

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИНТЕЗИРУЕМЫХ ИМПУЛЬСНЫМИ МЕТОДАМИ НАПРЯЖЕНИЙ ИСТОЧНИКОВ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Ю. Д. Козляев, А. Б. Мирманов

В статье исследуются общие закономерности спектрообразования сложных сигналов, реализуемых методами широтно-импульсной модуляции и представляемых набором элементарных. Получены расчетные выражения для вычисления гармонических составляющих двух типов сигналов и определены пути для улучшения их качества.

Показано, что критерии качества синтезируемых напряжений, принятые в электротехнике, наглядно интерпретируются векторными моделями сигналов.

В условиях участвующих природных катаклизмов, физического износа электрических сетей общего пользования и т. н. человеческого фактора, сбои в системах энергообеспечения «критических» потребителей вызывают многомиллионные ущербы. Один из принципов обеспечения энергетической безопасности информационных и телекоммуникационных систем и, в частности, их независимости от качества электрических сетей общего пользования, базируется на кондиционировании сетей с помощью двухкаскадных (зеркальных) преобразователей типа –AC/DC-DC/AC с использованием в промежуточной точке каскада резервного источника энергии постоянного тока. Выходное напряжение в таких системах формируется каскадом DC/AC, называемого инвертором напряжения (ИН). Таким образом, для критического потребителя (потребителя особой группы первой категории [1]) ИН является непосредственным источником энергии и поэтому должен удовлетворять жёстким нормативным показателям качества генерируемой энергии переменного тока [2]. Термины «генерирование» и «инвертирование», используемые в разных технических дисциплинах, в данном контексте являются аналогами, т. к. отражают факт преобразования в автономном звене электрической энергии постоянного тока в энергию переменного тока. Заметим, что современные технологии преобразования энергии ориентируются на импульсные методы, при этом «первичный» продукт преоб-

разования напряжения на выходе импульсного звена (рис.1) представляет периодический ансамбль импульсов с определённой спектральной структурой. С помощью последующего линейного звена (фильтра) структура сигнала и его спектра преобразуются, при этом параметры фильтра, а вместе с ними и динамические и технико-экономические характеристики ИН во многом определяются спектром сигнала U_1 , а следовательно, «архитектурой» ансамбля импульсов, образующих его волну напряжения. Сложившиеся подходы описания подобных сигналов, ориентированные на элементы классической теории широтно-импульсной модуляции (ШИМ) [3, 4], дают общие представления о закономерностях спектрообразования сигналов; вместе с тем, ряд аспектов, важных для инженерной практики не могут быть учтены сложившимися подходами. В качестве примера назовём нереализуемость в мощных «энергетических» приложениях импульсов «малой» длительности (менее 0.2...0.5 мкс), требуемых по условию получения допустимых искажений формируемого напряжения; неопределённость условий отсутствия низкочастотных «шумов» квантования в спектре сигнала; неопределённость картины распределения энергии в спектральных группах сигналов и ряд других. Предлагаемый в настоящей работе подход, названный «синтезом напряжения» ориентирован на возможность представления сложного ансамбля линейной комбинацией элементарных сигналов с известными временными, спектральными характеристиками и взаимными фазовыми соотношениями. Задача анализа упрощается при представлении ансамбля чётной функцией времени. Необходимым условием этого является целочисленность и чётность значения кратности тактовой частоты ШИМ (M) по отношению к частоте синтезируемого сигнала для однополярного ансамбля импульсов в полувольте (ОШИМ), и нечётность значения M для двухполярного ансамбля импульсов (ДШИМ) [4]. Примеры названных типов сигналов, реализуемых в однофазных ИН при постоянной тактовой частоте ШИМ, показаны на рис. 2.

Пунктиром обозначена основная гармоника сигнала при коэффициенте регулирования (модуляции) $m = 1$ и $m > 1.0$. Штриховкой обозначены элементарные импульсные сигналы ансамбля, двухполярные для ОШИМ и однополярные для ДШИМ. При таком представлении сигналов они мо-

