

УДК: 537.621.5; 538.913; 538.945; 538.955

## Состояние самоорганизованной критичности в джозефсоновской решётке

Э. В. Матизен<sup>1</sup>, В. Г. Мартынец, П. П. Безверхий

Обнаружены лавины магнитного потока в джозефсоновских решётках (J-решётки) с переходом сверхпроводник – изолятор – сверхпроводник (SIS) при её намагничивании при  $T < \sim 5$  К. Лавины носят стохастический характер и возникают, когда глубина проникновения магнитного поля в решётку ( $\lambda$ ) сравнивается с длиной ребра J-решётки ( $a$ ) при понижении температуры. Представлены статистические свойства таких лавин. Распределение лавин по их величине носит степенной характер с отрицательным нецелым показателем порядка единицы, что свидетельствует о достижении состояния Самоорганизованной критичности (СОК). J-решётки с переходом из плохого металла (SNS) СОК не обнаруживают.

*Ключевые слова:* джозефсоновская решётка, магнитный поток, лавины, самоорганизованная критичность.

### 1. Введение

В открытых термодинамических системах, обладающих большим числом энергетических уровней, под воздействием внешних факторов может наблюдаться особое динамическое состояние, отличающееся стационарностью. При этом система находится вдали от равновесия и, следовательно, её состояние неравновесно, а энтропия понижена. В таком состоянии в системе могут происходить колебания её параметров около некоторого среднего значения. Известные примеры – эффект Жаботинского-Белюсова при химических реакциях, потоки в слое жидкости при поперечном градиенте температур с образованием ячеек Бенара. Эти колебания и образование динамических структур во многих случаях периодические, однако при определённых условиях они могут носить беспорядочный характер, сопровождающийся образованием лавин, которые поддерживают среднее значение колеблющегося параметра. Исследования такого сорта в химии и физике относят к дисциплине синергетика.

В 1987 году исследователи Bak P., Tang C. and Wiesenfeld K. [1] обратили внимание на неожиданное распределение лавин по их размерам, которое, как оказалось, носило степенной характер, ( $P \sim L^{-n}$ , где  $P$  – плотность вероятности возникновения лавины размером  $L$ , показатель  $n$  – нецелое число порядка единицы), и предложили модель, основанную на нелинейных уравнениях типа Лоренца. Явление динамического состояния термодинамической системы с образованием таких лавин стало носить название самоорганизованная критичность (СОК). СОК связана с фрактальными свойствами в пространственном распределении объектов, проявляет масштабную инвариантность (скейлинг) при изменении параметров системы, а также обладает характерными корреляционными функциями и спектром лавин. Все эти свойства тесно связаны друг с другом, а также с параметрами взаимодействия дискретных элементов системы. Важно отметить, что лавины не зависят от величины внешнего воздействия или

---

<sup>1</sup> Работа поддержана Междисциплинарным интеграционным проектом СО РАН № 81.

флуктуаций, и даже совершенно ничтожное воздействие может привести к лавине громадного размера (катастрофе). Другой особенностью является то, что, несмотря на хаотическое движение, система самоорганизуется, у неё появляется некоторый постоянный в среднем параметр, например, угол наклона у кучи песка («sandpile problem»). Таким образом, система сама поддерживает собственное критическое состояние, в чём и заключается СОК, при этом не надо подстраивать какие-либо её параметры, например, в отличие от жидкости, когда для исследования критической точки необходимо поддерживать два параметра (температуру и плотность).

Явление СОК широко распространено в природе, от формирования кучи песка и схода снежных лавин до явлений в ядерной физике и формирования Вселенной. За последние два десятка лет после пионерских исследований СОК было построено много теоретических моделей, имитирующих различные природные явления: землетрясения, пересекающиеся фазовые переходы, фазовые переходы кварк – адрон, дождевые явления, распространение лесных пожаров, кризисы в экономике, развитие популяций в биологии и др. Исследование сложных систем, демонстрирующих СОК, показало, что такие системы сами по себе стремятся к критическому состоянию, и, т.к. закон распределения степенной, возможны лавины любых масштабов. Поскольку к системам такого сорта относится биосфера, общество, инфраструктуры различного типа, военно-промышленный комплекс, множество других иерархических систем, результаты исследований СОК важны для анализа возможности управляющих воздействий, разработки методов защиты от катастроф.

