

ОБ ИНВАРИАНТНОСТИ ЗАКОНОВ ИЗЛУЧЕНИЯ ЭНЕРГИИ НЕОДНОРОДНЫХ СВЧ-РЕЗОНАТОРОВ (АНАЛОГ ПСЕВДОСФЕРЫ ЛОБАЧЕВСКОГО) И АБСОЛЮТНО ЧЁРНОГО ТЕЛА НАГРЕТОГО ВЕЩЕСТВА ПО ПЛАНКУ

М.Я. Воронин, А.Н. Поспелов

Обратимся к истории вопроса, чтобы далее развить проблему для конкретных случаев.

Процесс превращения тепловой энергии принято называть тепловым или температурным излучением [1, 2]. При этом в составе тел не происходит никаких изменений за исключением их теплового состояния, а количество излучаемой энергии изменяется в полном соответствии с количеством подводимого тепла. При нагревании вещества его молекулы приходят в непрерывное колебательное, вращательное и поступательное движение, в результате чего возникает излучение со сплошным спектром.

Излучаемая энергия поглощается другими телами, которые под её воздействием нагреваются и в свою очередь начинают излучать. Таким образом, всякое тело излучает энергию и поглощает её. Тела, полностью поглощающие падающий на них поток излучения и обладающие максимальной энергетической светимостью, называются абсолютно чёрными телами (АЧТ). Для таких тел интегральная $\alpha(T)$ и спектральная $\alpha(\lambda, T)$ поглощаемые способности равны единице.

Поглощаемой способностью тела называют коэффициент, показывающий, какая часть упавшего на тело монохроматического или сложного потока излучения поглощается при температуре тела T .

Тела, которые полностью поглощали бы падающие на них излучение, в природе не существует. Их создают искусственно. Весьма близко по своим характеристикам к АЧТ приближаются такие излучатели, как отверстие полого шара, плотно уложенный пакет лезвий со стороны заточенных сторон, пучок цветных игл со стороны острых заточенных сторон и некоторые другие искусственные излучатели. Все законы теплового излучения справедливы для АЧТ. При введении некоторых поправочных коэффициентов эти законы становятся справедливыми и для многих реальных излучателей.

Известно [1], что вначале Планк записал так называемую интерполяционную формулу для закона распределения энергии в спектре равновесного электромагнитного излучения вещества при определённой температуре:

$$E = \frac{C_1 \cdot \lambda}{e^{C_2/\lambda T} - 1} \quad (1)$$

где C_1 и C_2 – некоторые постоянные, λ – длина волны, T – абсолютная температура.

Но как распределяется энергия излучения по длинам волн, ни с помощью термодинамических методов, ни с помощью волновой теории излучения не удалось установить.

Согласно волновой теории, энергия излучения нагретого тела, соответствующая различным частотам, должна возрастать с увеличением частоты. Однако опыты показали, что энергия излучения вначале действительно растёт с увеличением частоты, но пройдя через максимум, начинает уменьшаться, стремясь к нулю на высоких частотах.

Планку удалось устранить это противоречие, введя квантовое представление о природе излучения, записав формулу (1) в виде:

$$E = \frac{8c\pi h}{\lambda^5} / (e^{ch/(kT\lambda)} - 1) \quad (2)$$

где $c = 299850$ км/сек – скорость света в пустоте; $k = 1,3827 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана; $h = 0,662 \cdot 10^{-33}$ Дж·с – квант действия Планка.

На рис. 1 приведено семейство кривых зависимости распределения энергии излучения абсолютно чёрного тела по длинам волн λ для ряда температур.

Из рис. 1 видно, что максимумы кривых при росте температуры и уменьшении длины волны λ смещаются влево. Эта связь была установлена Вином и носит название закона смещения Вина (на рис. 1 штрихом показана кривая Вина). При этом им было установлено, что

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2896 \text{ мкм} \cdot \text{К},$$

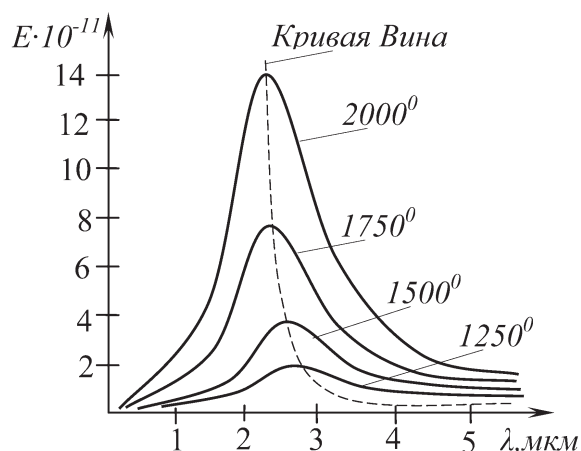


Рис. 1. Функции спектральной плотности энергетической светимости АЧТ при различных значениях температуры

