УДК 62-192+519.711.3

Модель надежности объекта в условиях недостоверного контроля с регулярным периодом

Б. П. Зеленцов, А. С. Трофимов

Приведена аналитическая модель надёжности объекта, охваченного контролем с регулярным периодом между проверками. Учтены ошибки контроля I и II рода. Модель базируется на теории полумарковских процессов с использованием матричных методов математических операций. Результатом являются формулы расчёта коэффициента готовности, коэффициента неготовности и других показателей надёжности и эксплуатации объекта.

Ключевые слова: надёжность объекта длительного использования, регулярный период контроля, ошибки контроля I и II рода.

1. Введение

Для обеспечения необходимого уровня надёжности производится контроль состояния, под которым понимают операции, выполняемые автоматически или вручную с целью определения и квалификации состояния объекта. Известны публикации, посвящённые математическому моделированию процессов функционирования объектов с различными вариантами контроля состояния. В ряде работ исследованы процессы функционирования объектов при случайном времени между проверками (напр., [7, 13]) или с постоянным временем между проверками (напр., [5, 8, 12, 14]). Имеются работы, в которых учтена недостоверность системы контроля [2, 3, 6].

Целью статьи является разработка математической модели надёжности объекта, проверки технического состояния которого проводятся с постоянным, заранее установленным периодом. Модель разработана на простом примере, в ней учтены условия недостоверного контроля в виде ошибок контроля I и II рода. Модель доведена до расчётных формул для показателей надёжности. Разработанная модель основана на теории полумарковских процессов, при этом фиксируются состояния, связанные с контролем состояния и восстановления объекта.

2. Постановка задачи

Итак, для обеспечения необходимого уровня надёжности объект подвергается периодическим проверкам, которые проводятся с постоянным периодом. Будем называть периодом интервал времени между двумя последовательными проверками, в течение которого объект используется по назначению, находясь в работоспособном или неработоспособном состоянии, – точнее, интервал времени между завершением восстановления или предыдущей проверки и началом последующей. Между проверками может произойти отказ объекта, в результате чего он переходит из работоспособного состояния в неработоспособное. Объект используется по назначению как в работоспособном, так и в неработоспособном состоянии.

Если проверке подвергается работоспособный объект, то после проверки он должен возвратиться на функционирование, однако в результате ошибки контроля I рода он может попасть на восстановление. Если же проверяется неработоспособный объект, то после проверки он направляется на восстановление, однако в результате ошибки контроля II рода он может использоваться по назначению в неработоспособном состоянии. После восстановления объект возвращается на функционирование в работоспособном состоянии.

Если работоспособное состояние является начальным состоянием периода, то на этом периоде отказ может произойти или не произойти, то есть на этом периоде объект используется либо полностью работоспособным, либо работоспособным на части периода. Если же начальным является неработоспособное состояние, то на всём последующем периоде объект будет неработоспособным.

Отметим особенности приведённой модели:

1) отказы объекта обнаруживаются при проведении проверки;

2) при проведении проверки могут быть ошибки контроля I и II рода;

3) после обнаружения отказа производится восстановление объекта;

4) процесс эксплуатации объекта является однородным, то есть вероятностные характеристики событий и состояний не изменяются во времени.

С учётом приведённых особенностей и условий эксплуатации объекта целесообразно ввести периоды трёх видов:

1) период, на котором объект работоспособен на всём периоде;

2) период, на котором объект частично работоспособен (внутри периода происходит отказ);

3) период, на котором объект неработоспособен на всём периоде.

3. Диаграмма состояний

В соответствии с приведёнными условиями составлена диаграмма состояний объекта (рис. 1).

