

О некоторых проблемах повышения качественных показателей усилителей мощности класса «D» с широтно-импульсной модуляцией

А. М. Михеенко

Приводятся результаты исследования широтно-импульсной системы (ШИС), охваченной цепью отрицательной обратной связи (ООС). На основе асимптотического метода снижения порядка линейной системы предложена методика сведения ШИС к эквивалентной нелинейной амплитудно-импульсной системе (АИС), для которой применимы известные методы исследования. Рассмотрена возможность анализа ШИС для случаев, когда известна, или может быть рассчитана, реакция линейной части ШИС на импульсное воздействие.

Ключевые слова: усилитель класса «D», устойчивость широтно-импульсной системы, сложные линейные цепи.

1. Введение

Усилители мощности класса «D» с широтно-импульсной модуляцией находят в настоящее время широкое применение при выходной мощности от единиц ватт в интегральном исполнении до сотен кВт в мощных модуляционных устройствах. На малых уровнях мощности проблемы обеспечения линейности и устойчивости усилителя решаются за счёт высокой тактовой частоты (до 1 МГц) и простейших выходных фильтров. При больших мощностях существенно увеличиваются габариты усилителей и, как следствие, растут паразитные ёмкости схемы, что приводит к необходимости использования минимально возможной тактовой частоты (порядка $50 \div 100$ кГц) и соответственно сложных демодулирующих фильтров.

Использование ООС для снижения нелинейных искажений в этом случае приводит к необходимости количественной оценки запаса устойчивости усилителя к самовозбуждению. Решение этой проблемы в виде, приемлемом для практического применения, в общем случае для ШИС не существует. Возможность оценки в частных случаях были рассмотрены в [1, 2].

Цель настоящей работы заключается в поиске новых методов анализа устойчивости ШИС, применимых в практических приложениях.

2. Методы анализа широтно-импульсных систем

Анализ импульсных систем производится, как правило, на базе теории решётчатых функций и дискретного преобразования Лапласа [1]. Теория амплитудно-импульсных систем

в настоящее время разработана достаточно подробно как для линейного тракта, как и для систем, содержащих нелинейные безынерционные элементы [1, 2].

В отличие от АИС, ШИС значительно труднее поддается анализу, поэтому их исследуют путём сведения к эквивалентным нелинейным АИС.

Структурная схема нелинейной АИС представлена на рис. 1.1.

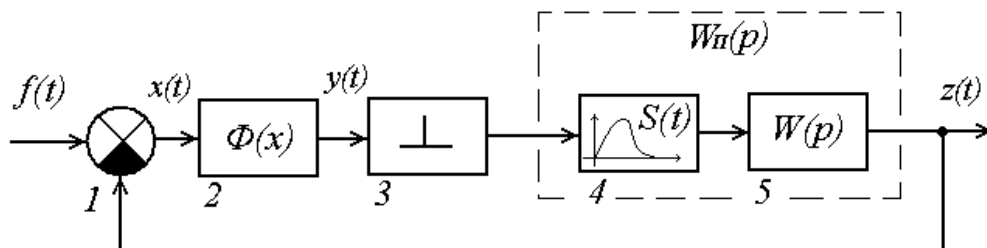


Рис. 1.1. Структурная схема нелинейной АИС

Здесь:

$f(t)$, $z(t)$ – соответственно входной и выходной сигналы,

$w(t)$ – импульсная характеристика непрерывной (линейной) части ШИС,

γ – длительность импульса,

$x(t)$ – сигнал ошибки,

$y(t)$ – нелинейное преобразование $x(t)$,

1 – нелинейные безынерционные преобразователи тракта,

2 – генератор тактовых δ -функций, модулированных по амплитуде сигналом $y(t)$,

3 – генератор импульсов формы $s(t)$,

4 – линейная часть тракта.

Согласно [2], уравнение системы рис. 1.1 в решётчатых функциях имеет вид:

$$x(n,0) = f(n,0) - BT \sum_{m=0}^{n-1} \Phi x \int_0^{\gamma} S(\bar{\tau}) \omega(n-m-1, 1-\bar{\tau}) d\bar{\tau}, \quad (1.1)$$

где $\bar{\tau} = \frac{\tau}{T}$ – дискретное время,

B – коэффициент линейного усиления $x(t)$ в тракте АИС.

Интеграл в (1.1) представляет собой свёртку функции формирующего элемента и импульсной характеристики $\omega(t)$. В литературе [2] он получил название приведённой импульсной характеристики $\omega_n(t)$.

Если уравнение ШИС удастся свести к (1.1), то к ней можно применить все известные методы анализа и расчёта нелинейных АИС.