В научной периодике высказываются сомнения в адекватности теории самоорганизованной критичности, в том виде, как определяли её основатели концепции, Bak с соавторами. В связи с этим вместо Self-Organized Criticality (SOC) получает распространение термин Self-Organized Complexity (SOCX). В частности, в некоторых работах распределение лавин по их амплитуде носит иной характер, несколько отличающийся от степенного, присущего SOC. Ревизия, основанная на анализе статистических зависимостей различных процессов, проведённая в [2], и некоторые эксперименты по исследованию лавин магнитного потока показывают, что зависимость вероятности лавин от амплитуды  $x$  во многих случаях лучше описывается экспоненциальной функцией типа  $P(x) \sim \exp(-(x/x_0)\mu)$ , где  $\mu$  – некая константа. В этом случае имеется характерный масштаб лавины  $x_0$ , и нет однородности функции распределения относительно размеров лавин.

К настоящему времени экспериментальные данные по СОК получены на весьма ограниченном круге искусственно приготовленных объектов: при исследовании динамики роста песочной кучи, при исследовании движения куска наждачной бумаги по нейлоновому ковру, в плёночном кипении азота на поверхности высокотемпературного сверхпроводника (ВТСП) вблизи перехода в сверхпроводящее состояние, при пластической деформации нагруженного металлического стержня.

Однако большинство теорий СОК являются скорее феноменологическими в том смысле, что не учитывают конкретные взаимодействия отдельных дискретных элементов системы при внешнем воздействии. В связи с этим высказывается мнение, что существующие теории СОК не вполне адекватны наблюдаемым явлениям [3].

Один из создателей теории самоорганизованной критичности Курт Визенфельд в соавторстве с Джоном Линдером [4] отметили, что джозефсоновские решетки (J-решётки) являются идеальным искусственным объектом для изучения универсального явления самоорганизованной критичности. С одной стороны, это связано с тем, что процессы в J-решётках возможно рассчитать, основываясь на фундаментальных физических законах, и, таким образом, глубоко понять природу этих процессов, включая природу СОК. С другой стороны, J-решётки являются благоприятным объектом для экспериментальных исследований. В них можно вносить различные изменения, начиная от параметров взаимодействия элементов решетки до её конфигурации.

Расчёты динамики J-решётки были выполнены С.Л. Гинзбургом и Н.Е. Савицкой [5]. Эти исследователи нашли условия, при которых возможно наблюдение СОК.

## 2. Экспериментальные результаты

Первые экспериментальные работы по магнитному исследованию СОК в J-решётках были сделаны нами [6 – 10]. В наших работах было обнаружено, что в решётках под воздействием увеличивающегося поля наблюдается динамический колебательный режим магнитного момента, который при уменьшении температуры переходит в режим СОК в соответствии с критерием С.Л. Гинзбурга. Следует отметить, что развёртка поля проводилась со строго постоянной скоростью  $\Delta H \sim \Delta t$ , где  $H$  – магнитное поле,  $t$  – время. Таким образом, в данном исследовании поле эквивалентно времени, во всяком случае, в масштабных (однородных) функциях.

Основой экспериментальной установки являлся наш уникальный сквидмагнитометр с основными характеристиками: температурный интервал – 1.5 – 270 К, погрешность измерения температуры – 0.2 К, магнитное поле –  $10^{-3}$ – $5 \cdot 10^2$  эрстед, чувствительность по магнитному моменту  $10^{-13}$  А·м<sup>2</sup>, размер исследуемых образцов до 4 мм в диаметре, до 5 мм длиной, расход гелия – 3.5 литров за 10 часов.

Экспериментально исследованы большие регулярные, квадратные SIS и SNS джозефсоновские решётки со структурой перехода Nb-NbO<sub>x</sub>-Pb и Nb-Cu<sub>0.95</sub>Al<sub>0.05</sub>-Nb, соответственно, в магнитных полях до 200 Ое и при температурах 2.2 – 10 К. На рис.1 представлен дизайн J-решётки со следующими характеристиками: число ячеек – 100×100, ребро ячейки  $a=20$  мкм, площадь контакта  $5 \times 5$  мкм<sup>2</sup>, критический ток перехода до 1700 мкА при 4.2 К, на вставке ВАХ одиночного контакта.

