

Анализ энергозатрат на передачу данных в m -ричном канале со стиранием

В. Г. Дроздова, Н. А. Филимонова

В статье исследуются свойства характеристик m -ричного канала (вероятности правильного, неправильного приёма и стирания сигнала; пропускная способность канала; энергозатрата на передачу 1 (бит/с)/Гц с помехами в виде гауссова белого шума. Основным результатом является установление свойства автомодельности перечисленных характеристик. Выявленная автомодельность позволяет, в частности, дать теоретическое обоснование некоторым фактам, обнаруженных ранее путём численных экспериментов. Исследованы каналы как со стиранием, так и без стирания.

1. ВВЕДЕНИЕ

По мере развития мобильных и беспроводных сетей связи и увеличения скорости передачи данных всё большее значение приобретает проблема увеличения объёма данных [1, 2]. Увеличение трафика связано с передачей мультимедиа и данных реального времени. В этой связи актуальной становится задача минимизации затрат на передачу данных, в частности, энергозатрат. Задача прямо связана с проблемой продолжительности работы источников питания [3]. Об интересе к теме свидетельствует большое число публикаций по различным аспектам энергоэффективности мобильных и беспроводных сетей связи, см., например, [4–7].

Существенную роль в анализе задач минимизации затрат на передачу данных играет выбор характеристики энергоэффективности. В [8] был введён инвариантный параметр, названный энергозатратами на передачу 1 (бит/с)/Гц, позволяющий единообразно учитывать энергозатраты различного происхождения, включая модуляцию и кодирование. В частности, этот параметр позволяет провести анализ энергозатрат как в канале без стирания (см. [9]), так и в канале со стиранием.

Актуальной являются задачи улучшения и других характеристик каналов связи, например, снижение потерь данных при приёме, увеличение пропускной способности канала и т. д.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматриваемая в статье задача известна в теории передачи данных (см., например, [8, 10]), в связи с чем ограничимся кратким изложением сведений, непосредственно используемых в приводимых ниже вычислениях.

2.1. Описание m -ричного канала

Структурная схема корреляционного приёма m -ричного сигнала является классической и приведена, например, в [8, 10]. Обозначим $S_x(t)$ – входящий сигнал; $S_1(t), \dots, S_i(t), \dots, S_m(t)$ – ансамбль ортогональных эталонных сигналов, T_k – время начала приёма сигнала, t_i – длительность сигнала. Решающее правило приёма сигналов формулируется в терминах случайных величин

$$K_{xi} = \int_{T_k}^{T_k+t_i} S_x(t) S_i(t) dt.$$

При выполнении условия

$$K_{xi} - d \leq K_{xj} \text{ для всех } j \neq i$$

принимается решение, что передан i -сигнал (это решение может быть правильным или неправильным). Если указанное условие не выполнено, принимается решение о нераспознавании сигнала (стирании). При $d = 0$ всегда принимается (правильное или неправильное) решение о передаче сигнала.

2.2. Энергозатраты на передачу 1 бит/(секГц) в m -ричном канале

Согласно [8, 10], для расчёта энергозатрат по критерию 1 (бит/с)/Гц в m -ричном канале с помехами в виде гауссова белого шума для расчёта энергозатрат по критерию 1 (бит/с)/Гц используются следующие формулы: вероятность правильного приёма сигнала

$$q = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-(z - (1 - \delta)g\sqrt{B})^2 / 2] F(z)^{m-1} dz, \quad (1)$$

вероятность неправильного приёма сигнала

$$p = \frac{m-1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-(u - g\sqrt{B})^2 / 2] \times \int_{-u}^{\infty} \exp[-(z + \delta g\sqrt{B})^2 / 2] F(z)^{m-2} dz, \quad (2)$$

вероятность стирания

$$r = 1 - q - p, \quad (3)$$

пропускная способность канала

$$c_f = \frac{2}{B} \left[(1-r) \log \frac{m}{1-r} + q \log q + p \log \frac{p}{m-1} \right], \quad (4)$$

энергозатраты 1 (бит/с)/Гц

$$w(g, c_f) = \frac{g^2}{c_f}. \quad (5)$$

Введём обозначения:

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp(-t^2/2) dt,$$

$g^2 = P_s / P_n$ – отношение «сигнал–шум» (P_s и P_n – средние мощности сигнала и шума), B – база сигнала, m – размерность сигнала (мощность алфавита сигнала), d – интервал стирания, I – разность математических ожиданий величин K_x и K_{xj} , $i \neq j$ (правильно и неправильно принятых сигналов), $\delta = d / I$ – относительная ширина интервала стирания. В канале без стирания $r = 0$ и $q + p = 1$.