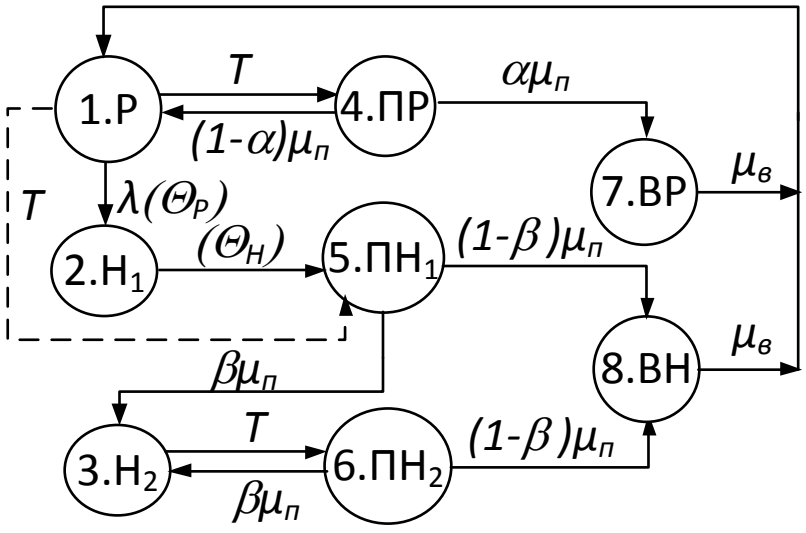

Рис. 1. Диаграмма состояний объекта

На диаграмме обозначено: Р – работоспособное состояние; $Н_1$ – неработоспособное состояние, являющееся следствием отказа на периоде, на котором объект частично работоспособен; $Н_2$ – неработоспособное состояние, являющееся результатом ошибки контроля II рода (это состояние является начальным на периоде, на котором объект неработоспособен на всём периоде); ПР – проверка работоспособного объекта; $ПН_1$ и $ПН_2$ – проверка неработоспособного объекта соответственно на периодах, на которых объект частично работоспособен или

неработоспособен на всём периоде; ВР и ВН – восстановление работоспособного и неработоспособного объектов соответственно.

На диаграмме показаны следующие исходные числовые характеристики: T – постоянный период между проверками; λ – интенсивность отказов; $\mu_в$ – интенсивность завершения восстановления; $\mu_п$ – интенсивность завершения проверки; α и β – вероятности ошибок контроля I и II рода соответственно; $\theta_р$ и $\theta_н$ – среднее время работоспособного и неработоспособного состояний на периоде, на котором происходит отказ.

Необходимость разбиения неработоспособного состояния на два состояния H_1 и H_2 обусловлена тем, что переход 1 → 2 в состояние H_1 происходит на периоде с начальным работоспособным состоянием, а неработоспособное состояние H_2 является начальным состоянием периода, на котором объект неработоспособен. Состояние H_2 является результатом ошибки контроля II рода.

Итак, период, на котором объект частично работоспособен, разбивается на две части: в первой части объект является работоспособным, а во второй – неработоспособным.

На диаграмме отображён механизм ухудшения надёжности объекта в результате ошибок контроля: ошибка контроля I рода уменьшает время функционирования работоспособного объекта, а ошибка контроля II рода увеличивает время функционирования неработоспособного объекта. Таким образом, оба рода ошибок контроля ухудшают надёжность.

В дальнейшем принято, что продолжительности проверок и восстановления являются пренебрежимо малыми по сравнению с периодом T. Поэтому принято, что $\mu_п = \infty$ и $\mu_в = \infty$.

4. Переходы между состояниями на одном периоде

Итак, регулярные проверки проводятся с постоянным периодом T, который устанавливается после восстановления или после очередной регулярной проверки объекта. Возможны следующие переходы из состояния 1 на интервале [0; T]:

1) если на этом интервале отказ не происходит, то в конце интервала при $t = T$ производится проверка работоспособного объекта (переход 1 → 4);

2) если на интервале наступает отказ, то после этого объект остается в состоянии 2, затем в конце интервала при $t = T$ производится проверка неработоспособного объекта (переход 1 → 2 → 5).

При начальном состоянии 1 система дифференциальных уравнений равновесия на интервале [0; T] состоит из двух уравнений:

$$p'_1(t) = -\lambda p_1(t); \quad p'_2(t) = \lambda p_1(t). \tag{1}$$

Решение этих уравнений на интервале [0; T] при начальном условии $p_1(0) = 1$ имеет вид:

$$p_1(t) = e^{-\lambda t}; \quad p_2(t) = 1 - e^{-\lambda t}. \tag{2}$$

Из (2) следуют вероятности попадания в состояния 4 и 5 в конце интервала с начальным состоянием 1:

$$p_{14} = p_1(T) = e^{-\lambda T}; \quad p_{12} = p_2(T) = 1 - e^{-\lambda T}. \tag{3}$$

Переход 2 → 5 является достоверным, поэтому $p_{25} = 1$. Если состояние 3 является начальным состоянием периода, то переход 3 → 6 является достоверным, то есть вероятность этого перехода $p_{36} = 1$.

