

Исследование распределения статистических параметров системы определения местоположения в сети Wi-Fi

А. С. Брагин

Сибирский гос. унив. телекоммуникаций и информатики (СибГУТИ)

Аннотация: Для определения местоположения мобильного объекта в сети Wi-Fi применяются статистические и эвристические методы принятия решений на основе измерений физических параметров принятого сигнала. Для корректного их использования необходимо знание законов распределения выборочной совокупности измеренных значений. В работе предлагается проверка статистических критериев соответствия выборки нормальному закону. Были применены критерии Пирсона и Колмогорова, полученные результаты подтверждают предложенную гипотезу.

Ключевые слова: беспроводная связь, Wi-Fi, точка доступа, RSSI, зона покрытия, статистические критерии.

Для цитирования: Брагин А. С. Исследование распределения статистических параметров системы определения местоположения в сети Wi-Fi // Вестник СибГУТИ. 2023. Т. 17, № 2. С. 37–43. <https://doi.org/10.55648/1998-6920-2023-17-2-37-43>.



Контент доступен под лицензией
Creative Commons Attribution 4.0
License

© Брагин А. С., 2023

Статья поступила в редакцию 26.12.2022;
принята к публикации 10.01.2023.

1. Введение

В процессе исследования, связанного с построением системы локального позиционирования, экспериментальным путем было установлено, что наиболее точные результаты при определении координат объекта, находящегося внутри здания, обеспечивает метод три- или мультилатерации, который, однако, требует полного знания конфигурации помещений, материала и толщины стен, перегородок и перекрытий. Измерения параметра RSSI (уровень мощности принятого сигнала), применяемые для вычисления расстояния от точек доступа до мобильного объекта, не дают этого знания. Выходом из данной ситуации является применение статистических и эвристических методов принятия решений для грубой оценки местонахождения объекта [1, 2].

К статистическим методам оценки неизвестных параметров распределения относятся:

- метод подстановки;
- метод моментов;
- метод наименьших квадратов;
- метод максимального правдоподобия;
- наивный байесовский подход [3].

Эвристические методы анализа:

- метод взвешенной суммы критериев;
- таксиметрический метод;
- кластерный анализ [4].

Применение указанных выше механизмов требует проверки гипотезы о нормальном распределении выборки измерения параметров.

Существует множество статистических критериев для проверки гипотез, таких как:

- критерий Пирсона;
- критерий Пуассона;
- критерий Колмогорова;
- критерий Смирнова и т.д.

Автором в ходе экспериментального исследования были выбраны критерий Пирсона и критерий Колмогорова, применение которых будет подробно рассмотрено в следующих разделах.

2. Сравнительный анализ применения критериев Пирсона и Колмогорова для проверки гипотезы о нормальности выборочной совокупности измерения уровня сигнала в системе определения местоположения

2.1. Проверка распределения по критерию Пирсона

В ходе проведения экспериментов в опытной зоне системы позиционирования был проведен сбор данных (RSSI) с помощью ПО MultiScanner [5]. В процессе измерения были получены данные, значения которых находятся в диапазоне от -43 до -90 дБм, от 34 точек доступа. Из них были выбраны для дальнейшего анализа результаты, находящиеся в диапазоне от -43 до -66 дБм, и занесены в табл. 1.

Таблица 1. Исходные данные

Уровень мощности сигнала, дБм	(-43; -45)	(-46; -48)	(-49; -51)	(-52; -54)	(-55; -57)	(-58; -60)	(-61; -63)	(-64; -66)
Эмпирические частоты n_i , шт.	12	20	14	19	23	26	24	25

Задача заключается в том, чтобы на уровне значимости $\alpha = 0.025$ проверить гипотезу H_0 о нормальном распределении генеральной совокупности против конкурирующей гипотезы H_1 о том, что совокупность не соответствует нормальному распределению.

Для проверки гипотезы используется критерий согласия Пирсона [6]:

$$\chi^2 = \sum \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}, \quad (1)$$

где n_i – эмпирические частоты;

n'_i – теоретические частоты.

