

Универсальный метод расчёта электромагнитной дифракции на многослойных структурах

Б.А. Панченко, М.Г. Гизатуллин, А.А. Тангамян

Предлагается метод расчёта электромагнитной дифракции на многослойных структурах, основанный на решении задачи электромагнитного возбуждения. Определены внешние характеристики объекта – коэффициенты отражения и прохождения. Определяется распределение поля внутри структуры. Два типа поляризации. Примеры расчёта.

Ключевые слова: дифракция, поляризация, коэффициенты отражения и прохождения, метаматериалы.

1. Введение

Результаты расчёта характеристик электромагнитной дифракции находят широкое применение в технике для решения задач электромагнитной совместимости, радиомаскировки, экранирования, просветления оптики и др. Интегральные характеристики дифракции – коэффициенты отражения и прохождения – определяются на основе «сшивания» тангенциальных составляющих векторов напряжённостей поля \mathbf{E} и \mathbf{H} на границах раздела сред [1], [2]. Громоздкость расчётных формул возрастает пропорционально числу слоёв структуры. Численные результаты для числа слоёв больше 3 – 5 связаны со значительными затратами машинного времени. Нами предлагается универсальный, алгоритмизированный метод расчёта дифракции на структурах с произвольным числом слоёв. Метод основан на сведении задачи дифракции к задаче электромагнитного возбуждения сторонними токами. При записи компактных решений используется ориентированные импедансы и адмитансы [3] и свойства цепных дробей.

2. Дифракция плоской электромагнитной волны перпендикулярной поляризации (волны типа Н) на многослойных структурах

Рассматривается дифракция плоской электромагнитной волны на многослойной структуре, когда вектор \mathbf{E} ориентирован перпендикулярно плоскости падения (рис. 1).

Волна имеет продольную составляющую вектора \mathbf{H} .

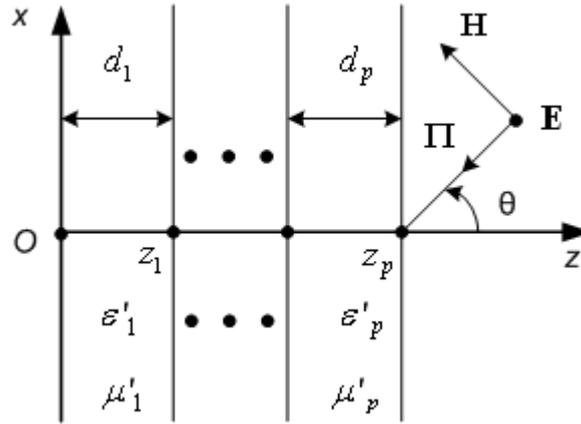


Рис. 1. Падение плоской волны перпендикулярной поляризации на слоистую структуру

Падающая волна моделируется листком стороннего электрического тока.

$$\mathbf{J}^3(\mathbf{r}') = I_y^3 \delta(z' - z_p) \mathbf{a}_{y'} = I_0 \delta(z' - z_p) e^{-ik_0 x' \sin \theta} \mathbf{a}_{y'}, \quad \begin{array}{l} -\infty \leq x' \leq +\infty \\ -\infty \leq y' \leq +\infty \end{array}, \quad (1)$$

где $\delta(z' - z_p)$ – дельта-функция, $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ – коэффициент фазы, $\mathbf{a}_{y'}$ – единичный вектор.

Запись напряжённости электрического поля использует тензорную функцию Грина [4].

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \int_{s'} \bar{\bar{\Gamma}}_{11}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}^3(\mathbf{r}') ds', \quad (2)$$

где функция Грина представлена в виде двумерного разложения по непрерывному спектру волновых чисел [4].

Интегрирование в (2) приводит к следующей записи напряжённости электрического поля на внешней границе структуры $z = z_p$ – поле входящей волны.

$$E_y^t = \frac{I_0}{\overleftarrow{Y}_{z_p} + \overrightarrow{Y}_{z_p}} e^{-ik_0 x \sin \theta}, \quad (3)$$

где $\overrightarrow{Y}_{z_p} = Y_0 \cos \theta$ – характеристическая проводимость среды «справа» от z_p (свободное пространство).

