УДК 004.274+004.722+005

Оценивание живучести неоднородных структур

В.В. Грызунов

В статье описан новый показатель живучести структур, не являющийся вероятностным, – *d*-инвариантность. Данный показатель ориентирован на оценивание неоднородных структур. Изучена *d*-инвариантность наиболее распространённых структур, проверяется согласованность полученных результатов с уже существующими показателями оценивания живучести структур, интуитивным представлением и практически полученными данными о живучести структур. Приведён пример применения *d*-инвариантности для синтеза структур.

Ключевые слова: живучесть структур, инвариантность, синтез структур с заданными свойствами.

1. Введение

В современном мире информационно-вычислительные системы (ИВС) являются обязательной частью любой системы, решающей какую-то важную задачу, – от подсчёта голосов избирателей до управления космическими аппаратами или ядерным реактором. Отказ или сбой такой ИВС может повлечь за собой тяжкие последствия, причинить большой экономический ущерб. Риск отказов и/или сбоев особенно велик для ИВС военного назначения и ещё больше возрастает в период ведения боевых действий. Одной из особенностей ИВС военного назначения является их неоднородность. Чтобы снизить риски отказов и/или сбоев, необходимо строить живучие ИВС. В данной статье рассмотрен новый не вероятностный показатель живучести структур – *d*-инвариантность, который может использоваться для синтеза неоднородных ИВС с живучей структурой в «реальном масштабе времени», т.е. в процессе функционирования ИВС.

Живучесть автоматизированной системы (АС) – свойство АС, характеризуемое способностью выполнять установленный объём функций в условиях воздействий внешней среды и отказов компонентов системы в заданных пределах [1].

Живучесть структур вычислительных систем изучалась на протяжении длительного времени большим количеством авторов. Наибольшее внимание вопросам живучести структур уделялось при проектировании суперЭВМ, где живучесть рассматривалась в более абстрактном смысле, как вероятность того, что граф останется связным после удаления каждого ребра с одинаковой вероятностью [2]. Структурная живучесть и структурная коммутируемость оценивались вероятностными вектор-функциями. Основное достоинство такого подхода – возможность учесть неопределённости, возникающие в процессе функционирования ИВС.

Основные недостатки:

- сложно оценить адекватность моделей, создаваемых с использованием вероятностных показателей;
- необходимость подбирать законы распределения, собирать статистику, проводить большое количество испытаний. При этом испытывается уже предложенная структура;

– трудно применить для синтеза структуры в реальном масштабе времени (для изменения структуры в процессе функционирования системы);
– плохо подходят для синтеза ИВС военного назначения, т.к. такие ИВС функционируют во враждебной среде, для которой характерен целенаправленный выбор противником какой-то альтернативы из множества известных альтернатив, а значит, нельзя сказать, что рёбра и/или вершины удаляются равновероятно. Реальные законы распределения подобрать очень сложно, т.к. нет возможности собрать статистику.

От названных недостатков свободны не вероятностные показатели живучести. Основными из них являются следующие:

1. Числа связности, разделяющие множества [4], характеристические числа графа. Эти показатели не учитывают важность связи и/или вершины для всего графа, например, удаление или изоляция крайней вершины в шине будут эквивалентны удалению или изоляции центра звезды.
2. Плотность графа [2]. Данный показатель не чувствителен к распределению рёбер в графе. Например, шина и звезда имеют одинаковую плотность, но интуитивно понятно и на практике проверено, что их живучесть различна.
3. Диаметры, обхваты графа [5]. В чистом виде не являются показателем живучести, но изучена зависимость вероятностных показателей живучести от этих величин. Структурная живучесть и структурная коммутируемость максимизируются при минимизации диаметра и среднего диаметра макроструктуры ИВС [6].

Названные недостатки не позволяют использовать существующие показатели живучести для синтеза структуры ИВС ВН. Рассмотрим не вероятностный показатель живучести, позволяющий учесть и важность вершин и рёбер, и способ распределения рёбер в графе.