Вводится формула для расчета теоретических частот:

$$n'_i = P_i \cdot N = N \cdot (\Phi(\frac{x_i - x_e}{\delta_e}) - \Phi(\frac{x_{i+1} - x_e}{\delta_e})),$$

где N – общая сумма эмпирических частот;

P_i – теоретическая вероятность попадания значения в заданный интервал;

Φ – функция Лапласа;

x_i и x_{i+1} – границы i -го интервала;

x_g – выборочная средняя измеренных значений;

δ_g – выборочное стандартное отклонение измеренных значений.

Эмпирические частоты известны из предложенного интервального ряда, и необходимо найти теоретические. Для этого нужно вычислить выборочную среднюю x_g и выборочное стандартное отклонение δ_g . При помощи программы Excel эти значения рассчитаны: $x_g = -56.0368$, $\delta_g = 6.608907$.

Далее определяются теоретические вероятности P_i и теоретические частоты n'_i , после чего можно найти количество чисел из выборки объема N , которое должно оказаться в каждом интервале при этом предположении (теоретические частоты). Для этого по таблице значений функции Лапласа найдем вероятность попадания значения в i -й интервал. Умножив полученные вероятности на объем выборки N , найдем теоретические частоты и занесем в табл. 2.

Таблица 2. Вычисление теоретических частот

x_i	x_{i+1}	n_i	P_i	n'_i
-43	-45	12	0.041918	6.832571
-46	-48	20	0.0832	13.56153
-49	-51	14	0.079497	12.95809
-52	-54	19	0.108307	17.654
-55	-57	23	0.120268	19.60364
-58	-60	26	0.108852	17.74281
-61	-63	24	0.154883	25.246
-64	-66	25	0.127205	20.7344
Сумма	$N = 163$			

Дальнейшая задача состоит в том, чтобы оценить, насколько значимо отличаются эмпирические частоты от соответствующих теоретических частот. Найдём критическое значение критерия согласия Пирсона:

$$\chi_{np}^2 = \chi_{np}^2(\alpha, k) = \chi_{np}^2(\alpha, m - r - 1),$$

где α – уровень значимости;

k – количество степеней свободы;

m – количество интервалов;

r – количество оцениваемых параметров рассматриваемого закона распределения.

У нормального закона оцениваются 2 параметра, поэтому:

$$\chi_{np}^2 = \chi_{np}^2(0.025, 8 - 2 - 1) = \chi_{np}^2(0.025, 5) = 12.8.$$

При $\chi_{жсл}^2 > \chi_{np}^2$ нулевая гипотеза отвергается, а при $\chi_{жсл}^2 < \chi_{np}^2$ таких оснований нет.

Вычислим наблюдаемое значение критерия согласно формуле (1) и для этого заполним ещё одну расчётную таблицу.

Таблица 3. Расчет наблюдаемого значения критерия $\chi^2_{жсл}$

n_i	n'_i	$\chi^2_{жсл}$
12	6.832571	3.908093
20	13.56153	3.056726
14	12.95809	0.083776
19	17.654	0.102624
23	19.60364	0.588425
26	17.74281	3.842748
24	25.246	0.061496
25	20.7344	0.877542
Сумма		12.52143

В нижней строке таблицы представлено значение $\chi^2_{жсл} \approx 12,5 < \chi^2_{пр}$, то есть на уровне значимости нет оснований отвергать гипотезу о том, что генеральная совокупность распределена по нормальному закону. Различие между эмпирическими и теоретическими частотами незначительно и обусловлено случайными факторами (случайностью самой выборки, способом группировки данных и т.д.).

2.2. Проверка распределения по критерию Колмогорова

Чтобы полностью удостовериться в правоте предложенной гипотезы о нормальности распределения, воспользуемся критерием Колмогорова с теми же исходными данными (табл. 1) [7].

Найдем точечные оценки параметров распределения. Для этого перейдем к простому вариационному ряду, выбрав в качестве варианта середины интервалов x_i , составим расчетную табл. 4.

Таблица 4. Вводные данные

x_i	n_i	$x_i n_i$	$(x_i - \bar{x})^2 n_i$
-44	12	-528	1696.342655
-47	20	-940	1580.489292
-50	14	-700	485.618578
-53	19	-1007	158.6427415
-56	23	-1288	0.280477248
-59	26	-1534	251.5440551
-62	24	-1488	896.0963529
-65	25	-1625	2074.998118
Сумма	163	-9110	7144.01227

Выборочное среднее:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum x_i n_i = -55.8896,$$

где N – общая сумма эмпирических частот;

x_i – середины интервалов уровня мощности сигнала;

n_i – эмпирические частоты.