Численный анализ формул (1)–(5) впервые был проведён в монографии [8] в связи с рассмотрением вопроса адаптации радиосетей передачи данных. Результаты численных расчётов, представленные в указанной монографии, демонстрируют интересный факт: хотя графики функции энергозатрат 1 (бит/с)/Гц (5), рассмотренной как функция переменной g – отношение «сигнал–шум», существенно зависят от выбора базы сигнала B , минимумы этих функций не зависят от B . Данный феномен иллюстрируется графиками из [9], см. рис.1.

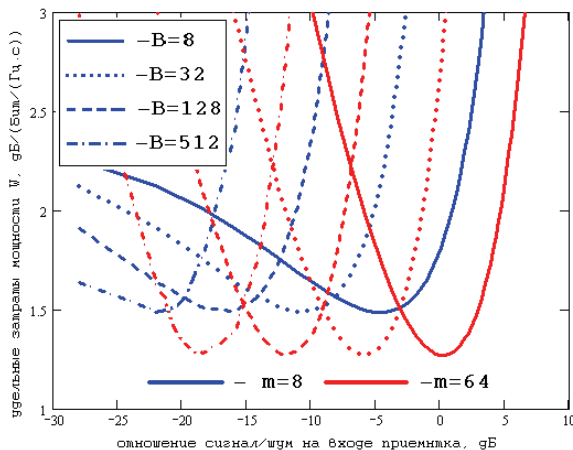


Рис. 1. Энергозатраты по критерию 1 (бит/с)/Гц (для канала без стирания)

3. КАНАЛ БЕЗ СТИРАНИЯ

Рассмотрим сначала канал без стирания, характеристики которого описываются формулами (1)–(5) при $\delta = 0$.

3.1. Автомодельность функции энергозатрат

Для исследования формул вида (1)–(5) эффективным оказался подход, основанный на введении инвариантов [8], известный также как метод исследования размерности [11]. В [9] этот метод был применён для исследования задач оптимизации параметров m -ричного канала без стирания. А именно, в [9] было замечено, что при $\delta = 0$ функция (5) имеет функциональную структуру вида

$$w(m, g, B) = \frac{g^2}{c_f} = \frac{Bg^2}{M(m, g\sqrt{B})}. \quad (6)$$

Введём функцию

$$W_m(x, \delta) = \frac{x^2}{M(m, x)}. \quad (7)$$

Пользуясь функцией (7), можно записать формулу (6) в виде

$$w(m, g, B) = W_m(g\sqrt{B}). \quad (8)$$

Представление вида (8) называется автомодельным [11]. В нашем случае автомодельность означает, что функция $w(m, g, B)$ двух переменных g и B выражается через функцию одной переменной $W_m(x)$ и инвариант $g\sqrt{B}$. Геометрически правая часть формулы (8) соответствует растяжению графика функции $w = W_m(g\sqrt{B})$ в $\sqrt{B}$ раз вдоль оси Og , то есть все функции $w(m, g, B)$ получаются из одной функции (например, $W_m(x)$) путём растяжения вдоль оси Og . В силу указанного свойства функцию $W_m(x)$ будем называть «единой кривой».

3.2. Номограмма для расчёта энергозатрат в канале без стирания

На Рис. 2 представлены «единые кривые» $w = W_m(x)$ для расчёта энергозатрат по критерию 1 (бит/с)/Гц с точностью 0.1 при различных значениях мощности алфавита m . Как видно, «единые кривые» существенно зависят от m . Исследование этой зависимости начато в [12].

Расчёт по номограммам на Рис.2 производится следующим образом:

- 1) вычисляется величина $x = g\sqrt{B}$, вычисленное значение откладывается по горизонтальной оси;
- 2) используя номограмму при соответствующем значении m , находим величину энергозатрат по критерию 1 (бит/с)/Гц.

Расчёт с высокой точностью может быть выполнен при использовании программы расчёта характеристик m -ричного канала, созданного на базе Maple 9.5 [12].