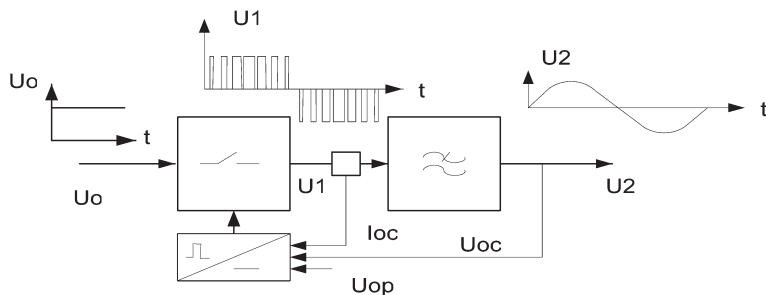


Рис. 1. Функциональная схема формирования напряжения

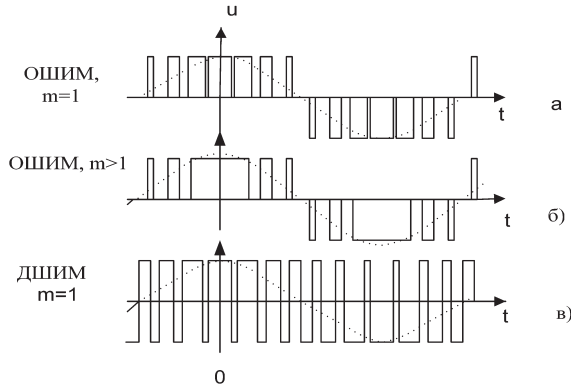


Рис.2 Примеры ШИМ сигналов на выходе импульсного звена ИИ.

гут быть суммой конечного числа элементарных сигналов $s(n)$.

А. Сигнал ОШИМ:

$$u(t) = A \sum_{n=-\frac{M}{4}+1}^{\frac{M}{4}+1} s_{n1}(t-nT) \quad (1)$$

Б. Сигнал ДШИМ:

$$u(t) = A \left(\sum_{n=-\frac{M-1}{2}}^{\frac{M-1}{2}} 2s_{n2}(t-nT) - 1 \right) \quad (2)$$

где A – высота импульсов в ансамбле, n – порядковый номер элементарной функции, S_{n1} , S_{n2} – двухполярная и однополярная стробирующие функции с относительными длительностями импульсов D_{n1} , D_{n2} , соответственно, определяемыми значениями функции выборки эталонного сигнала задания («образа» основной составляющей синтезируемого сигнала) ($u_{op} = m \cos \Omega t$, $\Omega = \omega/M$).

$$D_{n1} = 2T_{ин}/T; \quad D_{n1} = \frac{2m}{M} \delta(t-nT) \cos \Omega t \Big|_{-\frac{\pi}{\Omega} \leq t \leq \frac{\pi}{\Omega}} \quad (3)$$

$$D_{n2} = T_{ин}/T; \quad D_{n2} = \delta(t-nT) \left[\frac{1}{2M} (1 + m \cos \Omega t) \right] \Big|_{-\frac{2\pi}{\Omega} \leq t \leq \frac{2\pi}{\Omega}}$$

Заметим, что набор значений D_{n1} , D_{n2} образуют решётчатые функции с периодом тактовой (несущей) частоты T , модулированные по амплитуде опорным гармоническим сигналом (рис. 3а,б). Их спектры амплитуд ($C_k = f(k)$, k – порядковый номер гармоники), полученные методом ДПФ [4], показаны на рис. 3 в, г.

А) ОШИМ:

$$C_k = \frac{2}{M} \sum_{n=-\frac{M}{4}+1}^{\frac{M}{4}+1} s(n) e^{-nk \frac{2\pi}{M}} = m, \quad (4)$$

для $k = 1, nM-1, nM+1, C_k = 0$

для всех остальных значений k .

Б) ДШИМ:

$$C_k = \frac{1}{M} \sum_{n=-\frac{M-1}{2}}^{\frac{M-1}{2}} s(n) e^{-nk \frac{2\pi}{M}} = 1.0$$

для $k = nM, Ck = m$

для $k = nM-2, k = nM+2$. (5)

Спектральные диаграммы наглядно иллюстрируют особенности формирования побочных гармоник, сгруппированных в окрестности частот с кратностью $M, 2M, \dots, nM$. В последующем это позволит ввести понятие «эквивалентного» напряжения групповой помехи, приведённой к частоте $\omega = nM\omega_T$. Диаграмма рис. 3в иллюстрирует присутствие в спектре дискретной последовательности D_{n2} постоянной составляющей. Её подавление в спектре реального сигнала ДШИМ обеспечивается слагаемым «-1» в выражении (2). Отметим также факт различия спектральных групп сигналов, связанных с подавлением помехи с таковой частотой в сигнале ОШИМ.