2. *D*-инвариантность

Если обобщить существующие определения живучести и применить их к структуре, то можно сказать, что структурная живучесть характеризует способности структуры противостоять дестабилизирующим факторам. Дестабилизирующими факторами для структуры, представленной в виде графа, являются:

1. удаление вершин;
2. удаление рёбер;
3. изменение степени вершин (количества связей, которые может образовать вершина).

2.1. Определение *d*-инвариантности

Пусть $G(V,E)$ – граф, где $V=\{v_i\}, i=\overline{1,N}$ – множество вершин, N – количество вершин, а $E=\{e_i\}, i=\overline{1,L}$ – множество рёбер, L – количество рёбер, $W=\{w_i\}, w_i\in[0;1], i=\overline{1,N+L}$ – множество весов элементов графа,

w_{v_i} – вес v_i-ой вершины,

w_{e_i} – вес e_i-ого ребра,

$w_v^* = \max\limits_{1\le i\le N}\{w_{v_i}\}$ – максимальный вес вершины в графе,

$w_e^* = \max\limits_{1\le i\le L}\{w_{e_i}\}$ – максимальный вес ребра в графе,

тогда **дестабилиинвариантностью** (далее *d*-инвариантностью) по вершинам называется величина

$$D_v = \prod_{i=1}^{N}\frac{w_{v_i}}{w_v^*},$$

а *d*-инвариантность по рёбрам рассчитывается по формуле

$$D_e = \prod_{i=1}^{L} \frac{w_{e_i}}{w_e^*}.$$

D-инвариантность структуры

$$D_{ev} = D_e * D_v.$$

Вес (значимость) элемента графа может быть как объективным, так и субъективным. Субъективные веса назначаются экспертами, например, сервер более важен, чем рабочая станция. Объективными весами могут быть, например, степени вершин, количество путей, проходящих через вершину или ребро. Один из возможных методов расчёта значимости каждого элемента структуры с учётом большого количества показателей значимости приведён здесь [7].

Живучесть структур с точки зрения количества путей, проходящих через каждую вершину и ребро, имеет смысл проанализировать отдельно. Такой анализ наиболее распространённых структур приведён далее.

Достоинства *d*-инвариантности:

- для расчёта нет необходимости проводить статистические испытания;
- может лечь в основу методов синтеза живучей структуры ИВС, состоящей из разнородных элементов;
- может использоваться при синтезе структуры в реальном масштабе времени, например, в процессе самоорганизации. Так, структура может «собираться» из кусочков, устремляя к единице данный показатель, каждый раз, как появляется новая информация о доступных ресурсах.

Недостатки *d*-инвариантности:

- точный расчёт *d*-инвариантности для графов с большим количеством связей может потребовать больших вычислительных мощностей.

2.2. Свойства *d*-инвариантности

- область значений [0;1];
- показывает равномерность распределения весов (значимости) по элементам структуры. Если значимость всех рёбер/вершин одинакова, то *d*-инвариантность равна 1, то есть структуре безразлично, какой элемент будет удалён.

Таким образом, *d*-инвариантность – сбалансированность/симметричность структуры относительно воздействия дестабилизирующих факторов.

2.3. Качество структур

Трудоёмкость создания и эксплуатации структуры определяется, главным образом, степенью содержащихся в ней вершин. Живучесть структур предлагается оценивать *d*-инвариантностью. Если на заданных множествах V, E возможны несколько структур с одинаковой *d*-инвариантностью, то для сравнения структур между собой предлагается использовать показатель качества структуры, рассчитываемый следующим образом.

Пусть x_i – степень вершины v_i,

$x_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$ – средняя степень вершин,

тогда качество структуры будет рассчитываться, как отношение *d*-инвариантности структуры к средней степени вершин

$$J = \frac{D_{ev}}{x_{cp}}.$$

Если граф вырожден, то есть состоит из одной вершины, считается, что её степень и *d*-инвариантность равны единице, а значит, $x_{cp} \geq 1, D_{ev} \in [0;1]$, следовательно, $J \in [0;1]$.