3.3. Постоянство минимума энергозатрат

В силу равенства (8)

$$\min_{g>0} w(m, g, B) = \min_{g>0} W_m(g\sqrt{B})$$

имеет место следующее равенство:

$$\min_{g>0} w(m, g, B) = \min_{x>0} W_m(x). \quad (9)$$

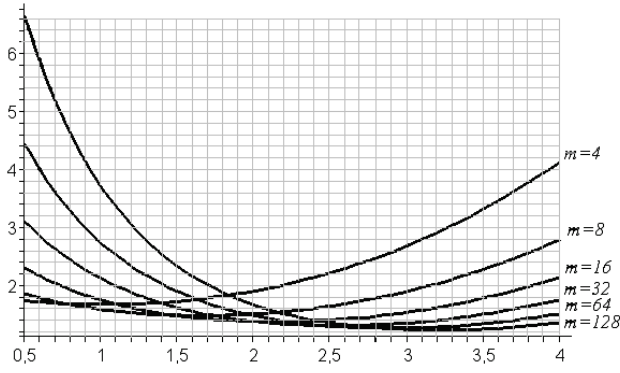


Рис. 2. Номограмма для расчёта энергозатрат по критерию 1 бит/(секГц)

Формула (9) обосновывает феномен независимости минимума энергозатрат от базы сигнала, обнаруженный в [8], и объясняет этот эффект как проявление свойства автомодельности функции энергозатрат.

4. КАНАЛ СО СТИРАНИЕМ

Предложенный в [9] подход, с надлежащими модификациями, может быть применён и для анализа энергозатрат для m -ричного канала со стиранием.

4.1. Автомодельность функции энергозатрат

Проанализируем функциональные зависимости в формулах (1) – (5).

В рассматриваемом случае формула (1) имеет функциональную структуру

$$q = Q(m, (1 - \delta)g\sqrt{B}), \quad (10)$$

т. е. q зависит от величин m и $(1 - \delta)g\sqrt{B}$.

Формулы (2) и (3) имеют функциональную структуру

$$\begin{aligned} p &= P(m, g\sqrt{B}, \delta g\sqrt{B}), \\ r &= R(m, g\sqrt{B}, \delta g\sqrt{B}). \end{aligned} \quad (11)$$

Формула (4) имеет функциональную структуру

$$c_f = \frac{2}{B} N(m, q, p, r).$$

Подставляя в неё (10), (11), получаем, что (4) имеет функциональную структуру

$$c_f = M(m, (1 - \delta)g\sqrt{B}, g\sqrt{B}, \delta g\sqrt{B}), \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} M(m, (1 - \delta)g\sqrt{B}, g\sqrt{B}, \delta g\sqrt{B}) = \\ = 2N(m, Q(m, (1 - \delta)g\sqrt{B}), Q(g\sqrt{B}, \delta g\sqrt{B}), R(g\sqrt{B}, \delta g\sqrt{B})). \end{aligned}$$

Подставляя (10), (12) в (5), после преобразований получаем

$$\begin{aligned} w(m, g, B, \delta) &= \frac{g^2}{c_f} = \\ &= \frac{Bg^2}{M(m, (1 - \delta)g\sqrt{B}, g\sqrt{B}, \delta g\sqrt{B})}. \end{aligned} \quad (13)$$

Поскольку $(1 - \delta)g\sqrt{B}$ выражается через $g\sqrt{B}$ и $\delta g\sqrt{B}$, то знаменатель (13) имеет функциональную структуру $M(m, g\sqrt{B}, \delta g\sqrt{B})$ (мы сохранили прежнее обозначение) и (13) имеет вид

$$W_m(x, \delta) = \frac{x^2}{M(m, x, \delta x)}. \quad (14)$$

При отсутствии стирания $\delta = 0$ и третий аргумент в (14) тождественно равен нулю. В результате мы приходим к формуле энергозатрат по критерию 1 (бит/с)/Гц в m -ричном канале без стирания. Этот случай был проанализирован в [9].