Упрощённая структурная схема ШИС (к которой, в частности, может быть сведён усилитель мощности класса «D») представлена на рис. 1.2.

Для ШИС функция формирующего элемента $s(t)$ имеет вид рис. 1.3, где T – период тактовой частоты.

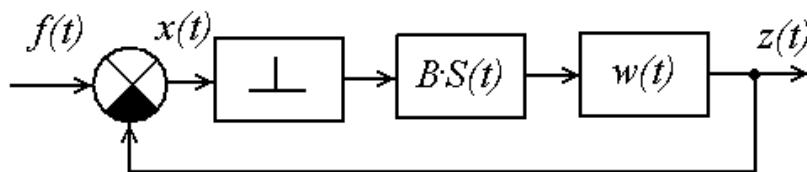


Рис. 1.2. Структурная схема ШИС

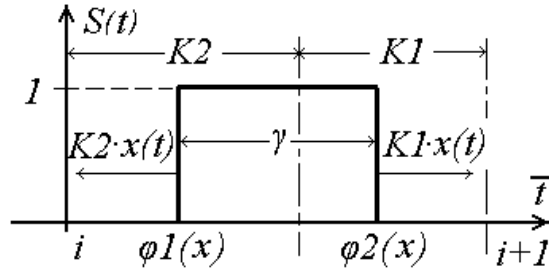


Рис. 1.3. Формирующий элемент ШИС

Согласно рис. 1.3, $s(\bar{t})$ соответствует двусторонней ШИМ.

При $K_1=0$, или $K_2=0$ имеет место односторонняя ШИМ.

По аналогии с (1.1), для ШИС можно записать следующее выражение:

$$x(n, 0) = f(n, 0) - BT \sum_{m=0}^{n-1} \int_{\phi_1(x)}^{\phi_2(x)} S(\bar{t}) \omega(n-m-1, 1-\bar{t}) d\bar{t}. \quad (1.2)$$

В отличие от (1.1) интеграл в (1.2) является функцией $x(t)$, что и определяет особенности анализа ШИС.

Согласно рис. 1.3

$$\phi_1(x) = K_2(1-x); \quad \phi_2(x) = K_2 + K_1x; \quad K_1 + K_2 = 1 \quad (1.3)$$

Введём понятие коэффициента асимметрии ШИМ

$$A = \frac{K_1 - K_2}{K_1 + K_2}; \quad K_1 = \frac{1+A}{2}; \quad K_2 = \frac{1-A}{2}. \quad (1.4)$$

На интервале интегрирования в (1.2) $s(\bar{t})=1$, а $\omega(n-m-1; 1-\bar{t})$ можно представить рядом элементарных импульсных характеристик

$$\omega(n-m-1, 1-\bar{t}) = \sum_{v=0}^s \sum_{\mu=0}^{r_v-1} C'_{v\mu} \frac{(n-m-\bar{t})^\mu}{\mu!} \exp \left[q_v(n-m-\bar{t}) \right]. \quad (1.5)$$

Здесь s – число разных полюсов; r_v – кратность v -того полюса

$$C'_{v\mu} = \frac{1}{(r_v - \mu - 1)!} * \frac{d^{(r_v - \mu - 1)}}{dq} \left[\frac{P_H(q)}{TQ_H(q)} (q - q_v)^{r_v} \right]_{q=q_v};$$

$P_H(q)$; $Q_H(q)$ – полиномы в числителе и знаменателе передаточной функции непрерывной части ШИС $W(q)$.

Предположим, что все полюса простые и не равны нулю (наличие нулевых или кратных полюсов не усложняют и не упрощают задачи сведения ШИС к АИС).

Для случая простых полюсов

$$C'_{v\mu} = C'_v = \frac{1}{T} \left| W(q)(q - q_v) \right|_{q=q_v},$$

$$\omega(n-m-1, 1-\bar{\tau}) = \sum_{v=1}^s C'_v \exp \left[q_v(n-m-\bar{\tau}) \right]. \quad (1.6)$$

Подставляя (1.6) в (1.2), получим

$$x(n, 0) = f(n, 0) - BT \sum_{m=0}^{n-1} \sum_{v=1}^s \left[\frac{\phi_2(x)}{\phi_1(x)} \exp \left[-q_v \bar{\tau} \right] d\bar{\tau} \right] C'_v \exp \left[q_v(n-m) \right] =$$

$$f(n, 0) - BT \sum_{m=0}^{n-1} \left\{ \sum_{v=1}^s \Phi_v x(m, 0) w_{\pi v}(n-m) \right\} \dots \quad (1.7)$$

где

$$\Phi_v x(m, 0) = \frac{\phi_2[x(m, 0)]}{\phi_1[x(m, 0)]} \int \exp \left[-q_v \bar{\tau} \right] d\bar{\tau} \dots \quad (1.8)$$

$$w_{\pi v} = C'_v \exp \left[q_v(n-m) \right]. \quad (1.9)$$

Сравнивая (1.7) и (1.1), можно сделать вывод, что ШИС сводится к эквивалентной многомерной нелинейной АИС.

