

## К оценке помехоустойчивости инвариантной системы связи

В.В. Лебединцев, Д.С. Качан, Е.В. Морозов

Решается задача оценки влияния белого шума на качество приёма сообщений в инвариантных системах связи. Получены формулы для расчёта условных плотностей вероятностей величин информационных элементов на выходе демодулятора. Обнаружены особые свойства условных плотностей вероятностей, которые необходимо учитывать при практической реализации инвариантных систем связи.

*Ключевые слова:* канал связи, группа преобразований канала связи, инварианты канала, помехоустойчивость инвариантной системы связи.

### 1. Введение

Проблема обеспечения помехоустойчивости систем связи может решаться различными способами в зависимости от конкретных условий функционирования. В настоящее время широко используются адаптивные методы передачи и приёма информации, реализующие процедуру адаптации к свойствам канала связи. Однако возможны ситуации, когда по разным причинам отсутствует возможность адаптации, а о канале известно немного, например, что он линейный (или нелинейный), в нём действуют помимо белого шума сосредоточенные по спектру или во времени помехи. В указанных условиях целесообразно применение инвариантных методов передачи информации, обеспечивающих нечувствительность систем связи к конкретным параметрам и характеристикам канала [1].

### 2. Методика синтеза инвариантных методов передачи

Синтез инвариантных методов передачи осуществляется в следующей последовательности.

Вначале определяется, какой группе преобразований соответствует характер изменения сигналов при их передаче через канал. Как было показано в [1], линейные каналы характеризуются аффинной группой преобразований, широкий класс нелинейных каналов – более общей группой проективных преобразований [2]. Известно, что группы преобразований обладают набором инвариантов – особых соотношений между некоторыми параметрами преобразуемых объектов (в нашем случае – сигналов), которые остаются неизменными, несмотря на изменение параметров самих объектов. В частности, для линейных каналов, характеризующихся аффинной группой преобразований, основным инвариантом является отношение длин векторов двух (или более) сигналов при условии, что векторы сигналов имеют одинаковые направления. Другими словами, если входные сигналы имеют подобные формы, что соответствует одинаковой направленности их векторов, то отношение длин векторов выходных сигналов будет равно отношению длин векторов соответствующих входных сигналов.

Неизменность этого отношения относительно изменения линейным каналом самих сигналов делает этот инвариант идеальной формой для представления значений  $J_i$  информационного процесса с целью их безыскажённой передачи через канал связи. Действительно, какими бы частотными характеристиками ни обладал линейный канал связи, преобразования сигналов будут соответствовать преобразованиям аффинной группы, сохраняющими величины  $J_i$ .

Как уже было показано в ряде предыдущих работ, например в [3], алгоритм инвариантной модуляции при использовании инварианта аффинной группы преобразований может быть следующим:

$$\bar{S}_i = J_i \bar{S}_{\text{оп}}, \quad (1)$$

где  $\bar{S}_i$  и  $\bar{S}_{\text{оп}}$  – векторы, соответственно, информационного и опорного сигналов, имеющих подобные формы.

Предполагается, что опорный сигнал передаётся в начале блока информационных сигналов  $\bar{S}_i$ .

Алгоритм инвариантной демодуляции легко получить из (1):

$$\hat{J}_i = \frac{|\hat{S}_i|}{|\hat{S}_{\text{оп}}|}. \quad (2)$$

Здесь знак  $\hat{\phantom{x}}$  обозначает оценку соответствующих величин на выходе канала связи.

Итак, на втором этапе синтеза инвариантной системы связи следует определить набор инвариантов для используемого канала и применить их для представления передаваемых информационных значений  $J_i$ .

Сигналы при передаче по каналу связи подвергаются и воздействию помех. Изменения сигналов помехами также можно отобразить преобразованиями, обладающими свойствами группы.

Так, например, воздействию аддитивных помех соответствуют преобразования группы сдвигов [1]. Нетрудно показать, что инвариантом этой группы являются расстояние между концами векторов сигналов, измеренное в направлении, перпендикулярном направлению сдвига, задаваемым вектором помехи. Применение комбинации инвариантов группы сдвига и аффинной группы позволяет обеспечить безыскажённую передачу информации через линейный канал с аддитивными помехами.

### 3. Расчёт условных плотностей вероятностей значений информационных элементов на выходе демодулятора

Для помехи типа белого шума невозможно найти инвариант, поскольку вектор этой помехи с равной вероятностью может иметь любое направление. Поэтому важно оценить влияние этой помехи на точность вычисления демодулятором оценок информационных величин  $J_i$ .