3. *d*-инвариантность основных существующих структур

Рассмотрим *d*-инвариантность наиболее распространённых структур, таких как шина, кольцо, полносвязная структура, звезда, решётка, тор, гиперкуб, а также перспективных структур – циркулянтов с точки зрения количества путей, проходящих через вершину и ребро, сравним их качество. Для подсчёта количества путей воспользуемся алгоритмом, приведённым в [8].

K_{v_i} – количество путей, проходящих через v_i-ю вершину,

K_{e_i} – количество путей, проходящих через e_i-е ребро,

$K_v^* = \max\limits_{1 \le i \le N} \{K_{v_i}\}$ – максимальное количество путей через вершину в графе,

$K_e^* = \max\limits_{1 \le i \le L} \{K_{e_i}\}$ – максимальное количество путей через ребро в графе,

d-инвариантность по вершинам: $D_v = \prod\limits_{i=1}^{N} \frac{K_{v_i}}{K_v^*}$,

а *d*-инвариантность по рёбрам: $D_v = \prod\limits_{i=1}^{L} \frac{K_{e_i}}{K_e^*}$.

d-инвариантность структуры: $D_{ev} = D_e * D_v$.

3.1. Общая шина (линейка) и кольцо

	Шина				**Кольцо**			
N	**4**	**5**	**6**	**16**	**4**	**5**	**6**	**16**
$\mathbf{D_v}$	0.3600	0.1914	0.1483	0.0007	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$\mathbf{D_e}$	0.5625	0.4444	0.2439	0.0014	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$\mathbf{D_{ev}}$	0.2025	0.0851	0.0362	0.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$\mathbf{x_{cp}}$	1.5000	1.6000	1.6667	1.8750	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000
J	0.1350	0.0532	0.0217	0.0000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000

Из таблицы видна зависимость: чем больше элементов в шине, тем меньше её живучесть. Это соответствует *практическому опыту эксплуатации* ИВС, построенных на базе шины.

Используя данные этой таблицы, можно сказать, что структуры, содержащие кольца, более живучи.

3.2. Полносвязная структура и звезда

	Полносвязная структура				**Звезда**			
N	**4**	**5**	**6**	**16**	**4**	**5**	**6**	**16**
$\mathbf{D_v}$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.1250	0.0256	0.0041	0.0000
$\mathbf{D_e}$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
$\mathbf{D_{ev}}$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.1250	0.0256	0.0041	0.0000
$\mathbf{x_{cp}}$	4.0000	5.0000	6.0000	16.0000	1.5000	1.6000	1.6667	1.8750
J	0.2500	0.2000	0.1667	0.0625	0.0833	0.0160	0.0025	0.0000

Нет противоречия уже известным данным о том, что самая живучая структура – полносвязная. Данная структура содержит максимально возможное количество колец. Однако с увеличением количества вершин растёт количество избыточных связей, поэтому уменьшается качество структуры.

Из таблицы понятно, что более живучи звёзды с меньшим количеством лучей. Это подтверждается опытом *практической эксплуатации* ИВС.

3.3. Типовые структуры суперЭВМ

Типовыми структурами суперЭВМ являются решётка, тор, гиперкуб и циркулянт. Эти структуры приведены на рис. 1 и 2.

n=16				
N	**решётка**	**тор**	**ячейка**	**гиперкуб**
$\mathbf{D_v}$	0.0667	0.2978	0.0504	1.0000
$\mathbf{D_e}$	0.0079	0.1428	0.0000	1.0000
$\mathbf{D_{ev}}$	0.0005	0.0425	0.0000	1.0000
$\mathbf{x_{cp}}$	3.0000	3.5000	4.1250	4.0000
J	0.0002	0.0122	0.0000	0.2500

Из приведённых данных следует неожиданный вывод. Ячейка имеет вершины с наибольшей степенью, но обладает самой маленькой живучестью, то есть качество такой структуры минимально.