Число параллельных ветвей эквивалентной АИС равно числу корней характеристического уравнения.

Анализ многомерных нелинейных АИС позволяет определить в общем виде лишь абсолютную устойчивость системы, причём приемлемые для практики результаты удаётся получить лишь для двумерных систем или для систем, сводящихся к двумерным при анализе устойчивости [3].

В связи с этим при анализе устойчивости ШИС прибегают к приближённым методам, позволяющим снизить порядок эквивалентной АИС. В [4], например, предлагается представить $\Phi_v(x)$ полиномом вида

$$\Phi_v(x) = \sum_{k=1}^N r_k^{(v)} x^k. \quad (1.10)$$

В этом случае (1.7) принимает вид:

$$x(n, 0) = f(n, 0) - BT \sum_{m=0}^{n-1} \sum_{v=1}^s \sum_{k=1}^N C'_v \exp \left[q_v(n-m) \right] x^k(m, 0) =$$

$$f(n, 0) - BT \sum_{m=0}^{n-1} \sum_{k=1}^N x^k(m, 0) w'_{\pi k}(n-m), \quad (1.11)$$

где

$$w_{\pi v}(n-m) = \sum_{v=1}^N r_k^{(v)} C'_v \exp \left[q_v(n-m) \right] \quad (1.12)$$

Сопоставляя (1.7) и (1.11), нетрудно заметить, что в (1.11) количество ветвей определяется числом членов полинома (1.10), из которых одна ветвь – линейная.

Если эквивалентная нелинейность $\Phi_v(x)$ относительно мала, в полиноме (1.10) можно оставить лишь два – три слагаемых. При этом эквивалентная АИС будет двух – трёхмерной, даже в случае высоких порядков линейной части ШИС.

Если

$$\Phi_v(x) = r_1^{(v)} \cdot x + r_2^{(v)} \cdot x^2,$$

то, как показано в [4], структурная схема ШИС может быть сведена к одномерной нелинейной АИС.

Такой метод приближённого анализа устойчивости особенно эффективен, когда нелинейность эквивалентной АИС выражена слабо.

3. Анализ устойчивости ШИС методом искусственного понижения порядка её линейной части

Значительная нелинейность в структуре эквивалентной АИС соответствует выбору низкой тактовой частоты, когда часть продуктов ШИМ попадает непосредственно в полосу пропускания ФНЧ, либо слабым избирательным свойствам фильтра, недостаточно подавляющего продукты ШИМ.

В основу предлагаемого метода анализа положен способ приближённого расчёта переходных процессов в сложных линейных цепях. Этот способ предложен и детально исследован Я.С. Ицхоки [5]. Его суть заключается в следующем:

Порядок исходного дифференциального уравнения линейной части системы искусственно понижается (дифференциальное уравнение «укорачивается»), а в описание системы вводится эквивалентное запаздывание (в некоторых случаях возможно и незапаздывающее решение).

Параметры укороченного уравнения подбираются так (смотри рис. 2.1), чтобы крутизна нарастания переходной функции $h(t)$ в междетильном пространстве (МП) соответствовало исходной $h(t)$.

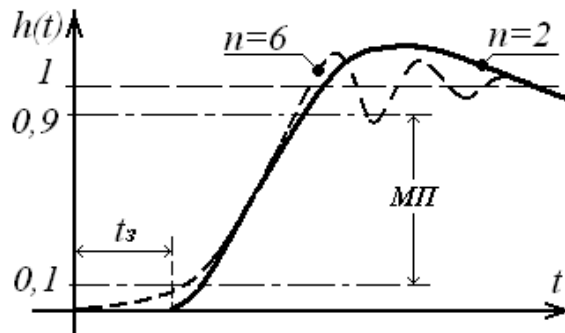


Рис. 2.1 Аппроксимация переходной характеристики

Применительно к усилителям мощности класса «D» такой способ может быть весьма эффективен даже при понижении сложных линейных цепей высокого порядка до первого – второго порядка.

Для решения задачи приближённого описания линейной части ШИС её передаточную функцию следует привести к нормированному виду:

$$W_p = \frac{1 + g_1 p + g_2 p^2 + \dots + g_n p^n}{1 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_k p^k},$$

где по крайней мере $n < k - 1$ (при $n > k - 1$ аппроксимация запаздывающей функцией не существует).