Показано, что при высоких температурах на кривых намагничивания SIS-решёток наблюдаются пики магнитного момента с периодом по полю, соответствующему одному кванту магнитного потока, рис.2. При низких температурах пики размываются, но появляются беспорядочные колебания момента, связанные с переходом системы в состояние СОК с лавинами магнитного потока. Лавины возникают, когда при охлаждении решетки (в наших случаях до 5 – 6 К) глубина проникновения поля в решётку становится меньше периода её ячеек  $a$ . Появление лавин не коррелировано, временная (полевая) корреляционная функция лавин равна нулю.

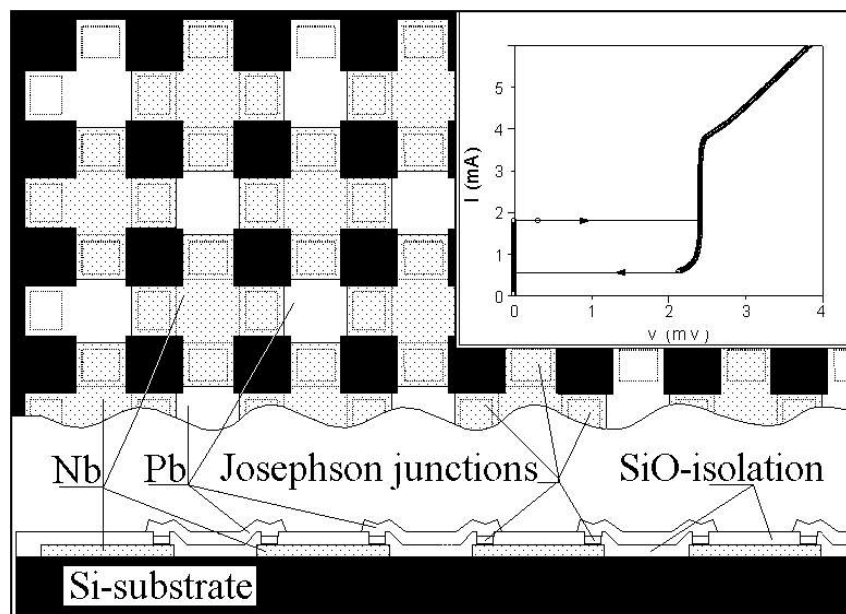


Рис.1. Дизайн джозефсоновской решётки

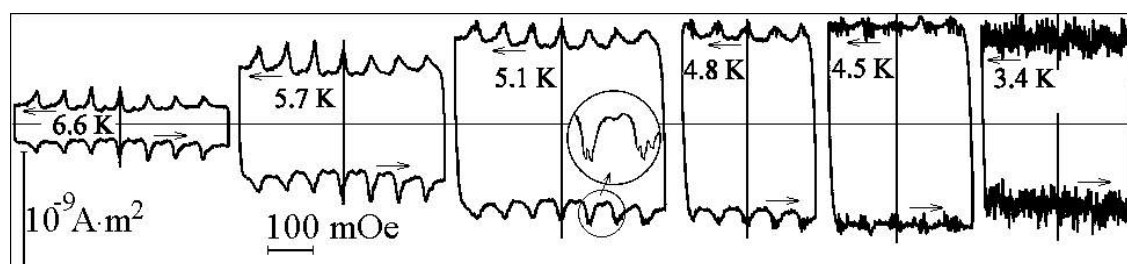


Рис.2. Кривые намагничивания SIS-решёток

На небольшой части кривой магнитного гистерезиса (рис.3) отчётливо видно, что при увеличении поля растёт отрицательный магнитный момент. В некоторый точке его абсолютная величина резко уменьшается до произвольного значения, после чего начинается его рост до нового срыва. Падение достаточно резкое. Специальные измерения выявили, что падение происходит менее, чем за 0.01 сек. При этом в решётку входит до нескольких сотен квантов потока. Естественно, что при уменьшении поля на другой части полной петли гистерезиса наблюдается зеркальная картина – при этом кванты потока выходят из решётки с уменьшением поля.

На рис.4 в двойном логарифмическом масштабе отложена вероятность распределения лавин размера  $L$  в зависимости от самой величины  $L$ . Начальные участки кривых представляют собой прямые с наклоном от  $n \sim -0.67$  до  $n \sim -1.9$ . Таким образом, выполняется степенная зависимость, упомянутая выше, и, следовательно, решётка находится в состоянии СОК. При больших  $L$  виден кроссовер, когда показатель  $n$  резко увеличивает свое абсолютное значение. Это означает резкое падение вероятности возникновения лавин большого размера, причина которого до сих пор не выяснена. Одной из причин является конечность самой решётки, в результате чего наблюдение больших лавин менее вероятно. Впервые такой кроссовер наблюдали [11] при обработки магнитуд землетрясений.