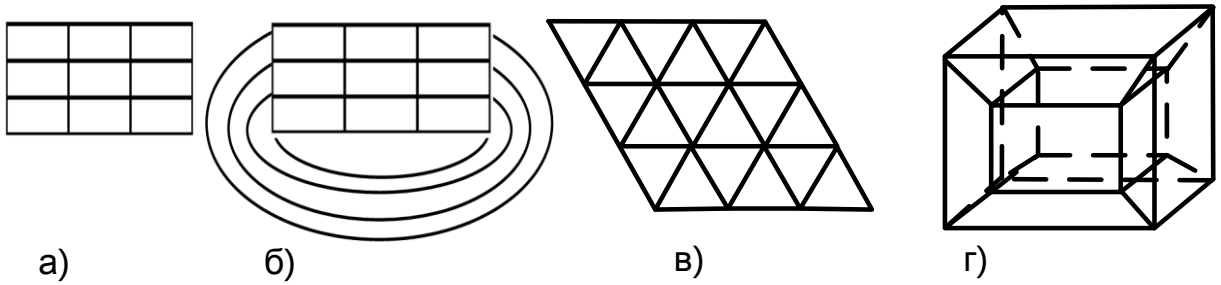

Рис. 1. Типовые структуры ЭВМ: а) решётка, б) тор, в) ячейка, г) гиперкуб

Циркулянты считаются наиболее перспективными для построения межмашинных связей [3], а значит, ИВС, поэтому промоделируем их более детально. Некоторые результаты моделирования представлены в табл. 1. *Для всех циркулянтов* D_v=1, поэтому в табл. 1 этот показатель опущен. Жирным шрифтом выделены оптимальные структуры по материалам [3]. Курсивом – оптимальные структуры с точки зрения введённого в статье показателя. Видим некоторые расхождения в результатах. Например, структура *D*(16;1,7) содержит два одинаковых сцеплённых между собой кольца, т.е. является полностью симметричной, поэтому её *d*-инвариантность равна единице (рис. 2б). Аналогичное можно сказать и про другие графы, имеющие единичную *d*-инвариантность. Структура *D*(16;1,6) названа в [3] оптимальной (рис. 2а). Она содержит в себе два одинаковых и независимых друг от друга кольца (1,7,13,3,9,16,5,11) и (2,8,14,4,10,16,6,12), «сцеплённых» отличным от них третьим кольцом-хордой (1-16), а значит, такая структура не обладает полной симметрией, поэтому её *d*-инвариантность 0.2287 <1, следовательно, *D*(16;1,6) является менее живучей, чем *D*(16;1,7) в смысле введённого показателя.