Искомая аппроксимация $W(p)$ порядка m отыскивается в виде

$$W_m(p) = \frac{\exp[-pt_{3m}]}{1 + b'_1 p + b'_2 p^2 + \dots + b'_m p^m}, \quad (2.1)$$

где t_{3m} определяется решением следующего уравнения

$$\frac{t_{3m}^{m+1}}{m+1!} - \frac{t_{3m}^m}{m!} + \dots + (-1)^{m+1} \cdot \Delta_{m+1} = 0,$$

здесь

$$\Delta_1 = a_1 - g_1,$$

$$\Delta_2 = a_2 - g_2 - a_1 \cdot g_1,$$

$$\Delta_3 = a_3 - g_3 - a_2 \cdot g_2 - a_1 \cdot g_1.$$

Заметим, что необходимое значение задержки t_3 соответствует одному и притом наименьшему вещественному (всегда положительному) корню $t_3 = t_{3m}$. Отыскать это значение непросто даже при $m=3$.

Остальные параметры аппроксимации в (2.1) отыскиваются следующим образом:

$$b'_1 = \Delta_1 - t_{3m},$$

$$b'_2 = \Delta_2 - \Delta_1 \cdot t_{3m} + \frac{t_{3m}^2}{2!},$$

.....

$$b'_m = \Delta_m - \frac{\Delta_{m-1}}{1!} + \frac{\Delta_{m-2} \cdot t_{3m}^2}{2!} - \dots + (-1)^m \frac{t_{3m}^m}{m!}.$$

Для аппроксимации того или иного порядка имеются определенные условия существования.

Приближение порядка $m=0$ существует всегда.

Приближение $m=1$ ограничено условием

$$\frac{\Delta_2}{\Delta_1^2} < \frac{1}{2}.$$

В случае $m=2$ возможны два варианта:

1. Приближение $m=1$ не существует, т.е. $\Delta_2 \geq 0,5\Delta_1^2$ тогда условие существования приближения $m=2$ имеет вид:

$$\frac{\Delta_3}{\Delta_1^3} < \frac{\Delta_2}{\Delta_1^2} - \frac{1}{3}.$$

Приближение $m=1$ существует, но точность приближения недостаточна. Тогда условие существования приближения $m=2$ принимает вид:

$$\frac{\Delta_3}{\Delta_1^3} < -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \sqrt{\left(1 - \frac{2\Delta_2}{\Delta_1^2}\right)^3} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta_2}{\Delta_1^2}\right)^2 \left[1 + \frac{\Delta_2}{3\Delta_1} + \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta_2}{\Delta_1^2}\right)^2 + \dots\right].$$

В связи с тем, что повышением порядка аппроксимации резко усложняется задача отыскания приближённого решения и анализа устойчивости ШИС, не следует, по-видимому, использовать $m > 2$.

Предположим, что в результате рассмотренного метода аппроксимации определена передаточная функция линейной части ШИС в виде приближения первого порядка ($m=1$)

$$W_1(p) = \frac{\exp -pt_{31}}{1 + b'_1 p} = \frac{1}{b'_1} \cdot \frac{\exp -pt_{31}}{p + \frac{1}{b'_1}}.$$

Соответствующая решётчатая (дискретная) импульсная характеристика на основании (1.6) примет вид:

$$w_{n-m-k, k-\bar{\tau}-\bar{t}_1} = \frac{1}{b_1} \exp\left[-\frac{1}{b_1} n-m-k\right] \exp\left[-\frac{1}{b_1} k-\bar{\tau}-\bar{t}_1\right].$$

Здесь $\bar{t}_1 = \frac{t_{31}}{T}$; $b_1 = \frac{b_1'}{T}$;

k выбирается таким, чтобы дискретное время $k-\bar{\tau}-\bar{t}_1 > 0$.

Приведённая импульсная характеристика в соответствии с (1.9) может быть записана в виде

$$w_{n1} = \frac{1}{b_1} \exp\left[-\frac{1}{b_1} n-m-1\right] \cdot \exp\left[-\frac{1}{b_1} 1-\bar{t}_1\right]. \quad (2.2)$$

Нелинейность эквивалентной АИС найдём согласно (1.8)

$$\Phi_1[X, m, 0] = \int_{K_2(1-X)}^{K_2+K_1X} \exp\left[\frac{1}{b_1} \bar{\tau}\right] d\bar{\tau} = b_1 \left[\exp\left[\frac{1}{b_1} K_2 + K_1 X\right] - \exp\left[\frac{K_2}{b_1} 1-X\right] \right] \dots \quad (2.3)$$

Здесь X – нормированный сигнал, изменяющийся в пределах $0 < X < 1$. С учётом (1.4) выражение (2.3) можно переписать следующим образом

$$\Phi_1 X = 2b_1 \exp\left[\frac{1}{2b_1} 1-A\right] \cdot \exp\left[\frac{AX}{2b_1}\right] \operatorname{sh} \frac{X}{2b_1}. \quad (2.4)$$

Графики этой зависимости для частного случая $b_1=0.5$ представлены на рис. 2.2. Как и следовало ожидать, при несимметричных видах ШИМ ($A=\pm 1$) нелинейность $\Phi_1(x)$ выражена значительно сильнее, чем при $A=0$.