Переходы, связанные с ошибками контроля, пропорциональны соответствующим вероятностям ошибок контроля:

$$p_{41} = 1-\alpha; \quad p_{47} = \alpha; \quad p_{53} = \beta; \quad p_{58} = 1-\beta; \quad p_{63} = \beta; \quad p_{68} = 1-\beta. \tag{4}$$

Приведённые вероятности являются вероятностями прохождений [3, 5]: p_{ij} – это условная вероятность непосредственного перехода из i-го состояния в j-е состояние при условии, что i-е состояние меняется. Вероятности прохождений описывают процесс в момент перемены состояния, поэтому $p_{ii} = 0$ для всех состояний. Вероятности p_{ij} называют ещё переходными вероятностями вложенной цепи.

Введём параметр $\rho = \lambda T$. С помощью него два исходных параметра заменяются на один. Смысл этого параметра состоит в том, что он представляет собой среднее число отказов объекта в течение интервала времени T.

Вероятности прохождений на множестве состояний удобно записывать в виде матрицы P:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1-e^{-\rho} & 0 & e^{-\rho} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1-\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \beta & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-\beta \\ 0 & 0 & \beta & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-\beta \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Циклическое функционирование объекта

Восстановление, являющееся видом технического обслуживания, прерывает использование объекта по назначению. Поэтому восстановление можно рассматривать как границу между двумя последовательностями периодов – до восстановления и после восстановления.

Эксплуатацию объекта во времени можно представить в виде циклов. Цикл эксплуатации объекта состоит в его использовании по назначению совместно с проверками и следующем за этим восстановлении. Другими словами, цикл эксплуатации состоит из нескольких периодов между двумя восстановлениями и самого восстановления.

В соответствии с представлением эксплуатации объекта в виде циклов множество состояний разбивается на два подмножества: $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; $V = \{7, 8\}$. Таким образом, цикл эксплуатации объекта заключается в нахождении в подмножестве U и следующем за ним пребывании в подмножестве V (или наоборот, нахождение в подмножестве V и следующее за ним пребывание в подмножестве U).

Итак, эксплуатация объекта может быть представлена в виде циклов, которые заключаются в переходах между подмножествами состояний: $U \to V \to U \to V \to \ldots$ Опишем переходы внутри циклов и между циклами. Для этого матрицу разобьём на четыре подматрицы в соответствии с приведённым разбиением множества состояний на два подмножества:

$$P = \begin{pmatrix} P_{UU} & P_{UV} \\ P_{VU} & P_{VV} \end{pmatrix},$$

где P_{UU} (P_{VV}) – подматрица вероятностей прохождений внутри подмножества U (V); P_{UV} (P_{VU}) – подматрица вероятностей прохождений между подмножествами $U \to V$ ($V \to U$). Эти подматрицы получают путём удаления из матрицы P соответствующих строк и столбцов:

$$P_{UU} = \begin{pmatrix} 0 & 1-e^{-\rho} & 0 & e^{-\rho} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1-\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad P_{UV} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \alpha & 0 \\ 0 & 1-\beta \\ 0 & 1-\beta \end{pmatrix}, \quad P_{VU} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$P_{VV} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Переходы между подмножествами U и V описываются матрицами вероятностей попаданий B_{UV} и B_{VU}, которые содержат информацию о пребывании объекта внутри одного подмножества и о переходе в другое подмножество [3, 4, 10]:

$$B_{UV} = \left\| b_{UV}(i,j) \right\| = (E - P_{UU})^{-1} \cdot P_{UV} = \frac{1}{\Delta} \cdot \begin{pmatrix} \alpha \cdot e^{-\rho} & 1 - e^{-\rho} \\ 0 & \Delta \\ 0 & \Delta \\ \alpha & (1-\alpha)\cdot(1-e^{-\rho}) \\ 0 & \Delta \\ 0 & \Delta \end{pmatrix}, \tag{5}$$

$$B_{VU} = \left\| b_{VU}(i,j) \right\| = (E - P_{VV})^{-1} \cdot P_{VU} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{6}$$

где $\Delta = 1 - (1-\alpha)\cdot e^{-\rho}$; $b_{UV}(i,j)$ [$b_{VU}(i,j)$] – вероятность того, что при переходе $U \to V$ [$V \to U$] объект попадёт в состояние $j \in V$ [$j \in U$] при условии, что состояние $i \in U$ [$i \in V$] является начальным.

