

# Разработка нового математического метода моделирования движения микрополярного смазочного материала в рабочем зазоре модифицированной конструкции подшипника

М. А. Мукутадзе, Е. Г. Чуб, Е. А. Болгова, Н. С. Задорожная

Ростовский государственный университет путей сообщения (РГУПС)

**Аннотация:** Движущийся в зазоре жидкий смазочный материал неизбежно содержит атмосферные газы, которые значительно влияют на такое эксплуатационное свойство смазочного материала, как сжимаемость. Данное исследование включает разработку и анализ математической модели микрополярного смазочного материала в подшипнике с композиционными фторопластсодержащими покрытиями и опорным профилем, адаптированным к конкретным условиям трения. На основе уравнения движения исследуемого жидкого смазочного материала, уравнения неразрывности и уравнения состояния получены новые математические модели, учитывающие дополнительно сжимаемость смазочного материала. Существенно расширены возможности применения на практике полученных авторами математических моделей модифицированной конструкции радиального подшипника с учетом новых факторов, которые позволяют проводить оценку эксплуатационных характеристик радиальных подшипников. Модифицированная конструкция радиального подшипника скольжения позволила уточнить, при учете дополнительного фактора – сжимаемости смазочного материала, несущую способность на 8–10 %, а коэффициент трения – на 7–9 % в диапазоне исследованных режимов.

**Ключевые слова:** сжимаемость, модифицированная конструкция, покрытие, гидродинамический режим, микрополярный смазочный материал, адаптированный профиль.

**Для цитирования:** Мукутадзе М. А., Чуб Е. Г., Болгова Е. А., Задорожная Н. С. Разработка нового математического метода моделирования движения микрополярного смазочного материала в рабочем зазоре модифицированной конструкции подшипника // Вестник СибГУТИ. 2025. Т. 19, № 1. С. 54–64. <https://doi.org/10.55648/1998-6920-2025-19-1-54-64>.



Контент доступен под лицензией  
Creative Commons Attribution 4.0  
License

© Мукутадзе М. А., Чуб Е. Г., Болгова Е. А.,  
Бадахов Н. С., 2025

Статья поступила в редакцию 26.06.2024;  
переработанный вариант – 25.07.2024;  
принята к публикации 06.08.2024.

## 1. Введение

При проведении исследований исходят из того, что рабочие масла считаются несжимаемыми, однако их объем все же немного изменяется. Коэффициент сжимаемости зависит от химического состава масла, его температуры, уровня давления, а также от степени

загрязнения воздушной пеной, которое может вызвать кавитацию, снижение эффективности, понижение масляного давления, образование шума и эрозию.

В ряде экспериментальных исследований [1–4] выявлено воздействие сжимаемости на парциальный мольный объем веществ в различных средах, величину электрострикции в растворах электролитов, а также изменение диэлектрической проницаемости, показателя преломления и вязкости при увеличении давления. Кроме того, сжимаемость может повлиять на объем активаций, объем реакции и способствовать ускорению реакции под давлением.

На основании ключевых выводов из исследования [5] установлено, что при увеличении числа физических характеристик жидкости, включая добавление доли пор при упаковке молекул в растворителе и рассмотрение дополнительных параметров, надежная корреляция не была обнаружена.

В [6–14] приведены результаты исследований, посвященных различным приемам измерения объема жидкости при повышенном давлении: с применением пьезометров постоянного и переменного объема, а также гидростатического взвешивания. Для этого нужно учитывать изменения объема рабочих сосудов под воздействием давления, что существенно усложняет расчеты.

Также существует метод прямого гидростатического взвешивания в жидкости под высоким давлением [15–17]. Однако данный подход характеризуется низкой эффективностью.

В исследованиях [18–19] проведен тщательный разбор скрытых ошибок, возникающих в процессе получения данных о сжимаемости.

В исследовании [20] представлен оригинальный способ оценки сжимаемости жидкости на широком диапазоне давления и температуры.

Исходя из вышесказанного, можно заключить, что сравнение сведений о внутреннем давлении жидкости, полученных различными методами, выявляет значительные погрешности в их определении.

## 2. Постановка задачи

Изучается ламинарное течение микрополярной жидкости в рабочем зазоре модифицированной конструкции радиального подшипника. При этом скорость вращения вала равняется  $\Omega$ , а скорость втулки равна нулю.

