

ПРИЁМ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ В КАНАЛАХ С МНОГОЛУЧЕВЫМ РАСПРОСТРАНЕНИЕМ И СТОХАСТИЧЕСКИМИ УЗКОПОЛОСНЫМИ ПОМЕХАМИ

А. И. Фалько, М. С. Шушинов

В [1] синтезированы алгоритмы адаптивного приёма широкополосных сигналов в каналах с многолучевостью. В [2] синтезированы алгоритмы адаптивного приёма в каналах с многолучевостью и узкополосными помехами (УП), аппроксимируемыми квазидетерминированным процессом.

Представим смесь сигнала с помехами на выходе многолучевого канала, т.е. на входе приёмника в комплексном виде

$$\underline{Z}'(t) = \sum_{i=1}^n \underline{\mu}_i \underline{Z}_r(t - \Delta t_i) + \underline{\mu}_n \underline{Z}_n(t) + \underline{\xi}(t), \quad t \in T + \Delta t_n \quad (1)$$

Здесь $\underline{\xi}(t) = \xi(t) + j\tilde{\xi}(t)$ – флуктуационная помеха, аппроксимируемая комплексным гауссовым процессом с нулевым средним и спектральной плотностью мощности v^2 .

$\sum_{i=1}^n \underline{\mu}_i \underline{Z}_r(t - \Delta t_i)$ – принятый полезный сигнал, у которого n – число приходящих лучей;

$$\underline{\mu}_i = \mu_{ci} - j\mu_{si} = |\underline{\mu}_i| e^{j\Psi_i} \quad (2)$$

– комплексный коэффициент передачи канала для сигнала i -го луча с ортогональными составляющими μ_{ci} и μ_{si} ;

$$\underline{Z}_r(t - \Delta t_i) = Z_r(t - \Delta t_i) + j\tilde{Z}_r(t - \Delta t_i),$$

где $Z_r(t)$ – функция, определяющая переданный сигнал;

$\tilde{Z}_r(t)$ – функция, сопряженная по Гильберту;

Δt_i – время запаздывания – i -го луча относительно первого ($\Delta t_1 = 0$).

$$\underline{\mu}_n \underline{Z}_n(t) – узкополосная помеха, у которой \underline{Z}_n(t) = Z_n(t) + j\tilde{Z}_n(t) = e^{j\omega_n t}, \quad (3)$$

где ω_n – средняя частота УП.

$$\underline{\mu}_n = \mu_{cn}(t) - j\mu_{sn}(t) \quad (4)$$

– комплексная огибающая узкополосной помехи. Её можно представить как вектор состояния, который генерируется динамической системой, описываемой комплексным векторным дифференциальным уравнением [3, 4]

$$\frac{d\underline{\mu}_n(t)}{dt} = \underline{F}_n[\underline{\mu}_n(t), t] + \underline{G}_n(t)\underline{v}_n(t), \quad (5)$$

где $\underline{F}_n[\underline{\mu}_n(t), t]$ – в общем случае нелинейная матричная функция. В частном случае гауссовой

УП она может быть линейной, тогда уравнение (5) можно представить в виде

$$\frac{d\underline{\mu}_n(t)}{dt} = \underline{F}_n(t)\underline{\mu}_n(t) + \underline{G}_n(t)\underline{v}_n(t). \quad (6)$$

Здесь $\underline{F}_n(t)$ и $\underline{G}_n(t)$ – матрицы, описывающие динамику системы. Их элементы в общем случае являются непрерывными функциями времени. В частном случае $\underline{F}_n(t)$ и $\underline{G}_n(t)$ могут быть инвариантными во времени. $\underline{v}_n(t)$ – комплексный гауссов случайный процесс с нулевым средним и ковариационной функцией $E[\underline{v}_n(t)\underline{v}_n^+(\tau)] = \theta_n \delta(t - \tau)$, где E – знак математического ожидания; «+» – знак комплексно-сопряженной операции транспонирования.