Переходы между двумя соседними циклами описываются вероятностями возвращения: $a_U(i,j)$ [$a_V(i,j)$] – вероятность того, что объект попадёт в состояние $j \in U$ [$j \in V$] при возвращении из V в U [из U в V] при условии, что состояние $i \in U$ [$i \in V$] является начальным на предыдущем цикле. Эти вероятности также удобно выразить в виде матриц вероятностей возвращения A_U и A_V [3, 4]:

$$A_U = \left\| a_U(i,j) \right\| = B_{UV} \cdot B_{VU} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \tag{7}$$

$$A_V = \left\| a_V(i,j) \right\| = B_{VU} \cdot B_{UV} = \frac{1}{\Delta} \cdot \begin{pmatrix} \alpha \cdot e^{-\rho} & 1 - e^{-\rho} \\ \alpha \cdot e^{-\rho} & 1 - e^{-\rho} \end{pmatrix}. \tag{8}$$

Легко проверить, что матрицы B_{UV}, B_{VU}, A_U и A_V являются стохастическими. Из матриц (6) и (7) следует, что состояние 1 всегда является начальным при переходе $V \to U$ и при возвращении в подмножество U.

Отметим, что проведённые здесь и далее вычисления и преобразования выполнены в системе Mathcad.

6. Относительные частоты состояний

В основе приведённой модели лежат средние относительные частоты состояний подмножества. Матрица относительных частот подмножества U вычисляется по формуле [3, 5]:

$$N_U = \left\| n_U(i,j) \right\| = (E - P_{UU})^{-1}, \tag{9}$$

где E – единичная матрица; $n_U(i,j)$ – средняя относительная частота j-го состояния, определяемая как среднее число попаданий (вхождений) в j-е состояние до выхода из подмножества U при условии, что i-е состояние является начальным при вхождении в подмножество U.

Подчеркнём, что $n_U(i,j)$ – это среднее число попаданий в j-е состояние на цикле эксплуатации объекта.

Из матриц вероятностей попадания и вероятностей возвращения видно, что состояние 1 всегда является начальным состоянием при переходе $V \to U$ и при возвращении в подмножество U. Поэтому средние относительные частоты состояний можно представить одной строкой, которая является первой строкой матрицы N_U (эта строка соответствует состоянию 1):

$$\bar{n}_U = \|n_U(1,j)\| = \frac{1}{\Delta}\left\| 1 \quad 1-e^{-\rho} \quad \frac{\beta}{1-\beta}(1-e^{-\rho}) \quad e^{-\rho} \quad 1-e^{-\rho} \quad \frac{\beta}{1-\beta}(1-e^{-\rho}) \right\|, \tag{10}$$

где $\Delta = 1-(1-\alpha)e^{-\rho}$.

Итак, средние относительные частоты состояний подмножества U вычисляются по формулам:

$$n_U(1,1) = \frac{1}{\Delta};\ n_U(1,2) = n_U(1,5) = \frac{1-e^{-\rho}}{\Delta};\ n_U(1,3) = n_U(1,6) = \frac{\beta\cdot(1-e^{-\rho})}{(1-\beta)\Delta};\ n_U(1,4) = \frac{e^{-\rho}}{\Delta}. \tag{11}$$

Видно, что $n_U(1,4) + n_U(1,5) = n_U(1,1)$. Видно также, что $n_U(1,5) < 1$ при $\alpha > 0$. Однако $n_U(1,5) = 1$ при $\alpha = 0$, то есть при отсутствии ошибки контроля I рода период, на котором объект частично работоспособен, всегда будет ровно один.

7. Показатели эксплуатации и надёжности объекта

Перейдём к расчёту временны*х* характеристик. Сразу отметим, что вероятности прохождений не содержат информации о продолжительности состояний. Они позволяют произвести расчёт числа событий, но не продолжительности состояний.

Если состояние 1 является начальным состоянием периода, то возможен переход 1 → 4 с вероятностью p_{14} или переход 1 → 2 с вероятностью p_{12}. При переходе 1 → 4 имеет место работоспособный период с продолжительностью T, а при переходе 1 → 2 объект сначала находится в работоспособном состоянии со средним временем $\theta_{\text{р}}$, затем переходит в неработоспособное состояние со средним временем $\theta_{\text{н}}$ (эти времена указаны на диаграмме):

$$\theta_{\text{р}} = \int_0^T p_1(t)dt = \frac{1-e^{-\rho}}{\rho}T;\ \theta_{\text{н}} = \int_0^T p_2(t)dt = \frac{\rho-(1-e^{-\rho})}{\rho}T. \tag{12}$$

Видно, что $\theta_{\text{р}} + \theta_{\text{н}} = T$.