Проводимость «слева» от z_p записывается:

$$\overleftarrow{Y}_{z_p} = Y_{0p} \frac{\overleftarrow{Y}_{z_{p-1}} \operatorname{ctg} \gamma_p d_p + i Y_{0p}}{Y_{0p} \operatorname{ctg} \gamma_p d_p + i \overleftarrow{Y}_{z_{p-1}}}, \quad (4)$$

где $\gamma_p = k_0 \sqrt{\varepsilon'_p \mu'_p - \sin^2 \theta}$, $Y_{0p} = \frac{1}{\mu'_p} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \sqrt{\varepsilon'_p \mu'_p - \sin^2 \theta}$.

Из (3), положив $\overleftarrow{Y} z_p = \overrightarrow{Y} z_p = Y_0$, получим выражение для напряжённости поля падающей волны:

$$E_y^w = \frac{I_0}{2Y_0} e^{-ik_0 x \sin \theta}.$$

Коэффициент прохождения для волн типа Н (коэффициент «вхождения»):

$$\overleftarrow{\Gamma}^H z_p = \frac{E_y^t}{E_y^w} = \frac{2Y_0}{\overleftarrow{Y} z_p + Y_0} = \frac{2Y_0}{\overleftarrow{Y} z_p + Y_0}. \quad (5)$$

Символ \sim означает нормировку проводимостей к $\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} Y_0 = \cos \theta$.

Напряжённость электрического поля, отражённого от внешней границы структуры $z = z_p$:

$$E_y^r = E_y^t - E_y^w = \frac{I_0}{2Y_0} e^{-ik_0 x \sin \theta} \frac{Y_0 - \overleftarrow{Y} z_p}{Y_0 + \overleftarrow{Y} z_p}.$$

Коэффициент отражения для волн типа Н:

$$\overrightarrow{\Gamma}^H z_p = \frac{E_y^r}{E_y^w} = \frac{Y_0 - \overleftarrow{Y} z_p}{Y_0 + \overleftarrow{Y} z_p}. \quad (6)$$

3. Параллельная поляризация (волны типа Е)

В этом случае в задаче электромагнитного возбуждения используется листок стороннего магнитного тока. Расчётные формулы для коэффициентов отражения и прохождения содержат модальные и ориентированные импедансы:

$$\overleftarrow{\Gamma}^E z_p = \frac{2Z_0}{\overleftarrow{Z} z_p + Z_0}, \quad \overrightarrow{\Gamma}^E z_p = \frac{Z_0 - \overleftarrow{Z} z_p}{Z_0 + \overleftarrow{Z} z_p}, \quad (7)$$

где $Z_0 = \cos \theta$, $\overleftarrow{Z} z_p = Z_0 p \frac{\overleftarrow{Z} z_{p-1} \operatorname{ctg} \gamma_p d_p + iZ_0 p}{Z_0 p \operatorname{ctg} \gamma_p d_p + i\overleftarrow{Z} z_{p-1}}$, $Z_0 p = \frac{1}{\varepsilon'_p} \sqrt{\varepsilon'_p \mu'_p - \sin^2 \theta}$.

В качестве проверки из (5) – (7) получены формулы для коэффициентов при падении волны на границу раздела сред $p=1, \varepsilon'_p = \varepsilon', \mu'_p = \mu' = 1$:

$$\begin{aligned} \vec{\Gamma}^H = \Gamma_{\perp} &= \frac{\cos \theta - \sqrt{\varepsilon' - \sin^2 \theta}}{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon' - \sin^2 \theta}}, & \overleftarrow{\Gamma}^H = T_{\perp} &= \frac{2 \cos \theta}{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon' - \sin^2 \theta}}, \\ \vec{\Gamma}^E = \Gamma_{\parallel} &= \frac{\sqrt{\varepsilon' - \sin^2 \theta} - \varepsilon' \cos \theta}{\sqrt{\varepsilon' - \sin^2 \theta} + \varepsilon' \cos \theta}, & \overleftarrow{\Gamma}^E = T_{\parallel} &= \frac{2\sqrt{\varepsilon'} \cos \theta}{\varepsilon' \cos \theta + \sqrt{\varepsilon' - \sin^2 \theta}}. \end{aligned}$$