Для этого вначале осуществим анализ помехоустойчивости для простого случая, когда в системе используются сигналы, допускающие их приём методом однократного отсчёта. Тогда на входы делителя демодулятора будут поступать случайные величины  $a_{ij} = S_{ij} + \xi_{ij}$  (числитель в (2)) и  $b_j = S_{\text{оп}j} + \xi_{\text{оп}j}$  (знаменатель в (2)). Здесь  $\xi_{ij}$  и  $\xi_{\text{оп}j}$  обозначают отсчёты белого шума, воздействующие на информационные и опорный сигналы при передаче  $j$ -го блока информационных сигналов.

Случайные числа  $a_{ij}$  и  $b_j$  можно считать независимыми как отсчёты белого шума с независимыми слагаемыми  $S_{ij}$  и  $S_{\text{оп}j}$ . Тогда двумерный закон распределения двух случайных величин  $a_{ij}$  и  $b_j$  будет следующим:

$$w_2(a_{ij}, b_j) = w(a_{ij}) \cdot w(b_j).$$

Используя это соотношение, определим условные плотности вероятностей  $w = (\hat{J}/s_i)$ , посредством которых можно оценить вероятности ошибочного распознавания значений  $J_i$  решающей схемой демодулятора.

Далее для компактности записи последующих преобразований используем более короткие обозначения:

$$y = a_{ij}; \quad x = b_j; \quad z = \hat{J}_i = \frac{y}{x}; \quad y = z \cdot x.$$

Рассматривая  $z$  как результат функционального преобразования случайных величин  $y$  и  $x$ , можно получить следующее выражение для её плотности вероятности:

$$w(z) = \int_{-\infty}^{\infty} |x| \cdot w(x) \cdot w(z \cdot x) dx.$$

После подстановки в эту формулу выражений для плотностей вероятностей нормально распределённых случайных величин  $x$  и  $y = z \cdot x$  имеем

$$w(\hat{J}/s_i) = R \int_{-\infty}^{\infty} |x| \cdot e^{-[ax^2 - bx]} dx, \quad (3)$$

$$\text{где } R = \frac{1}{2 \cdot \pi \sigma(\xi_i) \cdot \sigma(\xi_{оп j})} \cdot e^{-\frac{[\sigma^2(\xi_i) \cdot S_{оп j}^2 + \sigma^2(\xi_{оп j}) S_i^2]}{2 \sigma^2(\xi_i) \cdot \sigma^2(\xi_{оп j})}},$$

$$a = \frac{\sigma^2(\xi_i) + \sigma^2(\xi_{оп j}) \cdot z^2}{2 \cdot \sigma^2(\xi_{оп j}) \cdot \sigma^2(\xi_i)}; \quad b = \frac{\sigma^2(\xi_i) \cdot S_{оп j} + \sigma^2(\xi_{оп j}) \cdot S_i \cdot z}{\sigma^2(\xi_{оп j}) \cdot \sigma^2(\xi_i)}.$$

Для примера методом численного интегрирования были рассчитаны графики  $w(\hat{J}/s_i)$  для  $S_i = 1, 2, \dots, 6$ ;  $S_{оп j} = 1$ ;  $\sigma^2(\xi_{оп j}) = 0.025$ ;  $\sigma^2(\xi_i) = 0.01$ .

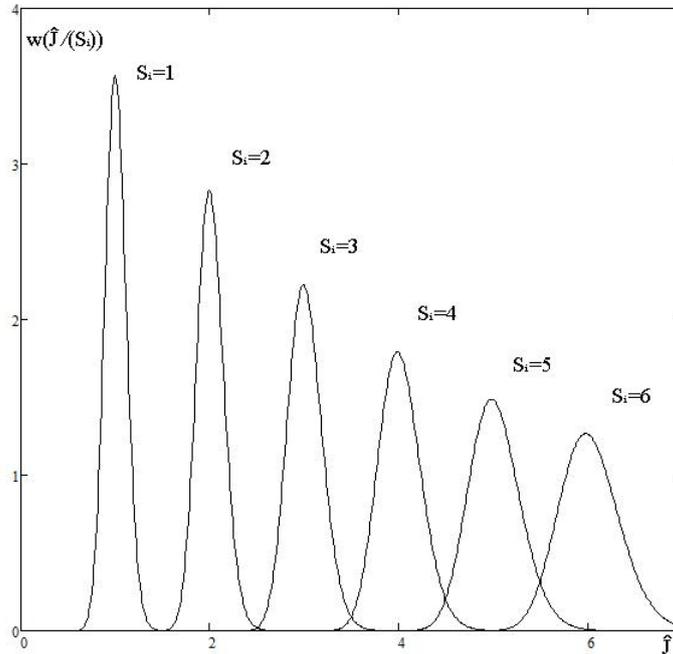


Рис. 1. Графики условных плотностей вероятностей  $w(\hat{J}/s_i)$  для  $S_{оп j} = 1$ ;  $\sigma^2(\xi_{оп j}) = 0.025$ ;  $\sigma^2(\xi_i) = 0.01$

Для определения влияния качества приёма опорного сигнала на условную плотность  $w(\hat{J}/s_i)$  новые расчёты были проведены для  $\sigma^2(\xi_{оп j}) = 0.0125$ .