Найдём среднее время работоспособного состояния и среднее время неработоспособного состояния на одном цикле, $t_{\text{р}}$ и $t_{\text{н}}$ соответственно. Среднее число работоспособных периодов равно $n_U(1,4)$, а частично работоспособных периодов – $n_U(1,5)$. Поэтому

$$t_{\text{р}} = n_U(1,4)\cdot T + n_U(1,5)\cdot\theta_{\text{р}} = \frac{\rho\cdot e^{-\rho} + (1-e^{-\rho})^2}{\rho\cdot\Delta}T; \tag{13}$$

$$t_{\text{н}} = n_U(1,3)\cdot T + n_U(1,5)\cdot\theta_{\text{н}} = \frac{(1-e^{-\rho})\cdot[\rho-(1-\beta)\cdot(1-e^{-\rho})]}{(1-\beta)\cdot\rho\cdot\Delta}T. \tag{14}$$

Среднее время цикла

$$t_{\text{ц}} = t_{\text{р}} + t_{\text{н}} = \frac{(1-\beta\cdot e^{-\rho})}{(1-\beta)\cdot\Delta}T. \tag{15}$$

В соответствии с [1] при расчете коэффициентов готовности и неготовности могут исключаться планируемые периоды, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается. Будем относить периодические проверки и восстановление к периодам, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается. Это обстоятельство подтверждает обоснованность ранее введённого условия $\mu_{\text{п}} = \infty$ и $\mu_{\text{в}} = \infty$. С учётом этого

стационарные коэффициенты готовности и неготовности при исключенных проверках и восстановлении вычисляются по формулам:

$$K_{\text{г}} = \frac{t_{\text{р}}}{t_{\text{ц}}} = \frac{(1-\beta)\cdot[\rho\cdot e^{-\rho} + (1-e^{-\rho})^2]}{(1-\beta\cdot e^{-\rho})\cdot\rho}; \tag{16}$$

$$K_{\text{н}} = \frac{t_{\text{н}}}{t_{\text{ц}}} = \frac{(1-e^{-\rho})\cdot[\rho-(1-\beta)\cdot(1-e^{-\rho})}{(1-\beta\cdot e^{-\rho})\cdot\rho}. \tag{17}$$

Проверка показывает, что $K_{\text{г}} + K_{\text{н}} = 1$.

Видно, что среднее время работоспособного состояния и среднее время неработоспособного состояния зависят от вероятности ошибки контроля I рода. Однако стационарные коэффициенты готовности и неготовности не зависят от этого параметра. Это обстоятельство объясняется тем, что средние времена работоспособного и неработоспособного состояний и среднее время цикла уменьшаются в одинаковой пропорции, поэтому их отношение не зависит от параметра α.

Замечание. При необходимости может быть вычислен также коэффициент технического использования, в котором учитывается время простоев, обусловленных проверками и восстановлением объекта [1].

Частный случай при идеальном, то есть при достоверном, контроле, при котором $\alpha = 0$, $\beta = 0$, полностью согласуется с прежними материалами:

$$\Delta = 1 - e^{-\rho};\ t_{\text{р}} = \frac{\rho\cdot e^{-\rho} + (1-e^{-\rho})^2}{\lambda\cdot(1-e^{-\rho})};\ t_{\text{н}} = \frac{\rho-(1-e^{-\rho})}{\lambda};\ t_{\text{ц}} = \frac{T}{1-e^{-\rho}}; \tag{18}$$

$$K_{\text{г}} = \frac{\rho\cdot e^{-\rho} + (1-e^{-\rho})^2}{\rho};\quad K_{\text{н}} = \frac{(1-e^{-\rho})\cdot[\rho-(1-e^{-\rho})]}{\rho}. \tag{19}$$

На основе приведённых моделей можно рассчитать другие показатели, характеризующие эксплуатацию и надёжность объекта при оговоренных условиях ($\mu_{\text{п}} = \infty$, $\mu_{\text{в}} = \infty$). К ним относятся:

– средняя частота восстановлений, или среднее число восстановлений в единицу времени $\omega_{\text{в}} = 1/t_{\text{ц}}$;

– средняя частота проверок, или среднее число проверок в единицу времени $\omega_{\text{п}} = \omega_{\text{в}} \cdot n_{\text{п}}$.

Следует отметить, что в некоторых областях деятельности средняя частота проверок $\omega_{\text{п}}$ характеризует трудоемкость контрольных операций.