В системе координат  $(r, \theta)$  (рис. 1) уравнение контуров задаем аналогично [21].

$$r' = r_0 (1 + H), \quad r' = r_1 - a' \sin \omega \theta, \quad r' = r_1 - \tilde{h} - a' \sin \omega \theta \quad (1)$$

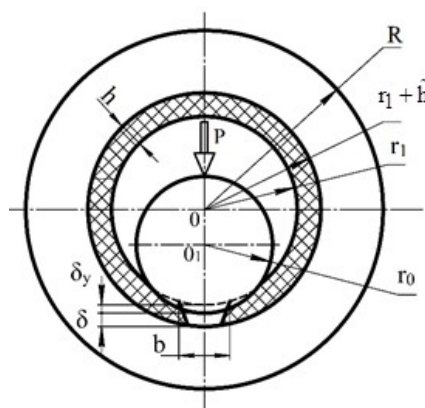


Рис. 1. Радиальный подшипник (рисунок авторов)

Для достижения поставленной цели применим те же безразмерные уравнения, что и в статье [21], а также уравнение состояния с граничными условиями:

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial r^2} + N^2 \frac{\partial v_i}{\partial r} = \frac{1}{\Lambda} e^{-\alpha p} \frac{dp_i}{d\theta}, \quad \frac{\partial^2 v_i}{\partial r^2} = \frac{v_i}{N_1} + \frac{1}{N_1} \frac{du_i}{dr}, \quad \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial r} = 0, \quad p = \rho, \quad (2)$$

$$v = 1, \quad u = -\eta \sin \theta, \quad v = 0 \quad \text{при} \quad r = 1 - \eta \cos \theta;$$

$$v = 0, \quad u = 0, \quad v = 0 \quad \text{при} \quad r = \eta_1 \sin \omega \theta, \quad \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2;$$

$$v = v^*(\theta), \quad u = u^*(\theta), \quad v = 0 \quad \text{при} \quad r = \eta_2 + \eta_1 \sin \omega \theta, \quad 0 \leq \theta \leq \theta_1 \quad \text{и} \quad \theta_2 \leq \theta \leq 2\pi;$$

$$p(0) = p(\theta_1) = p(\theta_2) = p(2\pi) = \frac{p_g}{p}, \quad (3)$$

$$Q = \text{const}; \quad p(\theta) = p(\theta); \quad p(\theta) = p(\theta).$$

$$\text{Здесь } \eta = \frac{e}{\delta}; \quad \eta_1 = \frac{a'}{\delta}; \quad \eta_2 = \frac{\tilde{h}}{\delta}; \quad \Lambda = \frac{r_0^2 \mu \Omega}{p_g \delta^2}; \quad p = \frac{\Lambda \Omega^2 r_0^2}{2} \rho.$$

Для сжимаемого смазочного материала пренебрегаем  $\frac{1}{N_1} \ll 1$ , тогда уравнение (2) преобразуется к виду:

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{N}{2h}(2r - h) = \frac{1}{\Lambda} \frac{e^{-\alpha p}}{d\theta}, \quad v_i = \frac{1}{2h}(r^2 - rh), \quad \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial r} = 0, \quad p = \rho. \quad (4)$$

Автомодельное решение (4) ищем по известному методу [22]

$$\rho v_i = \frac{\partial \psi_i}{\partial r} + V_i(r, \theta); \quad \rho u_i = -\frac{\partial \psi_i}{\partial \theta} + U_i(r, \theta);$$

$$\psi_i(r, \theta) = \tilde{\psi}_i(\xi_i); \quad V_i(r, \theta) = p \tilde{v}_i(\xi_i); \quad U_i(r, \theta) = -p u_i(\xi_i) \cdot h'(\theta);$$

$$\xi_i = \frac{r_i}{h(\theta)} \quad \text{при} \quad \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2;$$

$$\xi_i = \frac{r - \eta_2}{h(\theta) - \eta_2} \quad \text{при} \quad 0 \leq \theta \leq \theta_1 \quad \text{и} \quad \theta_2 \leq \theta \leq 2\pi. \quad (5)$$

$$h(\theta) = 1 - \eta \cos \theta - \eta_1 \sin \omega \theta;$$

Таким образом, выражение (2) преобразуется следующим образом:

$$\tilde{\psi}_i'' = a_i, \quad \tilde{u}_i'' = b_i - \frac{N^2}{2}(2\xi_i - 1), \quad \tilde{u}_i'(\xi_i) - \xi_i v_i'(\xi_i) + \frac{h(\theta)}{h'(\theta)} \cdot \frac{1}{p} \frac{dp}{d\theta} = 0,$$

$$\frac{p}{\Lambda} \frac{dp_i}{d\theta} = \frac{b_i p}{(h(\theta) - \eta_2)^2} + \frac{a_i}{(h(\theta) - \eta_2)^3}, \quad i = 1, 3,$$

$$\frac{p}{\Lambda} \frac{dp_2}{d\theta} = \frac{b_2 p}{h^2(\theta)} + \frac{a_2}{h^3(\theta)}. \quad (6)$$

Уравнения системы (5) решаются при соблюдении перечисленных ниже граничных условий:

$$v_i(0) = 0, \quad \tilde{\psi}_i(0) = 0, \quad \psi_i'(1) = 0, \quad \tilde{u}_i(1) = -\eta \sin \theta, \quad v_i'(1) = 0,$$

$$v_i(1) = 0, \quad \tilde{u}_i(0) = 0, \quad v_i(0) = 1, \quad \int_0^1 u_i(\xi_i) d\xi_i = 0,$$

$$\int_{\theta}^{\xi_i} \tilde{u}_i(\xi_i) d\xi_i = 0, \quad p(\theta) = p(\theta_1) = p(\theta_2) = p(2\pi) = 1. \quad (7)$$

Интегрируя уравнение (6) с учетом граничных условий (7), в результате получим следующее выражение:

$$\tilde{\psi}'_i(\xi_i) = a_1 \frac{\xi_i}{2} (\xi_i - 1), \quad \tilde{u}_i(\xi_i) = b_1 \frac{\xi_i^2}{2} - \left( \frac{b_1}{2} + p \right) \xi_i + p, \quad b_1 = b_2 = b_3 = 6p. \quad (8)$$

С учетом (8) для гидродинамического давления получим:

$$\begin{aligned} p_1 &= 1 + 6\Lambda \left[ 1 + \alpha \frac{p_g}{p^*} - \frac{\alpha^2}{2} \left( \frac{p_g}{p^*} \right)^2 \right] \left( -\tilde{\eta} \sin \theta + \frac{\tilde{\eta}_1}{\omega} (\cos \omega \theta - 1) + \frac{1}{p} \frac{\eta_1 \theta}{2\pi \omega} (\cos 2\pi \omega - 1) \right), \\ p_2 &= 1 + 6\Lambda \left[ 1 + \alpha \frac{p_g}{p^*} - \frac{\alpha^2}{2} \left( \frac{p_g}{p^*} \right)^2 \right] \left[ (\theta - \theta_1) \left( \frac{\theta_1^2}{4\pi^2} - \left( 1 - \frac{5\theta_1}{2\pi} \right) \left( \frac{\eta_1}{2\pi \omega} (\cos 2\pi \omega - \cos \omega \theta_1) + \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + \frac{\eta}{2\pi} \sin \theta_1 \right) \right) + \frac{1}{p} \left( 1 - \frac{3\theta_1^2}{4\pi^2} \right) \left( \frac{\eta_1}{\omega} (\cos \omega \theta - \cos \omega \theta_1) + \eta (\sin \theta - \sin \theta_1) \right) \right], \\ p_3 &= 1 + 6\Lambda \left[ 1 + \alpha \frac{p_g}{p^*} - \frac{\alpha^2}{2} \left( \frac{p_g}{p^*} \right)^2 \right] \left[ (\theta - \theta_2) \left( \frac{\theta_2^2}{4\pi^2} - \left( 1 - \frac{5\theta_2}{2\pi} \right) \left( \frac{\tilde{\eta}_1}{2\pi \omega} (\cos 2\pi \omega - \cos \omega \theta_2) - \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - \frac{\tilde{\eta}}{2\pi} \sin \theta_2 \right) \right) + \frac{1}{p} \left( 1 - \frac{3\theta_2^2}{4\pi^2} \right) \left( \frac{\tilde{\eta}_1}{\omega} (\cos \omega \theta - \cos \omega \theta_2) + \tilde{\eta} (\sin \theta - \sin \theta_2) \right) \right]. \quad (9) \end{aligned}$$