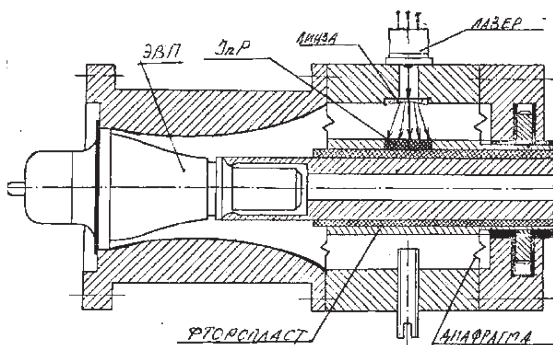


Рис. 2. Конструкция ШКС с щелевой связью между регулярно-нерегулярными резонаторами

где $\lambda_{\max}$ соответствует максимуму кривой E .

Известно, что функция $E(\lambda, T)$, описываемая вышеприведённым уравнением Планка, достигает своего максимального значения при определённой длине волны $\lambda_{\max}$.

Чтобы найти $\lambda_{\max}$, соответствующую максимальному значению функции $E_{\max}$, необходимо продифференцировать $E(\lambda, T)$ и приравнять производную к нулю:

$$\frac{dE(\lambda, T)}{d\lambda} = 0 \quad (3)$$

Нужно иметь ввиду, что производная (3) будет равна нулю, если её числитель будет равен нулю, или знаменатель равен бесконечности. Однако взятие производной по λ недопустимо, т.к. последняя – величина размерная. Это объясняется тем, что на предельных длинах волн касательные к функции $E(\lambda, T)$ параллельны оси абсцисс; с этих позиций и исходил Вин.

Поэтому целесообразно ввести некие функции x и y . Тогда выражение (2) запишется в виде $x^5 \cdot y \cdot (e^{x-1} - 1) - 1 = 0$ для постоянной температуры.

Отсюда и получим константу Вина:

$$\lambda_{\max} \cdot T = b = \text{const.} \quad (4)$$

Теперь обратимся к электронике больших мощностей СВЧ, хорошо изученной Капцей П. Л. [3]. Речь идет об энергетических показателях резонаторов СВЧ на основе плавно-нерегулярных линий передачи.

Первый резонатор широкополосной колебательной системы (ШКС) по рис. 2 является аналогом псевдосферы Лобачевского [4], т.е. от начала к концу геометрическая конфигурация

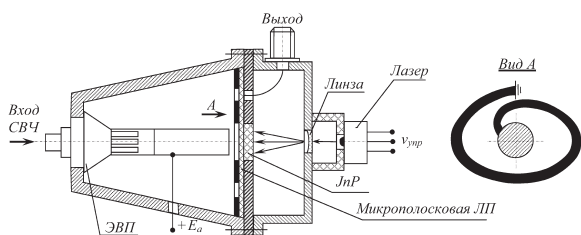


Рис. 4. Конструкция ШКС с торцевой связью между полосковой и микрополосковой спиральной ЛП

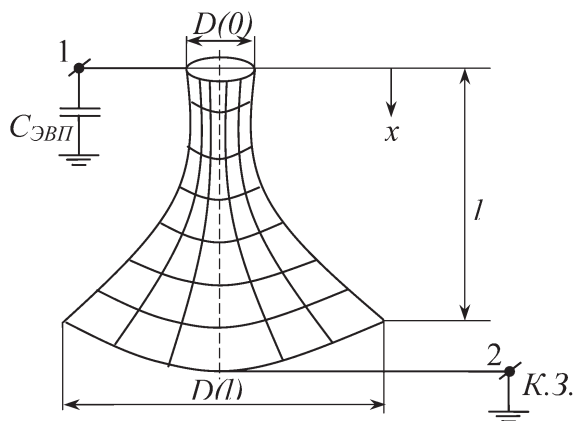


Рис. 3. Псевдосфера Лобачевского, где $D(l)$ и $D(0)$ соответственно диаметры в конце и начале псевдосферы

имеет вид рупора с постепенным увеличивающимся диаметром к концу (рис. 3).

Первый резонатор ШКС по рис. 4 представляет собой усечённую пирамиду (рис. 5).