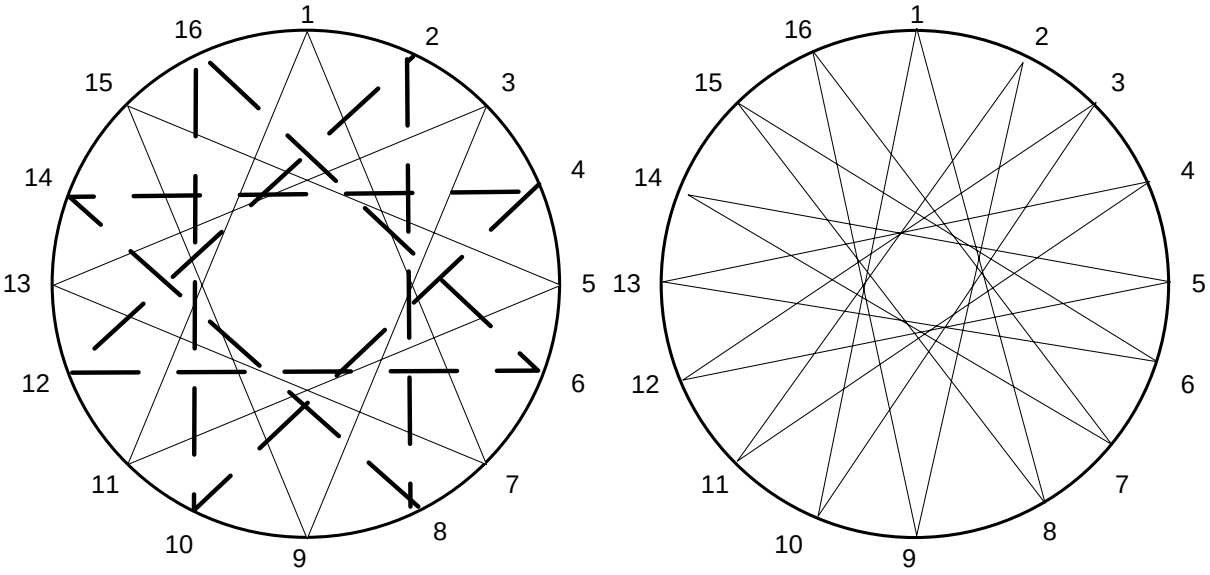

Рис. 2. Циркулянты: а) циркулянт (16; 1, 6), б) циркулянт (16; 1, 7)

Необходимо отметить, что если изменить закон распределения, на основании которого строились оптимальные структуры в [3], то мы получим совершенно другой каталог оптимальных структур. Каталог оптимальных структур, полученных с использованием описанного в статье показателя, останется неизменным.

4. Применение *d*-инвариантности для синтеза структуры

Для синтеза структуры с использованием *d*-инвариантности, в том числе и путём самоорганизации, необходимо разработать метод. Такие исследования выходят за рамки данной статьи. Здесь лишь проиллюстрируем общую идею о том, как это может быть сделано.

Предположим, что у нас имеется структура в виде гиперкуба. В результате воздействия дестабилизирующих факторов разрушены рёбра 1-5, 3-7, 9-13, 11-15, 1-2, 9-10, 11-12, 3-4, вершина 13, максимально возможная степень для вершин 8, 14, 3 снизилась до трёх. В результате наша структура потеряла связность, «развалившись» на два сегмента: $S1=\{1,3,9,11\}$ и $S2=\{2,4,5,6,7,8,10,12,14,15,16\}$ (рис. 3).

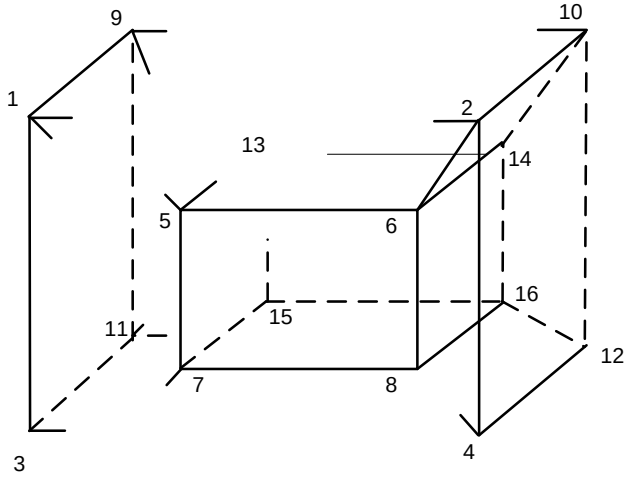

Рис. 3. Гиперкуб после воздействия дестабилизирующих факторов

Чтобы максимизировать $D_{ev}(S1)$ существует 2 варианта: кольцо из четырёх элементов и тетраэдр (полносвязная структура из четырёх элементов). В обоих случаях $D_{ev}(S1)=1$.

Наиболее полно использовать доступные ресурсы (степени вершин) можно, построив тетраэдр. Однако качество кольца выше, поэтому, если необходимо создать резерв ресурсов, то на базе этого сегмента целесообразнее собрать кольцо.