Решая уравнение (9) методом последовательных приближений, ограничиваясь при этом двумя приближениями, в результате получим:

$$p_{11} = 1, \quad p_{21} = 1, \quad p_{31} = 1.$$

$$\begin{aligned} p_{12} &= 6\Lambda \left[ 1 + \alpha \frac{p_g}{p^*} - \frac{\alpha^2}{2} \left( \frac{p_g}{p^*} \right)^2 \right] \left( -\tilde{\eta} \sin \theta + \frac{\tilde{\eta}_1}{\omega} (\cos \omega \theta - 1) + \frac{\eta_1 \theta}{2\pi \omega} (\cos 2\pi \omega - 1) \right), \\ p_{22} &= 6\Lambda \left[ 1 + \alpha \frac{p_g}{p^*} - \frac{\alpha^2}{2} \left( \frac{p_g}{p^*} \right)^2 \right] \left[ (\theta - \theta_1) \left( \frac{\theta_1^2}{4\pi^2} - \left( 1 - \frac{5\theta_1}{2\pi} \right) \left( \frac{\eta_1}{2\pi \omega} (\cos 2\pi \omega - \cos \omega \theta_1) + \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. + \frac{\eta}{2\pi} \sin \theta_1 \right) \right) + \left( 1 - \frac{3\theta_1^2}{4\pi^2} \right) \left( \frac{\eta_1}{\omega} (\cos \omega \theta - \cos \omega \theta_1) + \eta (\sin \theta - \sin \theta_1) \right) \right], \\ p_{32} &= 6\Lambda \left[ 1 + \alpha \frac{p_g}{p^*} - \frac{\alpha^2}{2} \left( \frac{p_g}{p^*} \right)^2 \right] \left[ (\theta - \theta_2) \left( \frac{\theta_2^2}{4\pi^2} - \left( 1 - \frac{5\theta_2}{2\pi} \right) \left( \frac{\tilde{\eta}_1}{2\pi \omega} (\cos 2\pi \omega - \cos \omega \theta_2) - \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - \frac{\tilde{\eta}}{2\pi} \sin \theta_2 \right) \right) + \left( 1 - \frac{3\theta_2^2}{4\pi^2} \right) \left( \frac{\tilde{\eta}_1}{\omega} (\cos \omega \theta - \cos \omega \theta_2) + \tilde{\eta} (\sin \theta - \sin \theta_2) \right) \right]. \quad (10) \end{aligned}$$

На основании проведенных проверочных расчетов, диапазоны параметров, использованных в аналитической модели, учитывают следующие значения: для  $\Lambda = 0,1-0,9$  диаметр составляет 20 мм, напряжение варьируется в пределах от 8 до 40 МПа, а динамическая вязкость  $\mu_0$  изменяется от 0,024987 до 0,0067 Н·с/м<sup>2</sup>. Эти параметры были выбраны в соответствии с требованиями исследования и на основе предварительного анализа их влияния на конечные результаты, что позволяет детально изучить поведение системы в различных режимах эксплуатации.

Результаты численного анализа представлены на графике (рис. 2). График демонстрирует зависимость ключевых характеристик модели от переменных параметров.