С помощью относительных частот состояний может быть найдено среднее число периодов на одном цикле, которое складывается из числа попаданий в состояние 1 и числа попаданий в состояние 3. Поэтому среднее число периодов на одном цикле составит

$$n_{\text{пер}} = n_U(1,1) + n_U(1,3) = \frac{1-\beta\cdot e^{-\rho}}{(1-\beta)\cdot\Delta}. \tag{20}$$

С другой стороны, число проверок на одном цикле складывается из чисел попадания в состояния 4, 5, 6. Поэтому среднее число проверок на одном цикле составит

$$n_{\text{пр}} = n_U(1,4) + n_U(1,5) + n_U(1,6) = \frac{1-\beta\cdot e^{-\rho}}{(1-\beta)\cdot\Delta}. \tag{21}$$

Параметр $n_{\text{пр}}$ имеет смысл среднего числа проверок, приходящегося на одно восстановление в процессе эксплуатации. Видно, что $n_{\text{пер}} = n_{\text{пр}}$, так как каждый период заканчивается проверками.

Среднее время цикла может быть также вычислено с использованием параметра $n_{\text{пер}}$:

$$t_{\text{ц}} = n_{\text{пер}}\cdot T = \frac{(1-\beta\cdot e^{-\rho})}{(1-\beta)\cdot\Delta}T. \tag{22}$$

Приведённая модель может быть использована для оценки исходных параметров, влияющих на надёжность объекта. В частности, может быть оценена вероятность ошибки контроля I рода, если по результатам статистических наблюдений при эксплуатации объекта может быть оценена вероятность попадания или возвращения в состояние 7 как доля числа восстановлений, при которых объект был работоспособным. Модель позволяет установить связь между этой вероятностью и исходными параметрами [11]:

$$b_{UV}(1,7) = a_V(7,7) = \frac{\alpha \cdot e^{-\rho}}{1-(1-\alpha)\cdot e^{-\rho}}. \qquad (23)$$

По этой формуле может быть оценена вероятность ошибки контроля I рода при других известных параметрах.

8. Исследование коэффициента неготовности

Определяющим фактором для значения коэффициента неготовности является время нахождения в неработоспособных состояниях на одном цикле. Исследуем вклад в ненадёжность каждого неработоспособного состояния и зависимость этого вклада от исходных характеристик. Среднее время нахождения в неработоспособных состояниях состоит из двух слагаемых:

1) среднего времени нахождения в состоянии H_1:

$$t_{н1} = n_U(1,5)\cdot\theta_н = \frac{(1-e^{-\rho})\cdot[\rho-(1-e^{-\rho})]}{\rho\cdot\Delta}T. \qquad (24)$$

2) среднего времени нахождения в состоянии H_2:

$$t_{н2} = n_U(1,3)\cdot T = \frac{\beta\cdot(1-e^{-\rho})}{(1-\beta)\cdot\Delta}T. \qquad (25)$$

Сумма средних времён $t_{н1}$ и $t_{н2}$ равна среднему времени нахождения в неработоспособных состояниях на одном цикле, приведённая в (13). Вклад каждой составляющей может быть оценён по доле времени нахождения в каждом состоянии $\delta_{н1}$ и $\delta_{н2}$ соответственно:

$$\delta_{н1} = \frac{t_{н1}}{t_н} = \frac{(1-\beta)\cdot[\rho-(1-e^{-\rho})]}{\rho-(1-\beta)\cdot(1-e^{-\rho})}; \qquad \delta_{н2} = \frac{t_{н2}}{t_н} = \frac{\beta\cdot\rho}{\rho-(1-\beta)\cdot(1-e^{-\rho})}. \qquad (26)$$

Расчётные значения коэффициента неготовности согласно (17) в зависимости от параметров β и ρ приведены в табл. 1. На рис. 2 приведены графики зависимости коэффициента неготовности от параметров β = 0; 0,001; 0,01; 0,1 и ρ. На графике используется логарифмическая шкала координат по оси ординат и абсцисс.