Принятый сигнал и УП имеют ограниченную энергию, что всегда выполняется на практике.

Оптимальное решающее правило по критерию максимального правдоподобия определяется неравенством

$$\ln \Lambda_{re} > 0, \quad r \neq e, \quad (7)$$

в котором Λ_{re} является отношением правдоподобия для r -го сигнала относительно e -го. Его можно записать в форме

$$\Lambda_{re} = \frac{\mathcal{F}(\underline{Z}'/\underline{Z}_r)}{\mathcal{F}(\underline{Z}'/\underline{Z}_e)}. \quad (8)$$

Здесь $\mathcal{F}(\underline{Z}'/\underline{Z}_r)$ – функционал отношения правдоподобия принятой реализации $\underline{Z}'(t)$ при передаче сигнала $\underline{Z}_r(t)$. Он представляет собой отношение функционалов распределения вероятностей принятой смеси при наличии сигнала и в отсутствие сигнала.

Для определения $\mathcal{F}(\underline{Z}'/\underline{Z}_r)$ воспользуемся концепцией порождающего (обновляющего) процесса [5,6]. Порождающий процесс определяется выражением

$$\zeta_r(t) = \text{Re}[\underline{Z}'(t) - \hat{\underline{Y}}_r(t)], \quad (9)$$

где

$$\hat{\underline{Y}}_r(t) = \hat{\underline{Z}}_n^{(s)}(t) + \hat{\underline{Z}}_r(t) \quad (10)$$

– оценка сигнала и УП по критерию минимума среднего квадрата ошибки, полученная из наблюдений $\underline{Z}'(t)$ до текущего момента времени. Для детерминированного сигнала $\hat{\underline{Z}}_r(t) = \sum_{i=1}^n \underline{\mu}_i \underline{Z}_r(t - \Delta t_i)$. Рассмотрим подробнее этот случай.

В (10) эквивалентная оценка УП (при наличии сигнала)

$$\begin{aligned}\hat{Z}_{\Pi}^{(\Theta)}(t) &= \int_{t_0}^t \left[\underline{Z}'(\tau) - \sum_{i=1}^n \underline{\mu}_i \underline{Z}_r(\tau - \Delta t_i) \right] \underline{Y}_{\Pi}^*(t, \tau) d\tau = \\ &= \hat{\underline{Z}}_{\Pi}(t) - \sum_{i=1}^n \underline{\mu}_i \underline{Z}_{\Pi}^{\Pi}(t - \Delta t_i)\end{aligned}\quad (11)$$

Здесь $\underline{Y}_{\Pi}(t, \tau)$ – комплексная импульсная характеристика фильтра оценки узкополосной помехи;

$$\hat{\underline{Z}}_{\Pi}(t) = \int_{t_0}^t \underline{Z}'(\tau) \underline{Y}_{\Pi}^*(t, \tau) d\tau = \hat{\underline{\mu}}_{\Pi} \underline{Z}_{\Pi}(t) \quad (12)$$

– собственно оценка УП (в отсутствие сигнала);

$$\underline{Z}_{\Pi}^{\Pi}(t - \Delta t_i) = \int_{t_0}^t \underline{Z}_r(\tau - \Delta t_i) \underline{Y}_{\Pi}^*(t, \tau) d\tau \quad (13)$$

– сигнальная функция $\underline{Z}_r(t - \Delta t_i)$ на выходе фильтра оценки УП.