Из диаграмм следует частный вывод о некоторых причинах возможного отклонения спектров реальных сигналов от рассмотренных дискретных:

- модулирующий сигнал отличается от гармонического, и в его спектре присутствуют составляющие низких порядков кратности;
- при реализации ансамбля сигналов нарушено условие передачи всех M дискретных его компонент;
- спектральные плотности элементарных сигналов отличаются от спектральной плотности функции отсчётов;
- квантование образцового сигнала по уровню при относительно малом разрешении АЦП.

В итоге спектральная диаграмма реального сигнала может отличаться от рассмотренного идеализированного «размытием» спектральных групп (на рис. 3 обозначено пунктирными линиями).

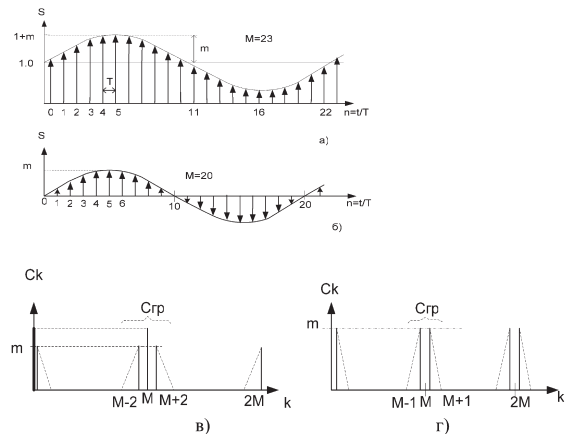


Рис. 3. Дискретные сигналы ОШИМ и ДШИМ и их спектры

Переходя от функции отсчётов к стробирующим функциям, обозначенными как «элементарные» составляющие (s_{n1} или s_{n2}) синтезируемой волны напряжения, запишем решения для амплитуд гармоник при представлении $s(n)$ чётной функцией времени с высотой импульса A_n и относительной длительностью импульса D_n :

А. ОШИМ:

$$u_k(n) = \frac{4A_n}{k\pi} \sin\left(k\pi \frac{D_{n1}}{2M}\right) = 2A_n \frac{D_{n1}}{M} \frac{\sin(x_1)}{x_1},$$

$$\text{где } x_1 = 2k\pi \frac{D_{n1}}{M}, k=1,3,5\dots \quad (6)$$

Б. ДШИМ:

$$u_k(n) = \frac{4A_n}{k\pi} \sin\left(k\pi \frac{D_{n2}}{M}\right) = 2A_n \frac{D_{n2}}{M} \frac{\sin(x_2)}{x_2},$$

$$\text{где } x_2 = k\pi \frac{D_{n2}}{M}, k=0,1,2,3\dots \quad (7)$$

Зависимость амплитуд гармонических составляющих от их номера (k) определяется множителем $s(x) = \sin(x)/x$. Это означает, что в области значений $k=1\dots k_0$, в которой $s(x) \approx 1.0$, гармоники равны величине $2A_n D_n/M$. Следовательно, по аналогии с решётчатыми функциями, для которых $u_k = \text{const} = D_n$, в спектре ансамблей функций, описываемых выражениями (1), (2) первые гармоники ($k=1$) элементарных составляющих суммируются, остальные гармоники взаимно компенсируются. С ростом кратности тактовой частоты (M) значение k_0 возрастает. Анализ показывает, что для $s(x) \approx 1.0$ при $M=200, 400, 800$ (что соответствует тактовой частоте ШИМ $f=10, 20$ и 40 кГц, соответственно) k_0 близки к значениям 50, 125, 200. Важно отметить также, что при условии $s(x) \approx 1.0$, амплитуды гармоник пропорциональны площади элементарных сигналов. Это означает, что фрагменты сигналов, сформированные из импульсов малой длительности, нереализуемой в высокоточных приложениях из-за ограниченного быстродействия ключей, без потери качества могут быть организованы из импульсов с относительно большой длительностью, но с пропорционально уменьшенной амплитудой. Другими словами, одноуровневая огибающая импульсной последовательности сигнала может быть заменена ступенчатой, со снижением уровней «по краям полуволны» синтезируемого образцового сигнала.