Таблица 1. Зависимость коэффициента неготовности $K_н$ от параметров β и ρ

ρ \ β	0	0.001	0.01	0.05	0.1	0.2	0.3
10^{-6}	$5.00\cdot10^{-13}$	$1.00\cdot10^{-9}$	$1.01\cdot10^{-8}$	$5.26\cdot10^{-8}$	$1.11\cdot10^{-7}$	$2.50\cdot10^{-7}$	$4.29\cdot10^{-7}$
10^{-5}	$5.00\cdot10^{-11}$	$1.01\cdot10^{-8}$	$1.01\cdot10^{-7}$	$5.26\cdot10^{-7}$	$1.11\cdot10^{-6}$	$2.50\cdot10^{-6}$	$4.29\cdot10^{-6}$
10^{-4}	$5.00\cdot10^{-9}$	$1.05\cdot10^{-7}$	$1.02\cdot10^{-6}$	$5.27\cdot10^{-6}$	$1.11\cdot10^{-5}$	$2.50\cdot10^{-5}$	$4.29\cdot10^{-5}$
10^{-3}	$5.00\cdot10^{-7}$	$1.50\cdot10^{-6}$	$1.06\cdot10^{-5}$	$5.31\cdot10^{-5}$	$1.12\cdot10^{-4}$	$2.50\cdot10^{-4}$	$4.29\cdot10^{-4}$
10^{-2}	$4.96\cdot10^{-5}$	$5.95\cdot10^{-5}$	$1.50\cdot10^{-4}$	$5.73\cdot10^{-4}$	$1.15\cdot10^{-3}$	$2.53\cdot10^{-3}$	$4.30\cdot10^{-3}$
0.1	$4.60\cdot10^{-3}$	$4.70\cdot10^{-3}$	$5.56\cdot10^{-3}$	$9.56\cdot10^{-3}$	$1.50\cdot10^{-2}$	$2.77\cdot10^{-2}$	$4.36\cdot10^{-2}$
1	$2.33\cdot10^{-1}$	$2.33\cdot10^{-1}$	$2.37\cdot10^{-1}$	$2.57\cdot10^{-1}$	$2.83\cdot10^{-1}$	$3.37\cdot10^{-1}$	$3.96\cdot10^{-1}$

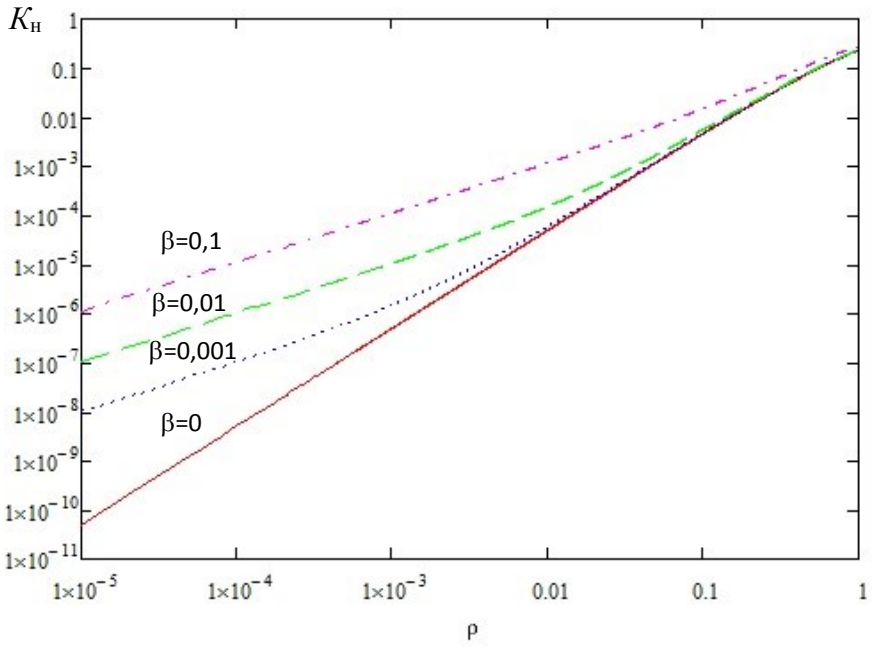

Рис. 2. Графики зависимости коэффициента неготовности от параметров β и ρ

Из приведенных зависимостей следует существенная зависимость коэффициента неготовности как от параметра ρ, так и от вероятности ошибки контроля II рода. Параметр ρ пропорционален интенсивности отказов объекта, поэтому его можно назвать приведённой интенсивностью отказов объекта, то есть интенсивность отказов объекта приведена к периоду между проверками.

Итак, при увеличении приведённой интенсивности отказов от 10^{-6} до 10^{-2} коэффициент неготовности увеличивается на 4 порядка и более. А возрастание вероятности ошибки контроля II рода приводит к существенному возрастанию коэффициента неготовности при малых значениях приведённой интенсивности, а при больших значениях приведённой интенсивности возрастание коэффициента неготовности является не столь существенным.

В некоторых публикациях использована марковская модель переходов между состояниями, в которой попадание в неработоспособное состояние происходит на последнем периоде в начальный момент этого периода. В результате среднее время неработоспособного состояния на одном цикле равно среднему времени одного периода. Такой подход может привести к большой погрешности при расчёте показателей надёжности. Мы считаем более правильным учитывать отказ объекта не в начале последнего периода, а в случайный момент времени между двумя проверками. Подобное исследование модели надёжности объекта при регулярных проверках было проведено в [8], однако ошибки контроля не были учтены.