Учитывая, что в реальных условиях приёма широкополосного сигнала мощность полезного сигнала в полосе воздействующей узкополосной помехи гораздо меньше мощности самой помехи, будем полагать одинаковой оценку УП при наличии и в отсутствие сигнала, т. е.

$$\hat{\underline{Z}}_{\Pi}^{(\Theta)}(t) = \hat{\underline{Z}}_{\Pi}(t) = \hat{\underline{\mu}}_{\Pi} \underline{Z}_{\Pi}(t) \quad (14)$$

В соответствии с (10)–(14) порождающий процесс (9) при наличии сигнала преобразуется к виду:

$$\zeta_r(t) = \text{Re} \left[\underline{Z}'(t) - \hat{\underline{\mu}}_{\Pi} \hat{\underline{Z}}_{\Pi}(t) - \sum_{i=1}^n \underline{\mu}_i \underline{Z}_r(t - \Delta t_i) \right] \quad (15)$$

Порождающий процесс в отсутствие сигнала

$$\zeta(t) = \text{Re} \left[\underline{Z}'(t) - \hat{\underline{\mu}}_{\Pi} \hat{\underline{Z}}_{\Pi}(t) \right] \quad (16)$$

Рассуждая аналогично [5], можно показать, что порождающий процесс представляет собой белый гауссов шум с нулевым средним и спектральной плотностью мощности $\sigma^2/2$, поэтому

$$W(\zeta_r) = \text{const} \exp \left[-\frac{1}{\sigma^2} \int_{T+\Delta t_n} \zeta_r^2(t) dt \right] \quad (17)$$

где ζ_r при наличии сигнала определяется выражением (15), в отсутствие сигнала – (16).

В широкополосных системах возможно полное разделение лучей при условии $\Delta t \geq 1/F$, где F – полоса частот сигнала. Тогда из (17) с учётом (15), (16) функционал отношения правдоподобия можно представить в виде

$$\begin{aligned}F(\underline{Z}'/\underline{Z}_r) &= \\ &= \exp \left\{ \text{Re} \left(\frac{2}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n \underline{\mu}_i \int_{T+\Delta t_n} \left[\underline{Z}'(t) - \hat{\underline{\mu}}_{\Pi} \underline{Z}_{\Pi}(t) \right] \underline{Z}_r^*(t - \Delta t_i) dt \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n |\underline{\mu}_i|^2 \int_{T+\Delta t_n} |\underline{Z}_r(t - \Delta t_i)|^2 dt \right\}.\end{aligned}\quad (18)$$

Согласно (7), (8), (18) алгоритм приёма полностью известного сигнала определяется неравенством

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^n \left\{ \text{Re} \left(\underline{\mu}_i \int_{T+\Delta t_n} \left[\underline{Z}'(t) - \hat{\underline{\mu}}_{\Pi} \underline{Z}_{\Pi}(t) \right] \underline{Z}_r^*(t - \Delta t_i) dt \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{|\underline{\mu}_i|^2}{2} \int_{T+\Delta t_n} |\underline{Z}_r(t - \Delta t_i)|^2 dt \right\} > \\ &> \sum_{i=1}^n \left\{ \text{Re} \left(\underline{\mu}_i \int_{T+\Delta t_n} \left[\underline{Z}'(t) - \hat{\underline{\mu}}_{\Pi} \underline{Z}_{\Pi}(t) \right] \underline{Z}_e^*(t - \Delta t_i) dt \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{|\underline{\mu}_i|^2}{2} \int_{T+\Delta t_n} |\underline{Z}_e(t - \Delta t_i)|^2 dt \right\}, \quad r \neq e.\end{aligned}\quad (19)$$

Это алгоритм когерентного разнесённого по лучам приёма. Его особенностью является процедура вычитания из принятой смеси оценки УП, затем полученная разность перемножается с опорным колебанием, задержанным на время запаздывания соответствующего луча. Результаты перемножения интегрируются и взвешенно суммируются.

Можно задерживать входной сигнал в каждой ветви обработки с последующим перемножением его на опорное напряжение, интегрированием и весовым сложением [7].