4.2. Энергозатраты на передачу 1 (бит/(секГц)) в m -ричном канале

Пользуясь функцией (14), запишем формулу (11) в виде

$$w(m, g, B, \delta) = W_m(g\sqrt{B}, \delta). \quad (15)$$

Формула (12), рассмотренная как функция переменной g , соответствует растяжению графика функции $w = W_m(g\sqrt{B}, \delta)$ в $\sqrt{B}$ раз вдоль оси Og . Отличие от случая канала без стирания состоит в том, что энергозатраты по критерию 1 (бит/с)/Гц зависят ещё от переменной δ .

Как видно, при наличии стирания автомодельность сохраняется. Поэтому минимум энергозатрат при заданном δ не зависит от базы сигнала B , то есть обнаруженный в [8] феномен распространяется и на случай каналов со стиранием. Данный теоретический вывод подтверждается результатами численного анализа формул (1) – (5). На рис. 3 приведены графики функции (5) при различных B для канала со стиранием (для $\delta = 0.1$ и $\delta = 0.3$). Видно, что минимум энергозатрат сохраняет постоянное значение при фиксированном δ .

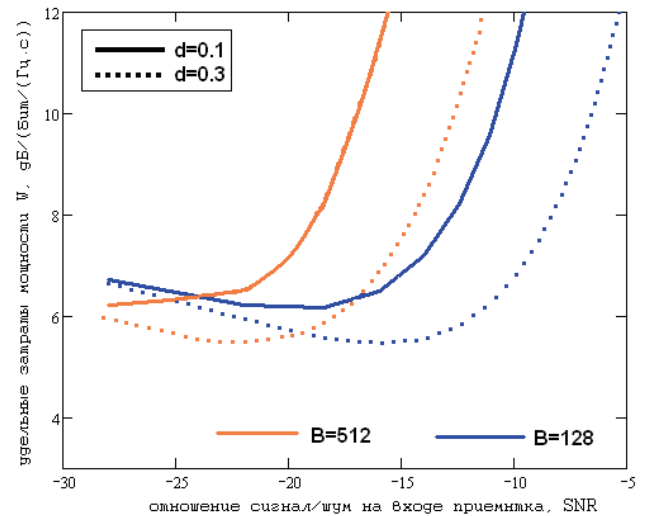


Рис. 3. Энергозатраты по критерию 1 (бит/с)/Гц для различных значений заданного параметра стирания

Как отмечалось, функция (15) зависит от δ , в силу чего характеристики энергозатрат также будут зависеть от этой

величины. Представляет интерес анализ характера зависимости энергозатрат от δ . Некоторые результаты такого анализа представлены на Рис. 4. Как видно, влияние стирания на энергозатраты существенно зависит от размерности сигнала m . При малых значениях m увеличение параметра стирания ведёт к уменьшению минимума энергозатрат. При больших m ситуация меняется, и увеличение параметра стирания ведёт к увеличению минимума энергозатрат.

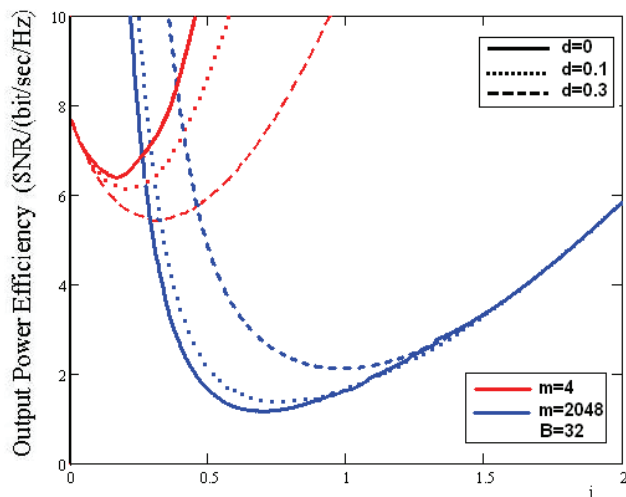


Рис. 4. Энергозатраты по критерию 1 (бит/с)/Гц для различных значений параметров стирания

4.3. Автомодельность функций (1) – (4)

Как видно из формул (10) – (12), не только энергозатраты, но и вероятности правильно приёма, ошибки и старания сигнала, также как и пропускная способность канала, являются функциями аргументов $g\sqrt{B}$ и δ , а для канала без стирания – функцией одного аргумента $g\sqrt{B}$. То есть все функции (1) – (4) являются автомодельными.

5. ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СТИРАНИЯ НА ДРУГИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КАНАЛА

Представляет интерес вопрос о влиянии стирания и величины интервала стирания на набор характеристик канала, задаваемых формулами (1) – (5). Вопрос о влиянии параметра (в нашем случае – величины интервала стирания) на совокупность величин представляет собой задачу векторной оптимизации, которая считается достаточно сложной для решения [13]. Использование ЭВМ позволяет получить представление о влиянии параметров передачи данных на совокупность параметров канала (см., например, [14]). Ниже приводятся результаты численных расчётов, которые хотя не могут рассматриваться как полное исследование упомянутой задачи, всё же дают интересные частные результаты. Для численного анализа были выбраны следующие характеристики: энергозатраты 1 (бит/с)/Гц (5), пропускная способность канала (4) и вероятность ошибки (2).

На графиках на рис. 5 представлены построенные численно графики упомянутых функций при достаточно малой ($m = 4$) и достаточно большой ($m = 2048$) мощности алфавита. Как видно из рис. 5, введение зоны стирания и

при $m = 4$, и при $m = 2048$ приводит к существенному (на 3 порядка) снижению вероятности ошибки. При мощности алфавита $m=2048$ снижение вероятности ошибки сопровождается увеличением энергозатрат и снижением пропускной способности (рис. 5 а-в). А вот при $m = 4$ введение зоны стирания вместе со значительным снижением вероятности ошибки приводит к снижению энергозатрат и увеличению пропускной способности канала (см. графики упомянутых величин на рис. 4 г-е для $m = 4$). Исходя из приведенных результатов расчётов можно заключить, что при небольших мощностях алфавита введение зоны стирания может вести к существенному улучшению всех рассматриваемых характеристик канала.

Авторы выражают благодарность проф. А. Б. Мархасину за постановку задачи и проф. А. Г. Колпакову за помощь в её математическом анализе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hara S., Ramee P. Multicarrier techniques for 4G mobile communications // Boston-London: Artech House, 2003.
2. Markhasin A. QoS-oriented medium access control fundamentals for future all-IP/ATM satellite multimedia personal communications 4G // IEEE International communication conference – ICC'2004, Paris, France, June 2004.
3. Wang A. Y., Sodini C. G. On the energy efficiency of wireless transceivers // IEEE International conference on communications – ICC'2006, 2006. Istanbul, Turkey, Paper WA15-5.
4. Rodoplu V., Meng T.H. Bits-per-Joule capacity of energy-limited wireless networks // IEEE Trans. on wireless communications. 2007. Vol. 6, No. 3, March 2007.
5. Huang X., Rubin I. Bit-per-Joule performance of power saving ad hoc networks under mobile backbone coverage // IEEE International conference on communications – ICC'2006. 2006, Istanbul, Turkey, Paper WA16-2.
6. Ghasemi A., Sousa E.S. Fundamental limits of spectrum-sharing in fading environments // IEEE Trans. on wireless communications. 2007. Vol. 6, No. 2, February 2007.
7. Gu Q. RF System design of transceivers for wireless communications. Berlin: Springer: 2004.
8. Мархасин А. Б. Архитектура радиосетей передачи данных. Новосибирск: Наука. 1984.
9. Markhasin A., Kolpakov A., Drozdova V. Optimization of the spectral and power efficiency of m -ary channels in wireless and mobile systems // Third International conference in Central Asia on Internet, the next generation of mobile, wireless and optical communications. Sept. 26-28, 2007, Tashkent, Uzbekistan.
10. Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений. М.: Радио. 1970.
11. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука. 1992.
12. Filimonova N. A. Analysis of constants determining minimal power consumption in m -ary channel // Восьмая Международная научно-техническая конференция «Проблемы техники и технологии телекоммуникаций». Изд-во Ligas: Уфа. 2007
13. Акилов Г. П., Кутателадзе С. С. Упорядоченные векторные пространства. Новосибирск: Наука. 1978.
14. Дроздова В. Г. Анализ и оптимизация спектральной эффективности сигналов в системах подвижной радиосвязи // Российская научно-техническая конференция «Информатика и проблемы телекоммуникаций». Т. 1. Новосибирск: СибГУТИ.