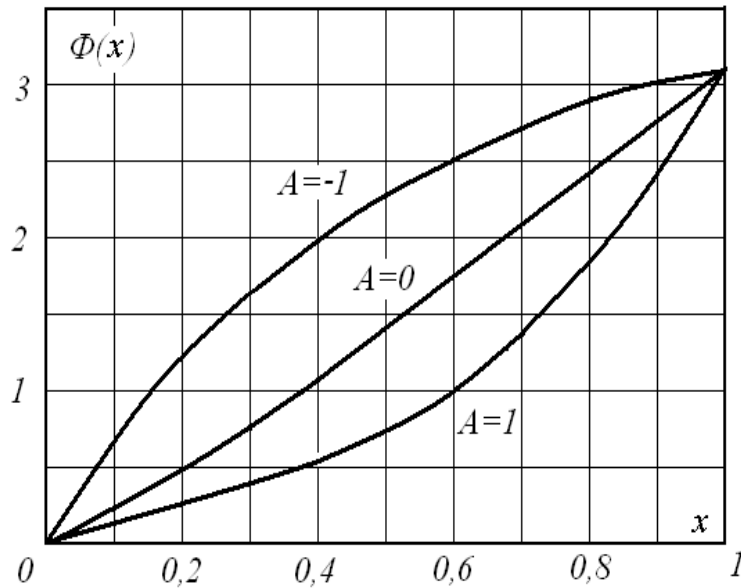


Рис. 2.2 Нелинейные характеристики ШИС

Передаточную функцию приведённой линейной части найдём дискретным преобразованием Лапласа от (2.2)

$$W_n^* \llbracket 0 \rrbracket = \frac{1}{b_1} \cdot \frac{\exp\left[-\frac{1}{b_1} \llbracket -\bar{t}_1 \rrbracket\right]}{\exp\left[\frac{1}{b_1} \llbracket \cdot \rrbracket\right] \exp\left[-\frac{1}{b_1} \llbracket \cdot \rrbracket\right]}$$

Заменив в этом выражении q на $j\bar{w}$ $\bar{w} = wT$, получим амплитудно-фазовую характеристику приведённой линейной части ШИС. Используя эту характеристику, можно оценить устойчивость ШИС с помощью одного из известных критериев [2]. Например, согласно критерию абсолютной устойчивости положения равновесия, условие устойчивости имеет следующий вид

$$\frac{1}{\sigma} + \operatorname{Re} \left[\frac{B}{b_1} \cdot \frac{\exp \left[-\frac{1}{b_1} (-\bar{t}_1) \right]}{\exp \left[\frac{1}{b_1} \bar{w} \right] - \exp \left[-\frac{1}{b_1} \right]} \right] > 0, \quad (2.5)$$

$$\sigma = \left| \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} \right|_{\max}$$

где $\left| \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} \right|_{\max}$ – максимальное дифференциальное значение коэффициента передачи эквивалентного нелинейного элемента,

B – коэффициент линейного усиления в импульсном тракте ШИС.

4. Анализ устойчивости ШИС методом преобразования формирующего элемента

Метод искусственного понижения порядка линейной части ШИС с введением эквивалентного запаздывания не всегда даёт приемлемые результаты. Это особенно относится к случаю приближения первого порядка, наиболее удобному при анализе устойчивости. Первое приближение может оказаться слишком грубым, если порядок исходной линейной части гораздо больше 1, а также в том случае, когда эквивалентное время задержки оказывается отрицательным ($t_{s1} < 0$) [5].

Поэтому целесообразно рассмотреть ещё один метод понижения порядка линейной части ШИС, обеспечивающий высокую достоверность анализа устойчивости (если только будут выполнены условия его реализации).

Предложим, что структурная схема ШИС соответствует рис. 1.2, где $\omega(t)$ – импульсная характеристика k -мерной линейной части, передаточная функция которой

$$W_k(p) = \frac{G \cdot p}{p - p_1 \cdot p - p_2 \cdots p - p_k}.$$

Пусть также все полюса $W_k(p)$ известны или их можно определить. Кроме того, положим $W_k(0)=1$.