Чтобы максимизировать $D_{ev}(S2)$, возможны, например, кольцо и граф Петерсена. В обоих случаях $D_{ev}(S2)=1$. Кольцо позволяет получить резерв ресурсов (степень входящих в кольцо вершин равна двум), а граф Петерсена – наиболее полное их использование (степень входящих в граф вершин равна трём).

5. Заключение

Обобщая вышеизложенное, можно сказать следующее:

1. Предложенный показатель оценивания живучести соответствует накопленному *опыту эксплуатации* структур ИВС и является более объективным, чем вероятностные показатели, так как не зависит от выбираемого закона распределения, а только от самой структуры.

2. Может применяться для синтеза неоднородных структур, что хорошо подходит для моделирования ИВС военного назначения.

3. Сравнивать одинаково живучие структуры между собой можно с помощью предложенного в статье показателя качества структур.

В дальнейшем необходимо, используя предложенный в статье показатель, разработать метод композиции элементов в общую структуру, обладающую требуемой живучестью.

Таблица 1. *D*-инвариантность циркулянтов

N	ω_1	ω_2	D_e	D_{ev}	*J*	*N*	ω_1	ω_2	D_e	D_{ev}	*J*	*N*	ω_1	ω_2	ω_3	D_e	D_{ev}	*J*
15	1	3	0.5464	0.5464	0.1366	16	3	4	0.6690	0.6690	0.1672	15	1	2	3	0.2662	0.2662	0.0444
15	*1*	*4*	*1.0000*	*1.0000*	*0.2500*	*16*	*3*	*5*	*1.0000*	*1.0000*	*0.2500*	15	1	2	4	0.1980	0.1980	0.0330
15	1	5	0.1232	0.1232	0.0308	16	3	6	0.9899	0.9899	0.2475	15	1	2	5	0.5304	0.5304	0.0884
15	1	6	0.9804	0.9804	0.2451	16	3	7	0.4832	0.4832	0.1208	15	1	2	6	0.3343	0.3343	0.0557
15	1	7	0.8942	0.8942	0.2235	16	3	8	0.3692	0.3692	0.0923	15	1	2	7	0.1980	0.1980	0.0330
15	1	8	0.8942	0.8942	0.2235	17	1	3	0.4347	0.4347	0.1087	15	1	2	8	0.1980	0.1980	0.0330
15	2	3	0.9804	0.9804	0.2451	*17*	*1*	*4*	*1.0000*	*1.0000*	*0.2500*	15	1	3	4	0.8636	0.8636	0.1439
15	2	4	0.1232	0.1232	0.0308	17	1	5	0.9017	0.9017	0.2254	15	1	3	5	0.6702	0.6702	0.1117
15	2	5	0.1232	0.1232	0.0308	17	1	6	0.4347	0.4347	0.1087	15	1	3	6	0.0295	0.0295	0.0049
15	2	6	0.5464	0.5464	0.1366	17	1	7	0.9017	0.9017	0.2254	15	1	3	7	0.3343	0.3343	0.0557
15	*2*	*7*	*1.0000*	*1.0000*	*0.2500*	17	1	8	0.8714	0.8714	0.2178	15	1	3	8	0.3343	0.3343	0.0557
15	*2*	*8*	*1.0000*	*1.0000*	*0.2500*	17	2	3	0.9017	0.9017	0.2254	15	1	5	6	0.4939	0.4939	0.0823
15	3	4	0.5464	0.5464	0.1366	17	2	4	0.8714	0.8714	0.2178	16	1	2	3	0.2484	0.2484	0.0414
15	3	5	0.1325	0.1325	0.0331	17	2	5	0.4347	0.4347	0.1087	16	1	2	4	0.1820	0.1820	0.0303
15	3	7	0.9804	0.9804	0.2451	17	2	6	0.4347	0.4347	0.1087	16	1	2	5	0.2275	0.2275	0.0379
15	3	8	0.9804	0.9804	0.2451	17	2	7	0.9017	0.9017	0.2254	**16**	**1**	**2**	**6**	**0.3466**	**0.3466**	**0.0578**
16	1	2	0.9899	0.9899	0.2475	*17*	*2*	*8*	*1.0000*	*1.0000*	*0.2500*	16	1	2	7	0.6802	0.6802	0.1134
16	1	3	0.4832	0.4832	0.1208	17	3	4	0.9017	0.9017	0.2254	16	1	2	8	0.2012	0.2012	0.0402
16	1	4	0.6690	0.6690	0.1672	*17*	*3*	*5*	*1.0000*	*1.0000*	*0.2500*	16	1	3	4	0.8238	0.8238	0.1373
16	1	5	0.4832	0.4832	0.1208	17	3	6	0.8714	0.8714	0.2178	*16*	*1*	*3*	*5*	*0.9156*	*0.9156*	*0.1526*
16	**1**	**6**	**0.9148**	**0.9148**	**0.2287**	17	3	7	0.8714	0.8714	0.2178	16	1	3	6	0.2275	0.2275	0.0379
16	*1*	*7*	*1.0000*	*1.0000*	*0.2500*	17	3	8	0.4347	0.4347	0.1087	*16*	*1*	*3*	*7*	*0.9156*	*0.9156*	*0.1526*
16	1	8	0.3692	0.3692	0.1231	17	3	7	0.8714	0.8714	0.2178	*16*	*1*	*3*	*8*	*0.8374*	*0.8374*	*0.1675*
16	2	3	0.9148	0.9148	0.2287	17	3	8	0.4347	0.4347	0.1087	16	1	5	6	0.2484	0.2484	0.0414
16	2	5	0.9148	0.9148	0.2287													
16	2	7	0.9899	0.9899	0.2475													