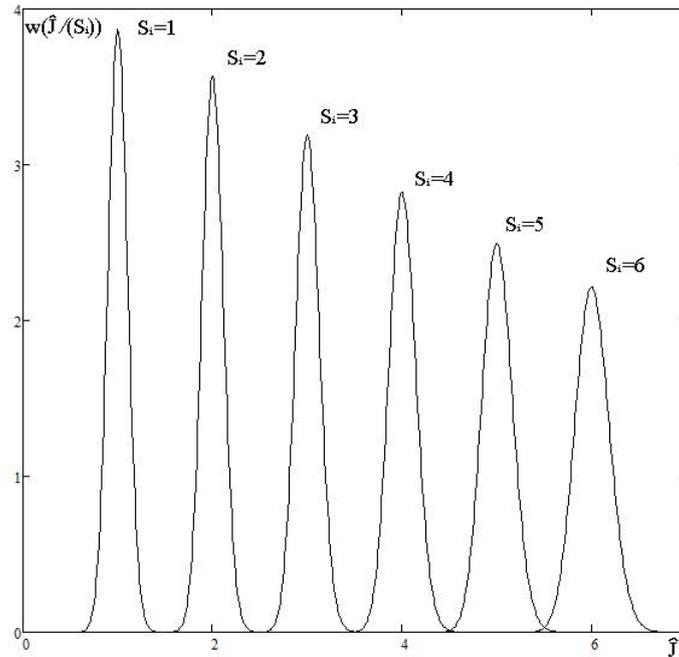


Рис. 2. Графики условных плотностей вероятностей  $w(\hat{f}/s_i)$  для  $S_{оп j} = 1$ ;  $\sigma^2(\xi_{оп j}) = 0.0125$ ;  $\sigma^2(\xi_i) = 0.01$

#### 4. Выводы

Приведённые на рис. 1 и 2 графики позволяют сделать следующие важные для практики выводы.

Во-первых, с увеличением амплитуды информационных элементов увеличивается дисперсия оценки  $\hat{J}_i$ , что приводит к возрастанию вероятности ошибки при приёме больших информационных значений  $J_i$ .

Следовательно, для устранения этого эффекта потребуется увеличить расстояние между смежными значениями  $J_i$ , что можно осуществить путём соответствующего нелинейного преобразования.

Во-вторых, как следует из графиков, плотность вероятности  $w(\hat{f}/s_i)$  обладает асимметрией относительно собственных максимумов. Это означает, что оптимальные значения порогов для принятия решений о величинах  $J_i$  лежат не посередине интервалов между стандартными значениями  $J_i$ . Определение оптимальных значений порогов представляет собой самостоятельную задачу.

В-третьих, на верность приёма  $J_i$  существенно влияет точность оценки длины вектора опорного сигнала. Поэтому необходимо, насколько возможно, увеличить отношение сигнал/помеха для опорного сигнала.

Таким образом, проведённые исследования свидетельствуют о специфических свойствах инвариантных систем связи, которые должны быть учтены при их практической реализации.

## Литература

1. Лебеяднцев В.В. Разработка и исследование методов анализа и синтеза инвариантных систем связи. Докторская диссертация. СибГУТИ, Новосибирск 1995.
2. Ефимов Н.В. Высшая геометрия.-М.: Наука,1978, 576с.
3. Лебеяднцев В.В. Синтез систем связи на основе концепции симметрии // Вестник СибГУТИ, №2, 2009, с.55 – 57.

*Статья поступила в редакцию 26.11.2009*

### **Лебеяднцев Валерий Васильевич**

д.т.н., профессор, заведующий кафедрой автоматической электросвязи СибГУТИ  
тел (383) 2698242, e-mail: lebv@mail.sibsutis.ru

### **Качан Дмитрий Сергеевич**

магистрант СибГУТИ, Группа МГ-91  
e-mail: dskachan@ya.ru

### **Морозов Евгений Викторович**

ассистент кафедры автоматической электросвязи СибГУТИ  
тел (383) 2698242, e-mail: joni6127@rambler.ru

## **To an estimation of a noise stability of an invariant communication system**

**V.V. Lebedyantsev, D.S. Kachan, E.V. Morozov**

The task is estimating the white noise influence on the quality of receiving messages in invariant communication systems. The formulae for calculating the conditional densities of probable values of information elements on the output of a demodulator are gotten. The special properties of the conditional density probability are defined, which are necessary to be considered when the practical realization of invariant communication systems occurs.

*Keywords:* communication channel, transformation group of communication channel, channel invariants, noise stability of invariant communication system.