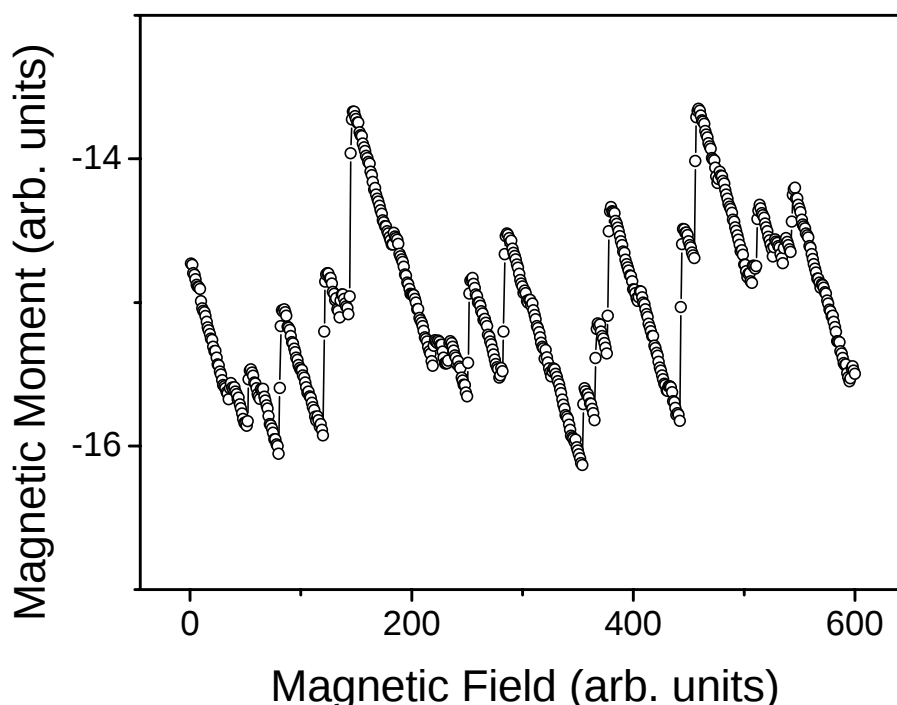


Рис.3 Часть кривой магнитного гистерезиса

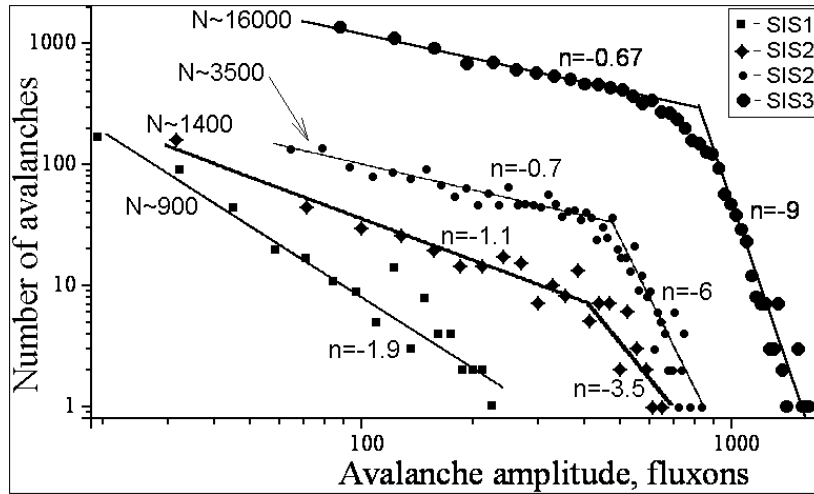


Рис.4. Распределение лавин по их размеру для различных SIS-решёток.  
 $N$  – число зарегистрированных лавин,  $n$  – показатель степени распределения

На рис.5 показана зависимость плотности распределения промежутков времени (поля) между лавинами от величины самого промежутка. Распределение расстояний по времени (полю) между соседними лавинами также носит степенной характер  $R(\Delta t) = B\Delta t^n$ , но с большим показателем степени ( $n = -3.28$ ).