4. Распределение поля и мощности по слоям структуры

Универсальная запись функции Грина при расчёте дифракции позволяет записать коэффициенты «вхождения» на границах раздела соседних слоёв. Например, для перпендикулярной поляризации коэффициент «вхождения» от z_l «налево» равен:

$$\overleftarrow{T}^H_{z_l} = \frac{2Y_0 \left[\cos \gamma_{l+1} d_{l+1} - i \frac{\bar{Y}_{z_{l+1}}}{Y_{0l+1}} \sin \gamma_{l+1} d_{l+1} \right]}{\bar{Y}_{z_p} + Y_0} \prod_{m=p}^{l+2} T_m^H, \quad (8)$$

где T_m^H – парциальный коэффициент прохождения через m -ый слой.

В (8) под знаком произведения стоит столько множителей, сколько слоёв разделяют внешнюю границу структуры до сечения z_l .

Последовательный расчёт коэффициентов \overleftarrow{T} на каждой границе раздела слоёв позволяет определить долю мощности, рассеянной в каждом слое. Например, рассеянная мощность в слое $p-1$ будет:

$$\Delta P_{p-1} = \left| \overleftarrow{T}^{H,E}_{z_{p-1}} \right|^2 - \left| \overleftarrow{T}^{H,E}_{z_{p-2}} \right|^2.$$

При $z=0$ определяется значение коэффициента прохождения через всю структуру (коэффициент пропускания [2]).

5. Примеры расчётов. Численные результаты

Пример 1. Двухслойное диэлектрическое укрытие над проводящей поверхностью.

Структура состоит из проводящего экрана $z=0$ и двух слоёв диэлектрика с потерями. На рис. 2 приведены частотные графики квадратов модулей коэффициентов отражения от внешней границы.

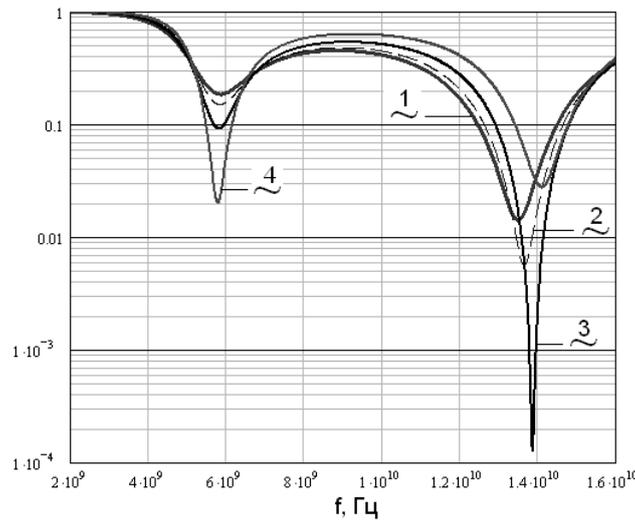


Рис. 2. Квадрат модуля коэффициента отражения $\vec{\Gamma}^H$: 1) $\theta = 15^\circ$, 2) $\theta = 30^\circ$, 3) $\theta = 45^\circ$, 4) $\theta = 60^\circ$;
 $\varepsilon_1' = 15 - i \cdot 5$, $\varepsilon_2' = 6 - i \cdot 0.01$, $\mu_1' = \mu_2' = 1$, $d_1 = 2.5 \text{ мм}$; $d_2 = 2.5 \text{ мм}$

Глубокие провалы коэффициентов отражения связаны с появлением поверхностных волн в двухслойной структуре. В этих точках коэффициент отражения может быть уменьшен на 20 – 40 дБ.

Пример 2. Фазовый компенсатор.

Это двухслойная призма, состоящая из слоя обыкновенного диэлектрика (right-handed) и слоя метаматериала (left-handed) [5]. При дифракции плоской электромагнитной волны на призме, фаза волны на выходе структуры остаётся равной фазе волны на входе.

На рис. 3 показана зависимость модуля и фазы коэффициента прохождения от угла падения.