Представим $W_k(p)$ в виде произведения

$$W_k(p) = W_{k-1}(p) \cdot W_1(p),$$

где

$$W_1(p) = \frac{-p_i}{p - p_i} \quad (3.1)$$

любым известным методом теории линейных электрических цепей рассчитывается реакция линейной части $W_{k-1}(p)$ на воздействие $s(t)$ (смотри рис. 1.3). Обозначим её $s_1(t)$.

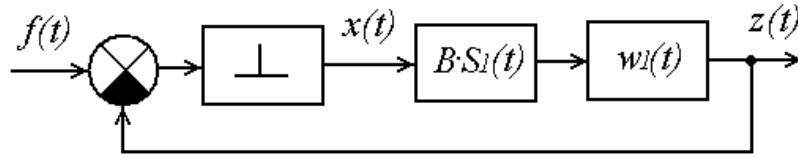


Рис. 3.1 Преобразованная структурная схема ШИС

В результате ШИС можно представить структурной схемой рис. 3.1, которая полностью эквивалентна схеме рис. 1.2 при условии

$$\int_{\phi_1}^{\phi_2} S(\bar{\tau}) \omega_{n-m-1,1-\bar{\tau}} d\bar{\tau} = \int_{\phi_1}^{\phi_1+1} S_1(\bar{\tau}) \omega_{n-m-1,1-\bar{\tau}} d\bar{\tau} \quad (3.2)$$

и для $\gamma > 0.5$ имеем

$$\int_{\phi_1}^{\phi_2} S(\bar{\tau}) \omega_{n-m-1,1-\bar{\tau}} d\bar{\tau} = \int_{\phi_2-1}^{\phi_2} S_1(\bar{\tau}) \omega_{n-m-1,1-\bar{\tau}} d\bar{\tau}. \quad (3.3)$$

Здесь предполагается, что переходной процесс в линейной системе $W_{\kappa-1}(p)$ полностью прекращается на интервале $\phi_1 < \bar{\tau} < \phi_1 + 1$ (смотри рис. 3.2а), либо на интервале $\phi_2 - 1 < \bar{\tau} < \phi_2$ (рис. 3.2б). На этом основании верхний предел интегрирования в правых частях (1.19) и (1.20) может быть взят равным ∞ .

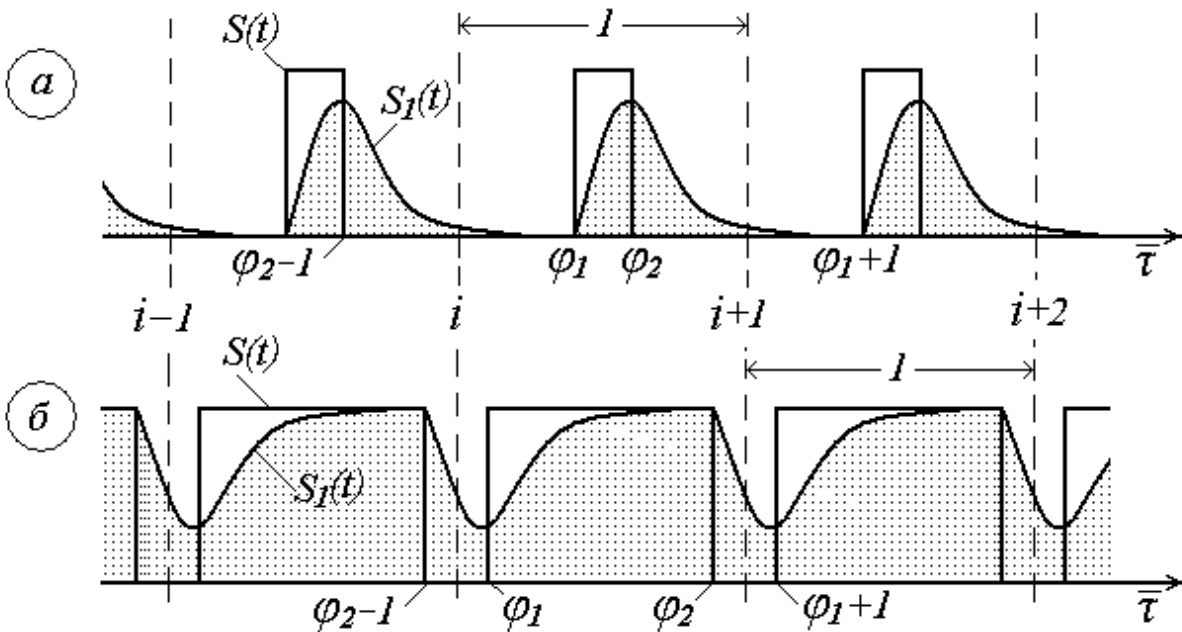


Рис. 3.2. Варианты реакции линейной части ШИС

Отсюда следует, что условием реализации предлагаемого метода является независимость реакции системы $W_{\kappa-1}(p)$ на очередной импульс от реакции на предшествующее ему возмущение.