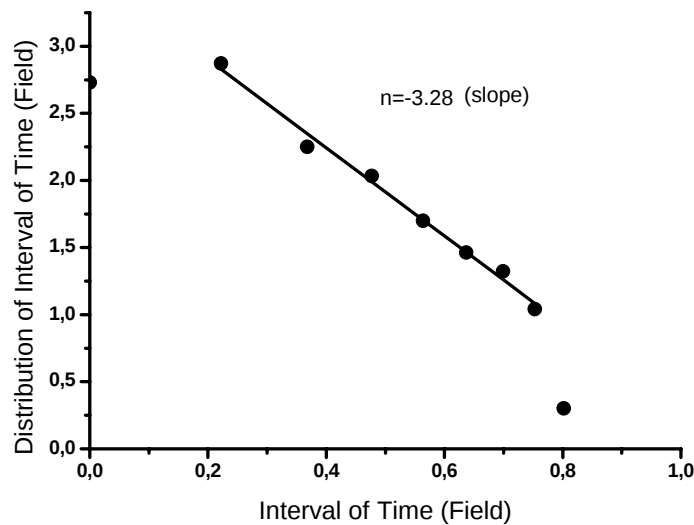


Рис. 5. Распределение промежутков времени между лавинами

Наиболее интересным является распределение среднего времени (поля) между одинаковыми лавинами от их величины (т.е. через какой интервал по времени (полю) в среднем надо ожидать появления такой же лавины) см. рис. 6.

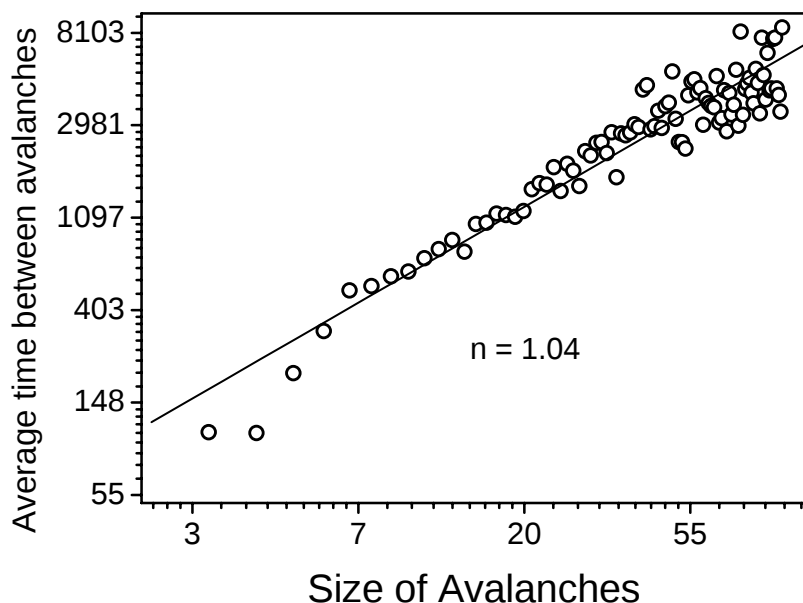


Рис. 6. Зависимость среднего времени между одинаковыми лавинами от их величины (arb. units)

Не менее интересен спектр Фурье лавин магнитного потока, который в J-решётке также носит степенной характер. Спектр отсортированных по величине лавин представляет собой степенную функцию  $f^a$  со средним показателем  $a = -1.193$  (см. рис.7). Вблизи нулевых частот  $a \rightarrow -1.00$ . На высоких частотах спектр Фурье лавин магнитного потока имеет большой разброс, который, однако, вносит малый вклад по сравнению с частотами, близкими к нулю, и не меняет характер спектра, он остаётся спектром типа  $1/f$ .