Литература

1. ГОСТ 34.003-90 Информационная технология. Комплекс стандартов на автоматизированные системы. Автоматизированные системы. Термины и определения.
2. Громов Ю.Ю., Драчёв В.О., Набатов К.А., Иванова О.Г. Синтез и анализ живучести сетевых систем. М., Издательство Машиностроение-1, 2007, 123с.
3. Хорошевский В.Г. Архитектура вычислительных систем. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. – 520 с.
4. Долматова Н.В. Вершинно-рёберная связность графов. Электронный научный журнал «Вестник Омского государственного педагогического университета» Выпуск 2006 ▪ www.omsk.edu Северо-Казахстанский государственный университет [Электронный ресурс]. URL http://www.omsk.edu/article/vestnik-omgpu-100.pdf. (дата обращения: 15.12.2010).
5. Монахов О. Г., Монахова Э.А. Параллельные системы с распределённой памятью: структуры и организация взаимодействий. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. – 242с.
6. Корнеев В.В. О макроструктуре однородных вычислительных систем // Вычислительные системы. Сер. Вопросы теории и построения вычислительных систем. – Новосибирск, 1974. – Вып. 60. – С. 17-34.
7. Грызунов В.В. Определение наиболее важного узла в сети // Информост. – 2003. №2. – С. 58-59
8. Ваулин А.Е. Методы исследования эффективности функционирования систем подвижных объектов.- МО СССР, 1979. – 58с.

Статья поступила в редакцию 22.11.2010;
переработанный вариант — 09.03.2011

Грызунов Виталий Владимирович
к.т.н., докторант кафедры «Вычислительной техники» Военно-космической академии им. А.Ф.Можайского, г. Санкт-Петербург
тел. +7 (921) 955-6933, e-mail: viv1313r@mail.ru, viv@nwudc.ru

The estimation of the survivability of heterogeneous structure

V. Gryzunov

The new measure of structure's survivability – *d*-invariance, which is non probabilistic, is described in the article. This measure is targeted to estimate the heterogeneous structures. The *d*-invariance of the most common structures was analyzed; obtained results are consistent with existing measures of structure's survivability, intuitive perception and practically obtained data about structure's survivability. Also the example of application of *d*-invariance for structures synthesis is described.

Keywords: survivability of structure, invariance, synthesis of structures with defined characteristics.