Но вернёмся к энергетике СВЧ – резонаторов по рис. 3 с учётом рис. 4 и рис. 5. Пусть имеет место плавно-нерегулярная расширяющаяся НРЛП с гиперболическим законом волнового сопротивления:

$$Z(x) = Z(0) \cdot (1 - \mu l \frac{x}{l})^{-1}. \quad (5)$$

Вместо параметра крутизны введём параметр p – перепад волновых сопротивлений:

$$p = \frac{Z(l)}{Z(0)}$$

$$\mu l = 1 - \frac{1}{\sqrt{p}} \quad (6)$$

Если $p = 1$ (РЛП), то $\mu l = 0$.

В таблице 1 приведено соответствие между μl и p .

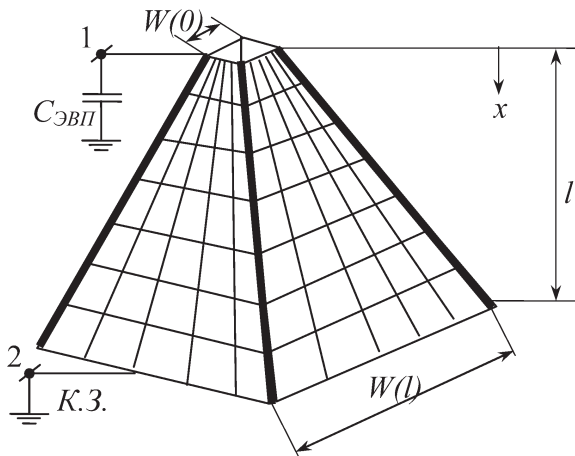


Рис. 5. Усечённая пирамида

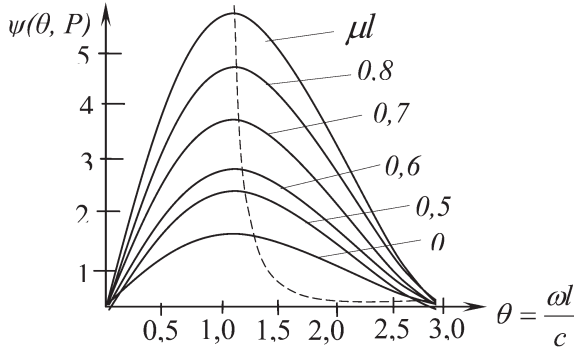


Рис. 6. Кривые зависимости энергетической функции нерегулярного СВЧ-резонатора от электрической длины θ при различных перепадах p

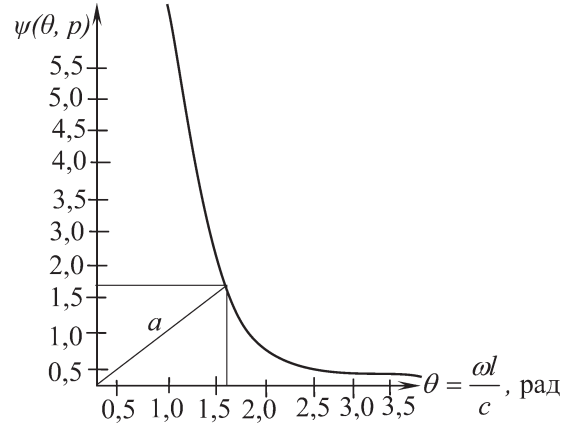


Рис. 7. Кривая зависимости $\psi_{\max}(\theta, P)$ от θ .

Таблица 1

μl		0,5	0,7	0,8	0,9
p	1	1,41	1,82	2,93	3,16

Мощность, развиваемая СВЧ-генератором в резонаторе, может быть определена по следующей формуле [5, 6]:

$$P = \frac{1}{2} J_{a1}^2 \cdot R_1, \quad (7)$$

где J_{a1} – ток первой гармоники, протекающий через резонатор; R_1 – резонаторное сопротивление первого резонатора ШКС.

Но известно [2], что

$$R_1 = Z(0) \cdot Q_H \cdot \frac{\varphi(\theta, \mu l)}{\gamma(\theta, \mu l)} = Z(0) \cdot Q_H \cdot \psi(\theta, \mu l), \quad (8)$$

где $\psi(\theta, \mu l)$ – энергетическая функция.