Введём обозначение

$$\underline{V}_{ri} = \int_{T+\Delta t_n} \left[\underline{Z}'(t) - \hat{\underline{\mu}}_{\Pi} \underline{Z}_{\Pi}(t) \right] \underline{Z}_r^*(t - \Delta t_i) dt. \quad (20)$$

Алгоритм когерентного приёма сигналов с одинаковыми энергиями и симметричным воздействием УП, что характерно для широкополосных систем, с учётом обозначения (20) можно представить более компактно

$$\sum_{i=1}^n \text{Re}(\underline{\mu}_i \underline{V}_{ri}) > \sum_{i=1}^n \text{Re}(\underline{\mu}_i \underline{V}_{ei}), \quad r \neq e. \quad (21)$$

Для вывода алгоритма некогерентного приёма с когерентным сложением разнесённых по лучам сигналов, например как в приемнике «Рейк» [7], заменим в (2) ортогональные составляющие μ_{ci} и μ_{si} эквивалентными соотношениями

$$\mu_{ci} = |\underline{\mu}_i| \cos \psi_i, \quad \mu_{si} = |\underline{\mu}_i| \sin \psi_i.$$

После приведения фазы ψ_i сигналов всех принимаемых лучей к одинаковому значению, в результате максимизации в (8) по ψ получим алгоритм

$$|\underline{V}_r| > |\underline{V}_e|, \quad r \neq e, \quad (22)$$

где

$$|\underline{V}_r| = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n \text{Re}(\underline{\mu}_i \underline{V}_{ri}) \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n \text{Im}(\underline{\mu}_i \underline{V}_{ri}) \right)^2}.$$

Здесь $\underline{V}_{ri}$ – определяется выражением (20).

Алгоритм некогерентного приёма разнесённых по лучам сигналов определяется неравенством

$$\sum_{i=1}^n |V_{ri}|^2 > \sum_{i=1}^n |V_{ei}|^2, \quad r \neq e, \quad (23)$$

где V_{ri} – определяется (20).

Из (23) с учётом (20) следует, что после вычитания из принятой смеси оценки узкополосной помехи производится обычная корреляционная обработка сигнала с последующим возведением в квадрат и суммированием результатов обработки отдельных лучей.

Основным отличием полученных алгоритмов (21), (22), (23) от известных, например в [8], является способ формирования оценок УП.

Рассмотрим формирование оценок УП методами уравнений состояния [3,4]. Ограничимся здесь случаем линейных оценок. В условиях полной априорной информации о статистических характеристиках УП оценка комплексной амплитуды определяется известными уравнениями

$$\frac{d\hat{\underline{\mu}}_{\pi}(t)}{dt} = \underline{F}_{\pi}(t)\hat{\underline{\mu}}_{\pi}(t) + \underline{K}_{\pi}(t)[Z'(t) - \hat{\underline{\mu}}_{\pi}(t)Z_{\pi}(t)], \quad (24)$$

$$\text{где } \underline{K}_{\pi}(t) = \underline{Y}_{\pi}(t, t) = \underline{\varepsilon}_{\pi}(t)Z_{\pi}^+(t)/\nu^2 \quad (25)$$

– коэффициент передачи оптимального фильтра оценки; $\underline{\varepsilon}_{\pi}(t)$ – матрица ошибок фильтрации, определяемая дифференциальным уравнением

$$\begin{aligned} \frac{d\underline{\varepsilon}_{\pi}(t)}{dt} &= \underline{F}_{\pi}(t)\underline{\varepsilon}_{\pi}(t) + \underline{\varepsilon}_{\pi}(t)\underline{F}_{\pi}^+(t) - \\ &- \underline{\varepsilon}_{\pi}(t)Z_{\pi}^+(t)\frac{1}{\nu^2}Z_{\pi}(t)\underline{\varepsilon}_{\pi}(t) + \\ &+ \underline{G}_{\pi}(t)\theta_{\pi}\underline{G}_{\pi}^T. \end{aligned} \quad (26)$$

В общем случае динамическая система, генерирующая вектор состояния $\underline{\mu}_{\pi}(t)$, задана не полностью. Уравнение (6) задано с точностью до вектора параметров b , следовательно, решение уравнения траектории (24) зависит от вектора неизвестных параметров b , поэтому оценка $\hat{\underline{\mu}}_{\pi}(t)$ должна определяться одновременно с оценкой параметров b . Для формирования оценок дополним метод уравнений состояния методами динамической адаптации [9].