Наиболее жёсткие условия реализации предлагаемого метода имеют место при $\gamma > 0.5$, т.к. в этом случае допустимая длительность переходного процесса не должна превышать 0.5.

Теоретически всякий переходной процесс длится бесконечно долго, поэтому условие реализации метода может быть записано в следующем виде (для монотонного переходного процесса)

$$|1 - h_{0.5}| \leq \delta. \quad (3.4)$$

Здесь $\bar{h}(\tau)$ – переходная характеристика линейной части, отнесенной к формирующему элементу $\bar{s}_1(\tau)$,

δ – остаточное значение реакции, которым можно пренебречь (практически погрешность расчёта незначительна уже при $\delta \leq 0.05$).

Если порядок линейной части $W_{\kappa-1}(p)$, отнесённой к формирующему элементу, выше трёх, расчёт реакции $\bar{s}_1(\tau)$ существенно затрудняется. В таких случаях целесообразно использовать метод приближённого расчёта $\bar{s}_1(\tau)$, предложенный Я.С.Ицхики [5]. При этом следует учитывать, что уже для приближения третьего порядка необходимо решать уравнение четвёртой степени относительно времени задержки t_{33} .

Поэтому наиболее простым и удобным вариантом (если выполняются условия его существования) является приближение второго порядка для $\bar{s}_1(\tau)$ или $W_{\kappa-1}(p)$.

Рассмотрим частный случай, когда приближение второго порядка $W_2(p)$ для $W_{\kappa-1}(p)$ содержит два простых полюса ($p_1; p_2$) не равных нулю, а эквивалентная задержка $\bar{t}_2 = \frac{t_{32}}{T}$.

Тогда, используя метод расчёта переходных процессов [5], определим $\bar{s}_1(t)$ в следующем виде:

При $0 < \gamma < 0.5$

$$\left. \begin{aligned} S_1 \bar{t} &= h \bar{t}, \phi_1 \dots \phi_1 < \bar{t} < \phi_2 \\ S_1 \bar{t} &= h \bar{t}, \phi_1 - h \bar{t}, \phi_2 \dots \phi_2 < \bar{t} < \phi_1 + 1 \end{aligned} \right\}. \quad (3.5)$$

При $0.5 < \gamma < 1$

$$\left. \begin{aligned} S_1 \bar{t} &= 1 - h \bar{t}, \phi_2 - 1 \dots \phi_2 - 1 < \bar{t} < \phi_1 \\ S_1 \bar{t} &= 1 - h \bar{t}, \phi_2 - 1 - h \bar{t}, \phi_2 \dots \phi_1 < \bar{t} < \phi_2 \end{aligned} \right\}. \quad (3.6)$$

Здесь

$$h_{t, \phi} = 1 - \frac{p_1 \exp[\bar{p}_2 \bar{t} - \phi] - p_2 \exp[\bar{p}_1 \bar{t} - \phi]}{p_1 - p_2}. \quad (3.7)$$

При $t_{32} \neq 0$, в структурную схему рис. 3.1 должен быть введён элемент задержки. Импульсная характеристика с учётом задержки $\bar{t}_2$, на основании (3.1), примет вид:

$$\omega_1 \bar{t} \exp[-\bar{p}_i \cdot \bar{t}_2] = \exp[p_i \bar{t} - \bar{t}_2].$$

Соответствующая ей решётчатая функция может быть записана следующим образом

$$\omega_1 n - m - k, k - \bar{t} - \bar{t}_2 = \exp[-\bar{p}_i n - m] \exp[p_i \bar{t} - \bar{t}_2]. \quad (3.8)$$

Здесь K – всегда может быть взято таким, чтобы

$$k - \bar{t} - \bar{t}_2 > 0; \quad \bar{p} = pT.$$

Используя (1.2) применительно к структурной схеме рис. 3.2, с учётом выражений (3.5), (3.6), (3.8), получим следующее уравнение ШИС.