Для К.З. ГНРЛП иммитансная функция равна [7]:

$$\psi(\theta, \mu l) = \left(\text{ctg} \theta - \frac{\mu l}{\theta} \right)^{-1}. \quad (9)$$

Из того же источника известно, что параметр распределённости [6, 8] имеет вид

$$\gamma(\theta, \mu l) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\theta \cdot d\varphi(\theta, \mu l)}{\varphi(\theta, \mu l) d\theta} \right). \quad (10)$$

Тогда энергетическую функцию $\psi(\theta, \mu l)$ с учётом (9) и (10) можно записать как

$$\psi(\theta, \mu l) = \frac{1}{\frac{\text{ctg} \theta}{2} + \frac{1}{\sin^2 \theta} - \frac{\mu l}{\theta}}. \quad (11)$$

На рис. 6 приведено семейство кривых, построенных по (11).

Сравнивая кривые на рис. 1 и рис. 6, видим, что по форме они очень схожи – также происходит смещение энергетической функции резонатора СВЧ $\psi_{\max}(\theta, P)$ влево. Существенным отличием является то, что минимумы функций Планка на рис. 1 смещаются влево при увеличе-

нии частоты, а на рис. 6 они также смещаются влево, но при уменьшении частоты.

На рис. 7 приведена кривая смещения $\psi_{\max}(\theta, P)$, которая идентична кривой Вина на рис. 1.

Существенное различие состоит в том, что на рис. 1 для АЧТ кривые построены для различных температур, а на рис. 6 кривые построены для различных перепадов волновых сопротивлений. Если на рис. 1 возрастание $E_{\max}$ происходит при росте температуры, то на рис. 6 рост происходит при нарастании p .

Объясняется это тем, что при увеличении разрыва НРЛП увеличивается величина запасённой энергии во внешней части резонаторов СВЧ (т. е. добротность распределённой СВЧ структуры). Если сравнивать это с резонатором СВЧ на основе РПЛ, то в предлагаемом на основе К.З. НРЛП эффективность в выигрыше по мощности более чем в 5 раз.

С физической точки зрения Планк объединяет квантовые эффекты в АЧТ за счёт неких внутренних осцилляторов (что-то подобие диполей Герца). В нерегулярных резонаторах СВЧ (в регулярных этого не может быть) существуют некие погонные осцилляторы, если резонатор разбит на n – частей из Δl – микро-диполей, состоящих из погонных $L_1(x)$, $C_1(x)$ реактивных контуров [9]. Это так называемая составная лехеровская система (рис. 8).

Чтобы найти полную энергетическую мощность резонатора СВЧ по аналогии с [2], функцию $\psi(\theta, p)$ необходимо проинтегрировать в диапазоне $\Delta \theta$ от 0 до π :

$$R(p) = \int_0^\pi \psi(\theta, p) \cdot d\theta = \int_0^\pi \frac{d\theta}{\left[\frac{\text{ctg} \theta}{2} + \frac{1}{\sin^2 \theta} - \left(1 - \frac{1}{\sqrt{p}} \right) \frac{1}{\theta} \right]} \quad (12)$$

По аналогии с уравнением (3) Планка, чтобы найти $\theta_{\max}$, соответствующую максимальному значению функции $\psi_{\max}$, продифференцируем функцию ψ по переменной θ и исследуем производную на экстремум для ряда p :

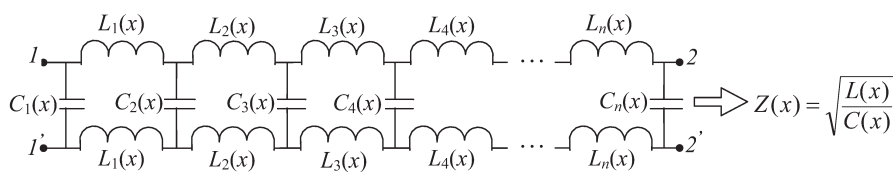


Рис. 8. Лехеровская составная распределенная система отрезка НРПП

$$\frac{\partial \psi(\theta, p)}{\partial \theta} = \frac{\frac{1}{\frac{\operatorname{ctg} \theta}{2} + \frac{1}{\sin^2 \theta} - \left(1 - \frac{1}{\sqrt{p}}\right) \frac{1}{\theta}}}{\frac{1}{\sin^2 \theta} + 2 \sin^{-3} \theta \cdot \cos \theta + K \cdot \theta^{-2}} = 0 \quad (13)$$

Тогда $K = -2\theta^2 \cdot \sin^2 \theta (1 + \sin^{-1} \theta + \operatorname{ctg} \theta)$; отсюда можно получить константу $\theta_{\max} \cdot \mu l = a$; либо $\theta_{\max} \cdot p = b$ и сравнить с константой Вина. Результаты интегрирования по [7] можно сравнить с интегрированием по Планку [1]; кстати, интегрирование по Планку осуществляется в интервале от 0 до ∞ .