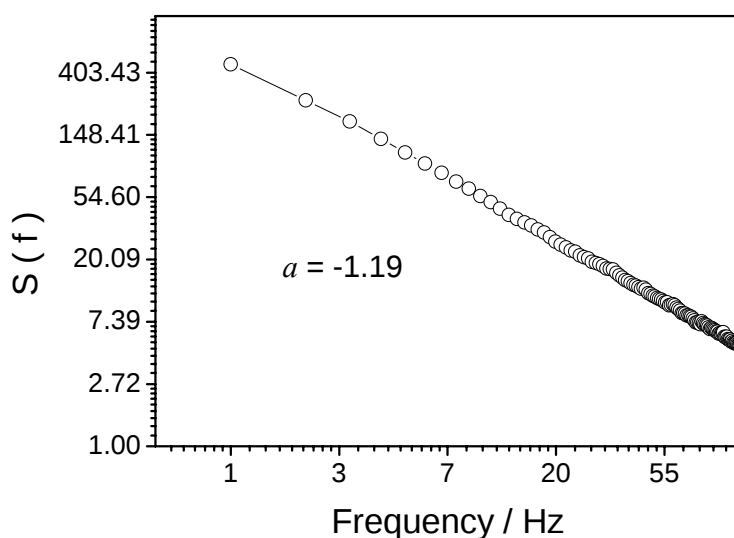


Рис. 7. Фурье-спектр лавин магнитного потока

Исследования корреляционной функция лавин показали, что лавины не коррелированы.

Результаты исследования магнитных свойств SNS-решёток показали особенности поведения, отличные от поведения SIS-решёток (рис. 8). В них не была обнаружена СОК, а петля гистерезиса имеет существенную асимметрию [7].

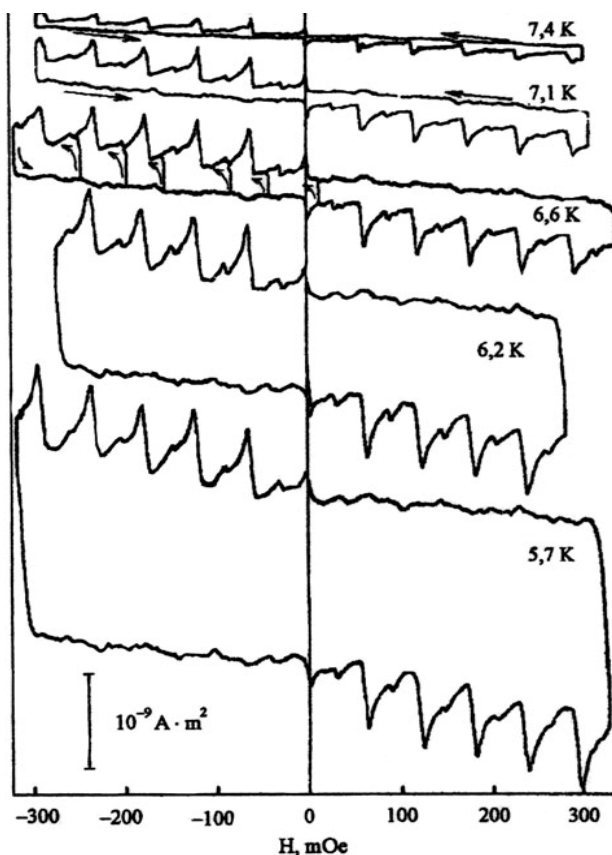


Рис. 8. Петли гистерезиса SNS-решётки

### 3. Заключение

Проведенные исследования подтвердили теорию, основанную на квантово-механическом подходе, предсказывающую возможность существования СОК в J-решётках [12]. Однако экспериментальные результаты показали ряд особенностей, пока не нашедших разумных объяснений.

### Литература

1. Bak P., Tang C., and Wiesenfeld K. Self-organized criticality: An explanation of the  $1/f$  noise // Phys. Rev. Lett. 1987. V.59. P.381 – 384.
2. Laherrere E., Sornette D. Stretched exponential distribution in nature and economy: “Fat Tails” with characteristic scale // Eur. Phys. B. 1998. V.2, № 4. P. 525 – 539.
3. Frigg R. Self-organised criticality – what it is and what it isn’t // Stud. Hist. Phil. Sci. 2003. V. 34. P. 613 – 624.
4. Wiesenfeld K., Linder J. Magnetic avalanches: Josephson, Bean, and Bak // Physica A. 2004. V.340. P. 617 – 624.
5. Гинзбург С.Л., Савицкая Н.Е. Лавины магнитного потока и самоорганизованная критичность в дискретных сверхпроводниках. Гатчина, Издательство ПИЯФ, 2007. 159 с.; Гинзбург С.Л., Накин А.В., Савицкая Н.Е. Лавинообразная динамика магнитного потока в двумерном дискретном сверхпроводнике// ЖЭТФ. 2006. Т.130. С.862 – 872.