Критерием качества оценки $\hat{\underline{\mu}}_{\pi}(t)$ является минимум функционала

$$\begin{aligned} J[\hat{\underline{\mu}}_{\pi}(t)] &= E\left\{\left[\hat{\underline{\mu}}_{\pi}(t) - \underline{\mu}_{\pi}(t)\right]^+ \left[\hat{\underline{\mu}}_{\pi}(t) - \underline{\mu}_{\pi}(t)\right]\right\} = \\ &= E\left[Z\left(\underline{\mu}_{\pi}, \hat{\underline{\mu}}_{\pi}\right)\right], \end{aligned} \quad (27)$$

который достигается на траектории (24).

Функционал (27) вектора $\hat{\underline{\mu}}_{\pi}(t)$ можно рассматривать и как функционал вектора b :

$$J(b, t) = E\left[Z\left[\underline{\mu}_{\pi}(t), \hat{\underline{\mu}}_{\pi}(b, t)\right]\right]. \quad (28)$$

Условию оптимальности соответствует равенство нулю градиента функционала (28) по вектору b :

$$\nabla_b J(b, t) = 0,$$

или

$$E\left\{\left(\frac{\partial \hat{\underline{\mu}}_{\pi}(b, t)}{\partial b}\right)^+ \nabla_{\underline{\mu}_{\pi}} Z\left[\underline{\mu}_{\pi}(t), \hat{\underline{\mu}}_{\pi}(b, t)\right]\right\} = 0. \quad (29)$$

Из условия (29) следует алгоритм адаптации относительно вектора [9]

$$\frac{db(t)}{dt} = -\Gamma_b(t)\left(\frac{\partial \hat{\underline{\mu}}_{\pi}(b, t)}{\partial b}\right)^+ \Delta_{\underline{\mu}_{\pi}} Z\left[\underline{\mu}_{\pi}(t), \hat{\underline{\mu}}_{\pi}(b, t)\right] \quad (30)$$

где $\Gamma_b(t)$ – матрица, определяющая скорость сходимости алгоритма.

В действительности УП наблюдается в шумах. Поэтому, учитывая, что градиент функционала $E\left[Z\left[\underline{\mu}_{\pi}(t), \hat{\underline{\mu}}_{\pi}(b, t)\right]\right]$ равен градиенту функционала $E\left[Z\left[Z'(t), \hat{\underline{\mu}}_{\pi}(b, t)Z_{\pi}(t)\right]\right]$, из (30) получим алгоритм идентификации параметров

$$\frac{db(t)}{dt} = \Gamma_b(t)\left(\frac{\partial \hat{\underline{\mu}}_{\pi}}{\partial b}\right)^+ Z_{\pi}^+(t)[Z'(t) - \hat{\underline{\mu}}_{\pi}(t)Z_{\pi}(t)] \quad (31)$$

Здесь $\frac{\partial \hat{\underline{\mu}}_{\pi}}{\partial b}$ – матрица чувствительности решений уравнения траектории (24) по компонентам вектора b [10]:

$$\frac{\partial \hat{\underline{\mu}}_{\pi}}{\partial b} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{\underline{\mu}}_{\pi 1}}{\partial b_1} & \dots & \frac{\partial \hat{\underline{\mu}}_{\pi 1}}{\partial b_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \hat{\underline{\mu}}_{\pi n}}{\partial b_1} & \dots & \frac{\partial \hat{\underline{\mu}}_{\pi n}}{\partial b_n} \end{bmatrix}.$$