Теперь что касается размерностей.

У Планка (рис. 1) по оси абсцисс размерность в мкм, от которой через скорость света можно перейти к частоте; по оси ординат размерность E имеет вид Вт/см²·мкм; каждая кривая строится для температуры АЧТ в градусах либо по Кельвину, либо по Цельсию.

На рис. 6 по оси абсцисс безразмерные величины; по оси ординат вещественные целые числа. Каждая кривая строится для μl , либо для p , которые также числа; все это сделано для целей анализа по инвариантности.

На самом деле размерность по оси абсцисс в Гц, м, м/с; по оси ординат (см. формулу (7)) размерность в Вт, А, Ом, Гц; μl и p – безразмерны.

Теперь что касается пирамидального резонатора в конструкции генератора СВЧ по схеме двухконтурной анодной системы (см. рис. 4). Как показали опытные исследования этого СВЧ-резонатора, практически, в диапазоне частот от 100 МГц до 10000 МГц он имеет несравненно большую запасаемую энергию по сравнению с резонаторами из отрезков РЛП: выигрыш примерно в 10 раз. Откуда это? Вообще пирамидальные физические модели обладают, по нашему убеждению, какой-то неслыханной энергией. В этом смысле много сейчас пишется о египетских пирамидах, способных по своей природе накапливать большую энергию, которая поступает, по-видимому, откуда-то из космоса. В нашем случае СВЧ пирамидальные резонаторы накапливают энергию от задающих подводимых к ним извне СВЧ-генераторов; если изменить размеры СВЧ пирамидального резонатора, то он будет весьма эффективно запасать энергию в СВЧ-диапазоне.

А теперь возьмём геометрические размеры египетской пирамиды: сторона основания – 230,3 м; периметр – 230,3х4=921,2 м; высота пирамиды 146,6 м, удвоенная – 293,2 м. Делим первую величину на вторую и получаем:

$921,2/293,2=\pi$, что поразительно впечатляет, так как при расчёте интегральной полной энергетической мощности СВЧ-резонатора интеграл нами брался в интервале от 0 до π (выражение (12)). Введя соответствующий масштаб с учётом нашей физической модели СВЧ пирамидального резонатора, нетрудно найти резонансную частоту египетской пирамиды, т.е. ту самую излучаемую космосом частоту генератора.

Таков наш вариант решения проблемы, поставленной в заглавии статьи. Кстати, великий Леонардо да Винчи изучал «область свето-воздушной перспективы и гармонической пирамидальной композиции [10]».

Литература

1. Планк М. Теория теплового излучения, Л.-М.: 1935.
2. Павлов А.В. Оптико-электронные приборы (основы теории и расчёта). – М.: Энергия, 1974. – 360с.
3. Капица П.Л. Электроника больших мощностей. – М.: Изд-во АН СССР, 1962. – 195с
4. Лобачевский Н.Н. Сочинения по геометрии. – М.-Л.: 1946 – 49 (Полн. собр. соч., Т. 1-3; Обоснования геометрии Лобачевского и развитие её идей. – М.: 1956.)
5. Воронин М.Я. Нерегулярные линии передачи на СВЧ: теория и применение: в 2-х частях; под ред. В.П. Петрова / Новосиб. гос. техн. университет – Новосибирск, 1994. – 291с.
6. Нейман М.С. Триодные и тетродные генераторы сверхвысоких частот. – М.: Сов. радио, 1950. – 283с.
7. Воронин М.Я., Голиков В.К., Денисов А.Н., Чепурной С.М., Шлее В.Р. Элементы теории несоразмерных цепей в точном методе синтеза: учебн. пособие / Новосиб. гос. техн. университет – Новосибирск, 1994. – 49с.
8. Сифоров В.Н. Радиоприёмники СВЧ. Военное изд. Мин. обороны СССР, – М.: 1957. – 435с.
9. Wenzel R.J. The modern network theory approach for microwave filter design II Ibid – 1968. – Vol. EMC – 10. №2 – p.196-209
10. Лазарев В.Н. Леонардо да Винчи. – Л.-М.: 1952.

Воронин Михаил Яковлевич: д.т.н., профессор, академик МАИ, профессор кафедры основ приборостроения, Сибирская государственная геодезическая академия (630108, Новосибирск, ул. Плеханова, 10), тел. (383) 361-07-31

Поспелов Александр Николаевич: к.т.н., доцент кафедры основ приборостроения, Сибирская государственная геодезическая академия (630108, Новосибирск, ул. Плеханова, 10), тел. (383) 361-07-31