6. Ишикаев С.М., Матизен Э.В., Рязанов В.В., Веретенников А.В., Обознов В.А. Магнитные свойства двумерных джозефсоновских сеток. Самоорганизованная критичность в динамике магнитного потока // Письма в ЖЭТФ. 2000. Т.72, вып. 1. С. 39 – 44; Ishikaev S.M., Matizen E.V., Ryazanov V.V., et. al. Magnetic properties of two-dimensional Josephson arrays: Self-organized criticality in magnetic flux dynamics, // JETP Lett. 2000. V.72. P. 26 – 29, (in English).
7. Ишикаев С.М., Матизен Э.В., Рязанов В.В., Веретенников А.В., Обознов В.А. Магнитные свойства двумерных джозефсоновских сеток с SNS- переходами // Письма в ЖЭТФ. 2002. Т.76, № 3. С.194–198; Ishikaev S.M., Matizen E.V., Ryazanov V.V., et. al. Magnetic properties of two-dimensional SNS-type Josephson junction arrays // JETP Lett. 2002. V.76, № 3. P. 160 – 164.
8. Ishikaev S.M., Matizen E.V., Ryazanov V.V., Oboznov V.A. Magnetic properties of square Josephson arrays with SIS and SNS junctions // Physica C. 2003. № 388-389. P. 583 – 584.
9. Матизен Э.В., Ишикаев С.М., Обознов В.А. Магнитный момент квадратных джозефсоновских SIS-решёток // ЖЭТФ. 2004. Т.126, № 5 (11). P.1221 – 1231; Matizen E.V., Ishikaev S.M., Oboznov V.A. Magnetic moment of square SIS Josephson arrays: Self-organized Criticality // JETP, 2004. V.126, № 5, P. 1065 – 1073. (in English).
10. Matizen E.V., Ishikaev S.M. Universal phenomenon of self-organized criticality in magnetic flux dynamics // Journal of Molecular Liquids. 2005. V.120. P.39 – 42.
11. Gutenberg B., Richter C.F. Magnitudes and energy of earthquakes // Annali di Geofisica. 1956. V.9. P.115.
12. Гинзбург С.Л. Самоорганизация критического состояния в гранулированных сверхпроводниках и решётках джозефсоновских контактах // ЖЭТФ. 1994. Т. 106. С. 607 – 626.

*Статья поступила в редакцию 08.06.2009*

#### **Матизен Эдуард Викторович**

д.ф.-м.н., проф., г.н.с. лаб. физики низких температур, Институт неорганической химии им. А.В. Николаева СО РАН, пр. Лаврентьева, 3, Новосибирск, 630090  
Телефон: дом. 3301522, сл.3307527, e-mail: matizen@che.nsk.su

#### **Мартынец Виктор Гаврилович**

д.ф.-м.н., зав. лаб. физики низких температур, Институт неорганической химии им. А.В. Николаева СО РАН, пр. Лаврентьева, 3, Новосибирск, 630090  
Телефон: дом. 3309372, сл. 3307527, e-mail: mart@che.nsk.su

#### **Безверхий Пётр Петрович**

к.ф.-м.н., с.н.с. лаб. физики низких температур, Институт неорганической химии им. А.В. Николаева СО РАН, пр. Лаврентьева, 3, Новосибирск, 630090  
Телефон: дом. 3361797, сл. 3307527, e-mail: ppb@che.nsk.su

### **Self-organizing criticality state in the Josephson array**

**E.V. Matizen, V.G. Martynets, P.P. Bezverkhy**

The avalanches of magnetic flux were found in the Josephson arrays (J-arrays) consisting of superconductor – isolator – superconductor (SIS) transitions at the magnetization of SIS-array if  $T < \sim 5$  K. Avalanches have stochastic character and arise, when the penetration depth of a magnetic field in a lattice ( $\lambda$ ) is compared to the edge length of a J-lattice ( $a$ ) at decrease of temperature. Statistical properties of such avalanches are presented. Distribution of avalanches on their size has a power law behavior with a negative nonintegral exponent of the order of unit that indicates the achievement of the state of self-organized criticality (SOC). J-arrays with the «bad» metal transitions (SNS) do not find out the SOC.

*Keywords:* Josephson array, magnetic flux, avalanches, self-organizing criticality.