При $0 < \gamma < 0.5$, согласно (3.2)

$$\begin{aligned}
x_{n,0} = f_{n,0} - BT \sum_{m=0}^{n-1} & \left\{ \int_{\phi_1}^{\phi_2} h(\bar{\tau}, \phi_1) \exp[\bar{p}_i(n-m-\bar{\tau}-\bar{t}_2)] d\bar{\tau} + \right. \\
& \left. + \int_{\phi_2}^{\phi_1+1} [h(\bar{\tau}, \phi_1) - h(\bar{\tau}, \phi_2)] \exp[\bar{p}_i(n-m-\bar{\tau}-\bar{t}_2)] d\bar{\tau} \right\}.
\end{aligned} \quad (3.9)$$

При $0.5 < \gamma < 1$, в соответствии с (3.3)

$$\begin{aligned}
x_{n,0} = f_{n,0} - BT \sum_{m=0}^{n-1} & \left\{ \int_{\phi_2-1}^{\phi_1} [1 - h(\bar{\tau}, \phi_2 - 1)] \exp[\bar{p}_i(n-m-\bar{\tau}-\bar{t}_2)] d\bar{\tau} + \right. \\
& \left. + \int_{\phi_1}^{\phi_2} [1 - h(\bar{\tau}, \phi_2 - 1) - h(\bar{\tau}, \phi_1)] \exp[\bar{p}_i(n-m-\bar{\tau}-\bar{t}_2)] d\bar{\tau} \right\}.
\end{aligned} \quad (3.10)$$

Здесь

$$\bar{t}_1 = \bar{\tau} + 1 - x.$$

Выражения в фигурных скобках представляют собой нелинейную функцию $\Phi(x)$, определённую на интервале $0 < \gamma < 0.5$ и $0.5 < \gamma < 1$.

Заметим, что при выборе p_i в (3.1) из множества полюсов функции $W_k(p)$ следует остановиться на действительном полюсе $|p_i|_{\min} \in p_k$. Именно в этом случае наиболее вероятна

реализация $s_1(\tau)$ и минимальная нелинейность функции $\Phi(x)$.

Окончательно, на основании (3.9), (3.10) имеем:

$$x_{n,0} = f_{n,0} - BT \sum_{m=0}^{n-1} \exp[\bar{p}_i(n-m)] \cdot \exp[-\bar{p}_i \bar{t}_2] \cdot \Phi(x). \quad (3.11)$$

Здесь в соответствии с (3.7), (3.9) и (3.10)

$$\begin{aligned}
\Phi(x) &= \exp[-\bar{p}_i K_2(1-x)] \{ 1 - \exp[-\bar{p}_i x] \} \cdot \\
&\cdot \frac{p_1 \cdot p_2}{p_i(p_1 - p_i)(p_2 - p_i) \cdots} \quad 0 < x < 0.5. \\
\Phi(x) &= \exp[-\bar{p}_i K_2(1-x)] \left\{ \left(\frac{1 - \exp[-\bar{p}_i]}{\bar{p}_i} \right) - \right. \\
&\left. - [1 - \exp[-\bar{p}_i(1-x)]] \frac{p_1 \cdot p_2}{\bar{p}_i(p_1 - p_i)(p_2 - p_i) \cdots} \right\} \quad 0.5 < x < 1.
\end{aligned} \quad (3.12)$$

При вычислении интегралов в (3.9) и (3.10) предполагалось, что условие (3.4) выполнено.

Таким образом, ШИС оказалась сведённой к одномерной нелинейной АИС, задача анализа устойчивости которой решается относительно просто с помощью известных критериев (смотри, например, условие (2.5)).

Литература

1. Я.З.Ципкин. Теория линейных импульсных систем. М., Физматгиз 1963г., 968 стр. с илл.
2. Я.З.Ципкин, Ю.С.Попков. Теория нелинейных импульсных систем. Из-во «Наука», М., 1973, 416 с.
3. К.П.Полов. Условия устойчивости усилителя в режиме «D» с обратной связью. «Радиотехника», №6, 1971. с. 24 – 26.
4. К.П.Полов. К исследованию устойчивости усилителя в режиме «D» с обратной связью. «Радиотехника», №1, 1974. с. 31 – 33.
5. Я.С. Ицхоки. Приближённый метод анализа переходных процессов в сложных линейных цепях. «Советское радио», 1969, 220 с.

Статья поступила в редакцию 20.11.2009

Михеенко Анатолий Михайлович

доцент кафедры БИСС СибГУТИ

тел. 2698265, e-mail: amm@sibsutis.ru

On some problems of improving characteristics of D-class power amplifiers with pulse-width modulation

A. M. Mikheenko

Results of investigations of a pulse-width system (PWS) with negative feedback are presented. Based on an asymptotic method of linear system's order reduction, we suggest a technique of reducing the PWS to an equivalent nonlinear amplitude-pulse system for which known methods may be applied. A possibility of PWS analysis is considered for the cases where the response of the linear part of PWS to pulse inputs is known or can be calculated.

Keywords: D-class amplifier, pulse-width system stability, complex linear circuits.