Используя принцип линейной комбинации, запишем решения для гармонических составляющих ОШИМ и ДШИМ сигналов. С учетом (3), (5) и (7) находим:

А. Одноуровневый ОШИМ:

$$U_k = \frac{4A}{\pi k} \sum_{n=-\frac{M}{2}}^{\frac{M}{2}-1} \sin \frac{k\pi}{M} \left[m \cos \left(\frac{n\pi}{M} \right) \right] \cos \left(\frac{2k\pi}{M} n \right) \quad (8)$$

Б. Двухуровневый ОШИМ:

$$U_k = \frac{8}{k\pi} \left\{ A_1 \sum_{n=0}^p \sin \left[\frac{1}{M} m \cos \left(\frac{n\pi}{M} \right) \right] \cos \left(\frac{2k\pi}{M} n \right) + \right. \\ \left. + A_2 \sum_{n=p+1}^{\frac{M}{2}-1} \sin \left(\frac{m}{M} \frac{A_1}{A_2} \cos \left(\frac{n\pi}{M} \right) \right) \cos \left(\frac{2k\pi}{M} n \right) \right\} \quad (9)$$

где p – число стробирующих функций в ансамбле с уровнем A_1 .

В. Сигнал ДШИМ:

$$U_k = \frac{4A}{k\pi} \sum_{n=-\frac{M-1}{2}}^{\frac{M-1}{2}} \sin \left[\frac{k\pi}{M} \left(1 + m \cos \left(\frac{2n\pi}{M} \right) \right) \right] \cos \left(\frac{2nk\pi}{M} \right) \quad (10)$$

Спектральные диаграммы, полученные по формулам (8), (10) для частного случая $m=0.8$, $A=1.0$ казаны на рис. 4. Структура диаграмм совпадает с полученными ранее для решётчатых функций. Основное различие заключается в образовании в окрестности частот с кратностью $k=nM$ по отношению к частоте синтезируемого сигнала групп гармоник, образующих «групповую узкополосную» помеху с эквивалентной амплитудой

$$U_{\text{гр}(n)} = \sqrt{\sum_{k=nM-X}^{nM+X} U_k^2}.$$

Таблица 1.

Значения компонент сигналов ОШИМ и ДШИМ и их показателей качества.

Сигнал	ОШИМ			ДШИМ		
$U_1=m$	1.0	0.8	0.5	1.0	0.8	0.5
Д	1.128	1.006	0.7955	1.41		
$U_{\text{гр}1}$	0.1966	0.229	0.268	0.746	0.873	1.09
$\cos(\chi_1)$	0.888	0.795	0.627	0.801	0.675	0.417
$\text{tg}(\chi_1)$	0.395	0.607	0.975	0.952	0.956	2.18

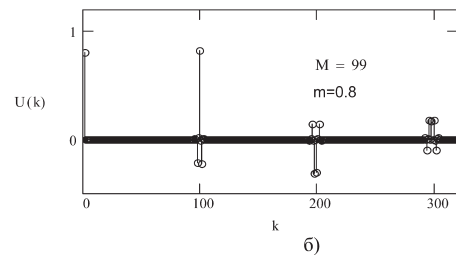
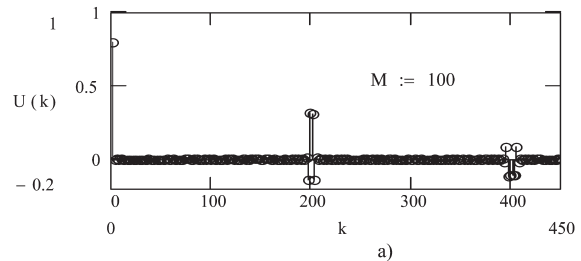


Рис.4. Спектры амплитуд сигнала ОШИМ (а) и ДШИМ (б).

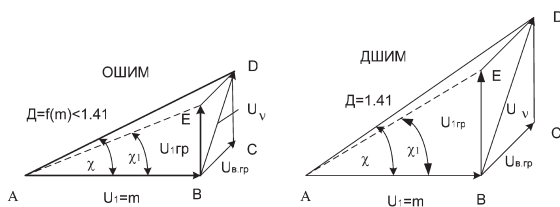


Рис. 5. Векторное представление ансамблей сигналов ОШИМ и ДШИМ.

Индексы « n » в приведённом выражении определяют номер группы, X – число значимых составляющих спектра помехи. Для практических приложений важное значение имеет группа первого порядка ($n = 1$), определяющая требования к фильтровым устройствам ИН. В таблице 1 приведён ряд значений гармоник первой группы сигналов ОШИМ и ДШИМ и эквивалентные значения помехи их первой группы. Таблица наглядно иллюстрирует «преимущество» сигнала ОШИМ, связанное с отсутствием в его спектре гармоники с несущей частотой ($k = M$). Соответственно, эквивалентное значение помехи первой группы у сигнала ОШИМ ниже, чем у сигнала ДШИМ.