Выборочная исправленная дисперсия:

$$S^2 = \frac{1}{N-1} * \sum (x_i - \bar{x})^2 n_i = 44.09884,$$

где N – общая сумма эмпирических частот;

x_i – середины интервалов уровня мощности сигнала;

n_i – эмпирические частоты;

$\bar{x}$ – выборочная средняя.

Выборочное исправленное среднее квадратическое отклонение:

$$S = \sqrt{44.09884} = 6.640696.$$

Предполагаем, что исследуемая величина имеет нормальный закон распределения с рассчитанными параметрами. С помощью критерия Колмогорова проверим, согласуется ли гипотеза с опытными данными на уровне значимости $\alpha = 0.025$. Табличное значение для данного уровня значимости составляет 1.48.

Вычислим теоретические значения функции распределения:

$$F^*(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t-\bar{x})^2}{2S^2}\right) dt = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{x-\bar{x}}{S}\right),$$

где Φ – функция Лапласа;

$\bar{x}$ – выборочная средняя;

x – интервал уровней мощности сигнала.

Найдем наибольшее отклонение, затем вычисляем значение критерия. Результаты заносим в табл. 5.

$$\lambda = \max_{x_i} |F(x_i) - F^*(x_i)| \sqrt{N},$$

где N – общая сумма эмпирических частот;

$F(x_i)$ – нижняя граница функции распределения;

$F^*(x_i)$ – верхняя граница функции распределения.

Таблица 5. Расчет значения критерия

$F^*(x_i)$	$F(x_i)$	$\max F(x_i) - F^*(x_i) $	λ
1.473871	1.449479	0.024	0.306411
1.431788	1.413596	0.018	0.229809
0.785907	0.804218	0.018	0.229809
0.836058	0.853151	0.017	0.217041
0.895379	0.893404	0.002	0.025534
0.846793	0.829393	0.017	0.217041
0.72078	0.724883	0.004	0.051069
0.610982	0.625188	0.014	0.17874
Сумма			1.455455

Так как $\lambda \approx 1.4555 < \lambda_{0.025} = 1.48$, то распределение можно считать нормальным на уровне значимости 0.025.

3. Заключение

При проведении расчётов было показано, что в результате статистического анализа можно проверить математическое правило, в соответствии с которым принимается или отвергается та или иная статистическая гипотеза с заданным уровнем значимости. Построение критерия представляет собой выбор подходящей функции от результатов наблюдений (ряда эмпирически полученных значений), которая служит для выявления меры расхождения между эмпирическими значениями и гипотетическими.

Литература

1. Лизнева Ю. С., Кокорева Е. В., Костюкович А. Е. Прогнозирование местоположения мобильного абонента в сети Wi-Fi // Вестник СибГУТИ. 2022. № 3. С.101–111.
2. Кокорева Е. В., Шурыгина К. И. Повышение точности локального позиционирования оптимизацией размещения точек доступа // Материалы XI Международной научно-технической и научно-методической конференции «Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании» (АПИНО), Санкт-Петербург, 2022. С. 581–585.
3. Roos T., Myllymäki P., Tirri H., Misikangas P. A Probabilistic Approach to WLAN User Location Estimation // International Journal of Wireless Information Networks. 2002. № 9 (3). P. 155–164.
4. Лапченко Д. А. Теория принятия решений. Минск: БНТУ, 2021. 62 с.
5. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022680963 Российская Федерация. Программа измерения и предварительной обработки параметров точек доступа локальной беспроводной сети в целях позиционирования / Шурыгина К. И., Кокорева Е. В.; правообладатель Российская Федерация, от имени которой выступает Министерство цифрового развития, связи и массовых коммуникаций Российской Федерации; заявл. 11.10.2022; опубл. 08.11.2022.
6. Проверка гипотезы о нормальном распределении по критерию Пирсона [Электронный ресурс]. URL: <https://math.semestr.ru/group/example-normal-distribution.php> (дата обращения: 28.11.2022).
7. Критерий согласия Колмогорова [Электронный ресурс]. URL: https://studref.com/552899/matematika_himiya_fizik/kriterii_soglasiya_kolmogorova (дата обращения: 28.11.2022).