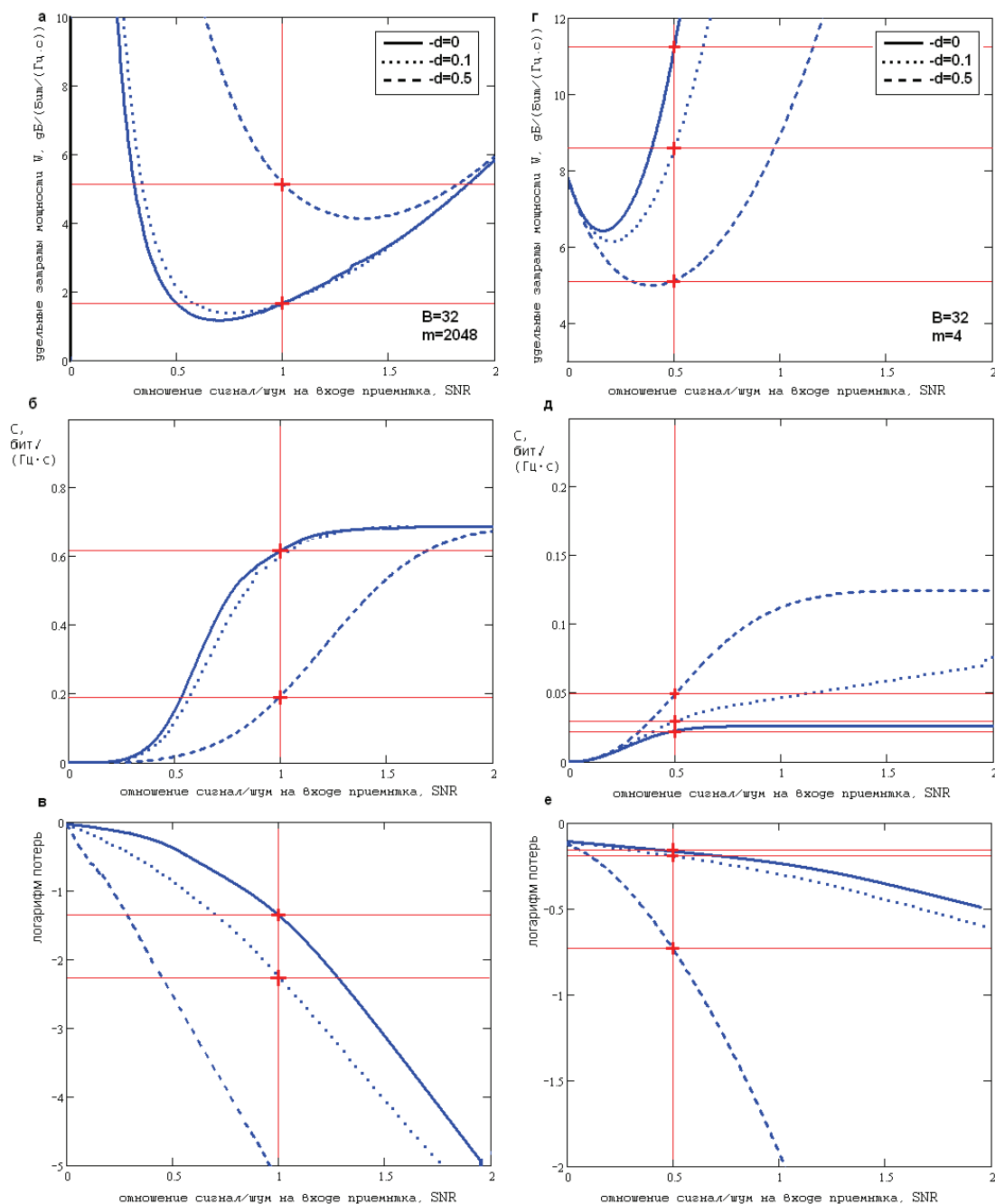


Рис. 5. Графики функций энергозатрат, пропускной способности канала и вероятности ошибки.

Дроздова Вера Геннадьевна

студентка 4-го курса СибГУТИ (630102, Новосибирск,
ул. Кирова, 86)
e-mail: drozdova_vera@mail.ru

Филимонова Нина Анатольевна

ст. преподаватель кафедры математической экономики
Сибирского государственного университета экономики и
управления (630099, Новосибирск, ул. Каменская, 56)
тел. (383) 2242783.