Более строгие критерии качества синтезируемых сигналов найдём при рассмотрении их энергетических характеристик. При анализе учитываем свойства ортогональности гармоник элементарных составляющих $S(n)$ и их комбинаций. В качестве меры составляющих сигнала или его групп выберем значения их эквивалентных амплитуд (U), определяемых соответствующими значениями средней мощности (P) составляющих компонент сигнала ($U = \sqrt{2P}$). Такой подход позволяет выделить в спектресигналатрикомпоненты – основную (U_1), первой группы ($U_{1гр}$), группы высших гармоник ($U_{в.гр}$) и представить векторной моделью результирующего сигнала (рис. 4) с результирующим вектором $D = \sqrt{U_1^2 + U_{1гр}^2 + U_{в.гр}^2} = \sqrt{U_1^2 + U_v^2}$.

Величина D может быть выражена через среднеквадратическое значение элементарных функций в ансамбле:

$$D = \sqrt{\frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S^2(t) dt} = \sqrt{\frac{2}{M} \sum_{n=0}^M A_n^2 D_n} \quad (11)$$

Для сигнала ДШИМ решение не зависит от коэффициента модуляции $D(\text{дшим}) = A\sqrt{2}$, для ОШИМ при кратности $M > 200$ решение близко к предельной величине $D(\text{ошим}) = 1.128A\sqrt{m}$. Из выражения (11) наглядно виден эффект перехода к двухуровневому сигналу. Слагаемые с уровнем $A_n < A$ и относительной длительностью D_n , удовлетворяющей условию $A_n D_n = \text{const}$, имеют меньшее значение эквивалентной амплитуды при одинаковом значении основной гармонической составляющей. В этом, в частности, проявляется «фильтрующий» эффект деформации огибающей ансамбля сигналов.

Наглядным критерием степени «уклонения» интегрального показателя сигнала D от гармонической составляющей U_1 могут служить величины угла между векторами AB и AD , или

отношения $\cos(\chi) = U_1/D$; $\text{tg}(\chi_1) = U_v/U_1$. Первое отношение определяет коэффициент искажения синтезируемого сигнала, второй – его коэффициент гармоник [2]. Из приведенных выше суждений (табл.1) следует, что при равенстве значений U_1 значения χ для ОШИМ и ДШИМ сигналов существенно различаются.

В заключение следует отметить, что с учётом фильтра нижних частот, включаемого на выходе синтезирующего звена, показатель «уклонения» χ , без существенной погрешности для качества инженерного решения, может быть заменен на χ_1 . Введение фильтрового звена в схему инвертора изменяет спектральные составляющие сигнала пропорционально коэффициенту ослабления $K(j\omega)$. В частности, для распространённого в силовой электронике фильтра Баттерворта [4] ослабление групповой помехи пропорционально множителю $K = (nM)^{2l}$, где n – номер групповой помехи, l – число каскадов фильтра. Таким образом, даже для однозвенного фильтра ослабление «верхней группы» помех достаточно велико (соизмеримо со значением $K = 4(\frac{\omega_1}{\omega_0})^2 M^2$, где ω_0 – собственная частота фильтра). Это позволяет в инженерных расчетах ориентироваться только на гармонические составляющие первой группы. Векторная диаграмма сигнала после его фильтрации в этом случае будет представлена прямоугольным треугольником с катетами $U_1 = m$ и $U_v = U_{1гр}/K$. При известном значении M и заданном показателе качества потребуются определяющая величина отношения частоты синтезируемого сигнала и собственной частоты фильтра.

Литература

1. ГОСТ Р 50571. 1-93 (МЭК 446-89) Электроустановки зданий. Общие положения.
2. ГОСТ 13109-97 Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего применения.
3. Дмитриков В.Ф., Петяшин Н.Б., Сиверс М.А. Высокоэффективные формирователи гармонических колебаний. – М.: Радио и связь, 1988.
4. Kjeld Thorborg. Power electronics.-NY.: Prentis Hall. 1988.
5. А.Б. Сергиенко. Цифровая обработка сигналов. – СПб.: Питер. 1999.

Козляев Юрий Дмитриевич: к.т.н., профессор, член-корр. МАИ, профессор кафедры радиопередающих устройств и электропитания, СибГУТИ, тел. (383) 266-16-82

Мирманов Арман Барлыкович: аспирант кафедры радиопередающих устройств и электропитания, СибГУТИ, тел. (383) 266-16-82