После вычисления полной производной оценки $\hat{\underline{\mu}}_{\pi}(t)$

$$\frac{d\hat{\underline{\mu}}_{\pi}(t)}{dt} = \frac{\partial \hat{\underline{\mu}}_{\pi}(t)}{\partial t} + \frac{\partial \hat{\underline{\mu}}_{\pi}(b, t)}{\partial b} \cdot \frac{db(t)}{dt}$$

с учётом (24), (25), (31) алгоритмы динамической адаптации примут вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\underline{\mu}}_{\pi}(t)}{dt} &= \underline{F}_{\pi}(t)\hat{\underline{\mu}}_{\pi}(t) + \\ &+ \left[\underline{\varepsilon}_{\pi}(t)Z_{\pi}^+(t)\frac{1}{\nu^2} + \frac{\partial \hat{\underline{\mu}}_{\pi}(t)}{\partial b}\Gamma_b(t)\left(\frac{\partial \hat{\underline{\mu}}_{\pi}}{\partial b}\right)^+ Z_{\pi}^+(t)\right] \times \\ &\times [Z'(t) - \hat{\underline{\mu}}_{\pi}(t)Z_{\pi}(t)]; \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\underline{\varepsilon}_{\pi}(t)}{dt} &= \underline{F}_{\pi}(t)\underline{\varepsilon}_{\pi}(t) + \underline{\varepsilon}_{\pi}(t)\underline{F}_{\pi}^+(t) - \\ &- \left[\underline{\varepsilon}_{\pi}(t)Z_{\pi}^+(t)/\nu^2 + \frac{\partial \hat{\underline{\mu}}_{\pi}(t)}{\partial b}\Gamma_b(t)\left(\frac{\partial \hat{\underline{\mu}}_{\pi}}{\partial b}\right)^+ Z_{\pi}^+(t)\right] Z_{\pi}(t)\underline{\varepsilon}_{\pi}(t) + \\ &+ \underline{G}_{\pi}(t)\theta_{\pi}\underline{G}_{\pi}^T(t). \end{aligned} \quad (33)$$

Таким образом, моделированием дифференциальных уравнений (31)–(33), например цифровыми методами, можно найти необходимую оценку $\hat{\underline{\mu}}_{\pi}(t)$, а следовательно, и величины V_{ri} (20), которые определяют алгоритмы приема сигналов (21)–(23) в рассматриваемых условиях.

Литература

1. Фалько А.И., Бондарев С.И. Адаптивный прием широкополосных сигналов в многолучевых каналах// Радиотехника, 2001, №8.
2. Фалько А.И., Мухин М.А. Адаптивный прием сигналов в каналах с многолучевостью и узкополосными помехами// Радиотехника, 2004, №10.
3. Ван Трис Г. Приложения методов переменных состояний в теории обнаружения и оценки// ТИИЭР. – 1970. – Т.58 – №7.
4. Снайдер Д. Метод уравнений состояния для непрерывной оценки в применении к теории связи. – М.: Энергия, 1973.
5. Кайлат Т. Метод порождающего процесса в применении к теории обнаружения и оценки// ТИИЭР. – 1970. – Т.58. – №5.
6. Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. Статистика случайных процессов. – М.: Наука, 1974.
7. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. – М.: Сов. Радио, 1970.
8. Сикарев А.А., Фалько А.И. Оптимальный приём дискретных сообщений. – М.: Связь, 1978.
9. Цыпкин Я.З. Алгоритмы динамической адаптации// Автоматика и телемеханика. – 1972. – №1.
10. Розенвассер Е.И., Юсупов Р.М. Чувствительность систем автоматического управления. – М.: Энергия, 1969.

Фалько Анатолий Иванович: д.т.н., профессор, академик МАИ, зав. кафедрой радиоприемных устройств, СибГУТИ, тел. (383) 266-83-41

Шушнов Максим Сергеевич: аспирант кафедры радиоприемных устройств, СибГУТИ, тел. (383) 266-83-41