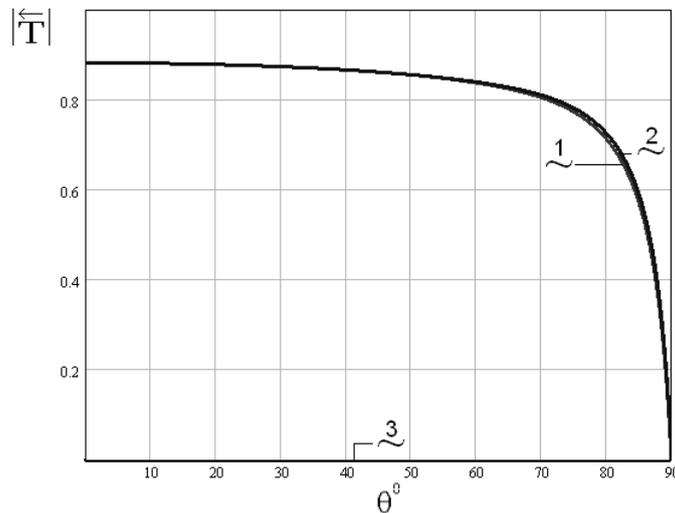


Рис. 3. Модуль коэффициента прохождения: 1) \overleftarrow{T}^E , 2) \overrightarrow{T}^H , 3) Фаза коэффициента прохождения $\Psi^E = \Psi^H$; $\varepsilon_1' = 1.3 - i \cdot 0.01$, $\mu_1' = 1.4 - i \cdot 0.01$, $\varepsilon_2' = -1.3 - i \cdot 0.01$, $\mu_2' = -1.4 - i \cdot 0.01$;
 $d_1 = d_2 = 1 \cdot \lambda_0$

Полная компенсация фаз в слоях структуры при $\theta = 0$ определяется условием $\gamma_1 d_1 = -\gamma_2 d_2|_{\theta=0}$.

6. Заключение

Предлагаемый метод расчёта дифракции практически не имеет ограничений по числу слоёв, типу материалов (включая метаматериалы), толщине слоёв. «Цепная» конструкция формул для коэффициентов отражения и прохождения упрощает составление компьютерных программ и минимизирует затраты машинного времени.

Литература

1. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Издательство Академии наук СССР, 1957. 344 с.
2. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 855 с.
3. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. М.: Мир, 1978. 547 с.
4. Панченко Б.А., Князев С.Т. и др. Электродинамический расчёт полосковых антенн. М.: Радио и связь, 2002. 253 с.
5. Панченко Б.А., Гизатуллин М.Г. Наноантенны. М.: Радиотехника, 2010. 96 с.

*Статья поступила в редакцию 19.05.2011;
переработанный вариант — 30.09.2011*

Панченко Борис Алексеевич

д.т.н., профессор, заведующий кафедрой общепрофессиональных дисциплин технических специальностей УрТИСИ ФГОБУ ВПО «СибГУТИ» (620109, Екатеринбург, ул. Репина, 15) тел. (343) 359-91-16, e-mail: valbor@mail.ur.ru.

Гизатуллин Марат Галимянович

к.т.н., доцент кафедры автоматической электрической связи УрТИСИ ФГОБУ ВПО «СибГУТИ» (620109, Екатеринбург, ул. Репина, 15) тел. (343) 359-91-06, e-mail: ieee-ural-uisi@yandex.ru.

Тангамян Анатолий Анатольевич

аспирант кафедры общепрофессиональных дисциплин технических специальностей УрТИСИ ФГОБУ ВПО «СибГУТИ» (620109, Екатеринбург, ул. Репина, 15) тел. (343) 359-91-16, e-mail: nudger85@mail.ru

The universal method of calculation of electromagnetic diffraction on the multilayer structures

B. Panchenko, M. Gizatullin, A. Tangamjan

The calculation method on the multilayer structures based on the solution of the problem of electromagnetic excitation is offered. Object external characteristics – reflection coefficient and transmission coefficient are defined. Field distribution in structure is defined. Two types of polarization. Calculation examples.

Keywords: diffraction, polarization, reflection coefficient and transmission coefficient, metamaterials.