9. Заключение

Итак, приведённая модель с постоянным периодом между проверками позволила получить зависимости показателей надёжности и эксплуатации объекта от исходных параметров: интенсивности отказов, периодичности проверок, ошибок контроля. Отметим особенности этой модели.

1. Коэффициенты готовности и неготовности не зависят от вероятности ошибки контроля I рода. Причина этого заключается в том, что среднее время работоспособного состояния и среднее время неработоспособного состояния на одном цикле уменьшаются в одинаковой пропорции, зависящей от вероятности ошибки контроля I рода. Поэтому их отношение не зависит от этого параметра. Однако другие показатели зависят от этого параметра.

2. Отказ объекта происходит внутри периода, то есть переход из работоспособного состояния в неработоспособное происходит не в начале периода, а внутри периода между проверками.

3. Отсчёт времени до очередной проверки производится от начального состояния, которое может быть как работоспособным, так и неработоспособным в результате ошибки контроля II рода.

4. Неработоспособное состояние со средней продолжительностью одного периода может быть только на периоде с начальным неработоспособным состоянием. Такая ситуация может быть, в частности, в результате ошибки контроля II рода.

Литература

1. ГОСТ 27.002-2015. Надежность в технике. Термины и определения.
2. *Зеленцов Б. П., Максимов В. П., Шувалов В. П.* Модель функционирования линии связи в условиях недостоверного контроля // Вестник СибГУТИ. 2015. № 3. С. 35–43.
3. *Зеленцов Б. П.* Матричные методы моделирования однородных марковских процессов. Palmarium Academic Publishing, 2017. 133 с.
4. *Зеленцов Б. П.* Матричные модели функционирования оборудования систем связи // Вестник СибГУТИ. 2015. № 4. С. 62–73.
5. *Hermanns H. et al*. A tool for model-checking Markov chains // Article in International Journal on Software Tools for Technology Transfer. February 2003. № 4. P. 153–172.
6. *Зеленцов Б. П.* Определение показателей надёжности электронного оборудования по данным эксплуатационных испытаний // Вестник СибГУТИ. 2018. № 4. С. 3–14.
7. *O'Connor P. D. T., Kleyner A.* Practical Reliability Engineering. 5th ed. John Wiley & Sons, 2012. 504 p.
8. *Зеленцов Б. П., Трофимов А. С.* Модель функционирования системы релейной защиты при регулярных проверках // Вестник СибГУТИ. 2017. № 4. С. 56–66.
9. *Kiel E. S., Kjølle G. H.* Reliability of Supply and the Impact of Weather Exposure and Protection System Failures // Applied Sciences. 2021. № 11 (1). 182. https://doi.org/10.3390/app11010182.
10. *Зеленцов Б. П.* Циклическое функционирование систем длительного использования // Вестник СибГУТИ. 2017. № 4. С. 3–14.
11. Надежность технических систем: справочник / Беляев Ю. К., Богатырев В. А., Болотин В. В. и др.; под ред. И. А. Ушакова. М.: Радио и связь, 1985. 608 с.
12. *Kameda H., Yamashita K.* Reliability analysis for protection relays // 16th PSCC, Glasgow, Scotland, July 14–18, 2008. p. 210–215.
13. *Трофимов А. С., Зеленцов Б. П.* Модель функционирования релейной защиты энергосистем // Электроэнергия. Передача и распределение. 2016. № 6. С. 110–114.
14. *Викторова В. С., Лубков Н. В., Степанянц А. С.* Надежностные модели и анализ систем с защитой // Автоматика и телемеханика. 2018. В. 7. С. 117-137.

Статья поступила в редакцию 24.05.2019;
переработанный вариант – 18.05.2021.

Зеленцов Борис Павлович
д.т.н., профессор кафедры высшей математики СибГУТИ (630102, Новосибирск, ул. Кирова, 86), тел. (383) 269-39-36, e-mail: zelentsovb@mail.ru.

Трофимов Андрей Сергеевич
к.т.н., доцент кафедры электрических станций НГТУ (630073, Новосибирск, просп. Карла Маркса, 20), тел. (383) 346-13-73, e-mail: as.trofimov@gmail.com.

Reliability model of an item under unreliable checking conditions with regular period

B. P. Zelentsov, A. S. Trofimov

An analytic model of a long used item functioning with regular period of check-out operations and unreliable checking conditions is represented. The model is based on the theory of semimarkov processes using matrix methods for mathematical operations. Consideration of the model reveals the influence of the first and the second kind check-out errors on the reliability level.

Keywords: reliability of a long used item, regular period of check-out operations, check-out errors of the first and the second kind.