Брагин Антон Сергеевич

аспирант СибГУТИ (630102, Новосибирск, ул. Кирова, 86), e-mail: bra-gin_ant@mail.ru, ORCID ID: 0000-0001-9704-9676.

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Research on the Distribution of Statistical Parameters of the Wi-Fi Positioning System

A. S. Bragin

Siberian State University of Telecommunications and Information Science (SibSUTIS)

Abstract: Statistical and heuristic decision-making methods based on measurements of the received signal physical parameters are used to determine the location of a mobile object in the Wi-Fi network. It is necessary to know the distribution laws of the measured values' samples to use them correctly. In this paper, it is proposed to test the statistical criteria for the compliance of the sample with the normal law. Pearson and Kolmogorov criteria were applied. The obtained results confirm the proposed hypothesis.

Keywords: wireless communication, Wi-Fi, access point, RSSI, coverage area, statistical criteria.

For citation: Bragin A. S. Research on the distribution of statistical parameters the Wi-Fi positioning system (in Russian). *The SibSUTIS Bulletin*, 2023, vol. 17, no. 2, pp. 37-43. <https://doi.org/10.55648/1998-6920-2023-17-2-37-43>.



Content is available under the license
Creative Commons Attribution 4.0
License

© Bragin A. S., 2023

The article was submitted: 26.12.2022;
accepted for publication 10.01.2023.

References

1. Lizneva Yu. S., Kokoreva E. V., Kostyukovich A. E. Prognozirovaniye mestopolozheniya mobil'nogo abonenta v seti Wi-Fi [Forecasting the location of a mobile subscriber on a Wi-Fi network]. *Vestnik SibGUTI*, 2022, no. 3, pp.101-111.
2. Kokoreva E.V., Shurygina K.I. Povyshenie tochnosti lokal'nogo pozitsionirovaniya optimizatsiei razmeshcheniya tochek dostupa [Improving the accuracy of local positioning by optimizing the placement of access points]. *Aktual'nye problemy infotelekkommunikatsii v nauke i obrazovanii (APINO 2022). XI Mezhdunarodnaya nauchno-tekhnicheskaya i nauchno-metodicheskaya konferentsiya*, Saint-Petersburg, 2022, pp. 581-585.
3. Roos T., Myllymäki P., Tirri H., Misikangas P. A Probabilistic Approach to WLAN User Location Estimation. *International Journal of Wireless Information Networks*, 2002, no. 9(3), pp. 155-164.
4. Lapchenko D. A. *Teoriya prinyatiya reshenii* [Theory of decision-making]. Minsk, BNTU, 2021. 62 p.
5. Shurygina K.I., Kokoreva E.V. *Svidetel'stvo o gosudarstvennoi registratsii programmy dlya EVM no. 2022680963. Programma izmereniya i predvaritel'noi obrabotki parametrov tochek dostupa lokal'noi besprovodnoi seti v tselyakh pozitsionirovaniya* [Certificate of state registration of the computer program no. 2022680963. A program for measuring and preprocessing the parameters of access points of a local wireless network for positioning purposes]. Copyright holder of the Russian Federation, on behalf of which the Ministry of Digital Development, Communications and Mass Communications of the Russian Federation acts; appl. 11.10.2022; publ. 08.11.2022.
6. *Proverka gipotezy o normal'nom raspredelenii po kriteriyu Pirsona* [Verification of the hypothesis of normal distribution according to the Pearson criterion], available at: <https://math.semestr.ru/group/example-normal-distribution.php> (accessed 28.11.2022).
7. *Kriterii soglasiya Kolmogorova* [Kolmogorov's criterion of consent], available at: https://studref.com/552899/matematika_himiya_fizik/kriterii_soglasiya_kolmogorova (accessed 28.11.2022).

Anton S. Bragin

Postgraduate student, Siberian State University of Telecommunications and Information Science (SibSUTIS, 630102, Novosibirsk, Kirova str., 86), e-mail: bragin_ant@mail.ru, ORCID ID: 0000-0001-9704-9676.