yandex.ru, ORCID ID: 0000-0003-0980-1616, ResearcherID: GLQ-5782-2022.

**Demichev Maxim Sergeevich**

3rd year postgraduate student, Reshetnev Siberian State University of Science and Technology;  
Information security design engineer, Joint Stock Company «Scientific and Production Enterprise «Radio-  
osvyaz» (660021, Krasnoyarsk, st. Dekabristov, 19), e-mail: mdemichev@yandex.ru, ORCID ID: 0000-  
0001-7203-841X, ResearcherID: GLQ-5767-2022.

**Fayzulin Rinat Faytulovich**

4th year postgraduate student, Reshetnev Siberian State University of Science and Technology, e-mail: faizulin\_rinat@list.ru, ORCID ID: 0009-0003-3115-6737.