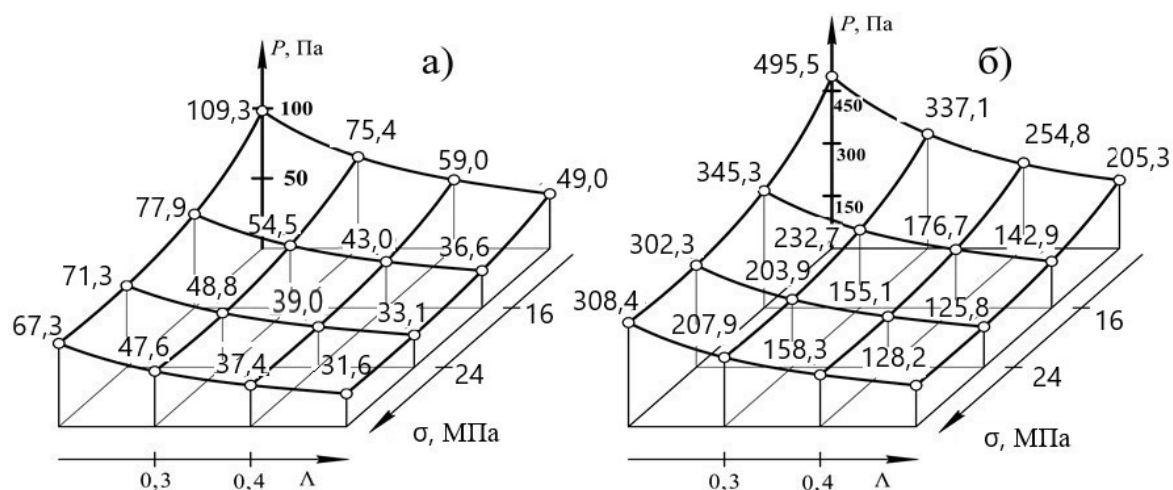


Рис. 2. Влияние сжимаемости и нагрузки на вертикальные составляющие при а)  $V = 0,3$  м/с; б)  $V = 1$  м/с

Таким образом, проведенные расчеты и анализ моделирования подтверждают важность ранжирования параметров для достижения стабильности и надежности модели. Такие результаты являются основой для дальнейших исследований и позволяют оптимизировать систему с целью увеличения её эффективности в различных эксплуатационных условиях.

### 3. Экспериментальная часть

Экспериментальное исследование состоит из ряда этапов: верификации разработанной расчетной модели радиального подшипника скольжения с оптимальным сечением маслоподдерживающей канавки и определения величины погрешности; комплекса экспериментального исследования подшипника с новой разработанной конструкцией опорной поверхности подшипниковой втулки. Это несущая поверхность с антифрикционным полимерным композиционным покрытием, имеющим маслоподдерживающую канавку, а также профиль, контур которого адаптирован к конкретным условиям трения.

В процессе этих исследований установлена область их рационального применения. Исследуемые антифрикционные покрытия представляют собой гибридный композиционный материал, состоящий из трех типов полимеров различной физической природы. Это тканый каркас из фторопластовых нитей «полифен» (ТУ 6-06-9-7-81) и полиимидных нитей «аримид Т» (ТУ 6-06-9-11-80), пропитанный матричным связующим на основе фенольной смолы, модифицированной термостойким каучуком.

Триботехнические экспериментальные исследования радиальных подшипников скольжения проводились на модернизированной машине трения модели ИИ5018 на образцах в виде частичных вкладышей. Колодки вырезались из кольцевой заготовки по центральному углу, равному 60 градусов. На их рабочие поверхности наносились полимерные композиционные покрытия и канавки вдоль оси трибосопряжения на глубину покрытия. Кроме того, колодки имеют отверстия для термопар.

### 4. Результаты исследования

Анализ данных, полученных в ходе исследований, позволяет сделать вывод о значительной роли этих корректировок в повышении эффективности работы радиальных подшипников скольжения. При этом адаптация профиля опорной поверхности под реальные

условия эксплуатации становится важным фактом в обеспечении стабильности работы узлов, значительно снижая риск перегрева и износа. Сжимаемость материала на 8–10 % вносит дополнительные преимущества в надежность конструкции, уменьшая вибрационные нагрузки и способствуя более равномерному распределению давления на различные участки подшипника.

Несомненно важным аспектом в этих исследованиях является изменение коэффициента трения на 7–9 %. Это достигается за счет подбора оптимальных смазочных материалов и геометрической конфигурации, что в пределах исследуемых режимов способствует уменьшению энергетических потерь и повышению нагрузочной способности подшипника. Данные коррективы особенно ценны для высоконагруженных узлов с повышенными требованиями к долговечности и надежности.

Таблица 1. Результаты теоретического исследования

| №<br>п/п | Нагрузка $\sigma$ , МПа | Параметр сжимаемости $\Lambda$ |           |          |           |            |
|----------|-------------------------|--------------------------------|-----------|----------|-----------|------------|
|          |                         | 0,5                            | 0,4       | 0,3      | 0,2       | 0,1        |
|          |                         | Коэффициент трения             |           |          |           |            |
| 1        | 8                       | 0,006190                       | 0,0076130 | 0,006500 | 0,0033000 | 0,00037000 |
| 2        | 16                      | 0,002890                       | 0,0020910 | 0,003053 | 0,0013850 | 0,00011150 |
| 3        | 24                      | 0,088893                       | 0,000907  | 0,001040 | 0,0000305 | 0,00015700 |
| 4        | 32                      | 0,088595                       | 0,0006106 | 0,000504 | 0,0005136 | 0,00013793 |
| 5        | 40                      | 0,088497                       | 0,0012105 | 0,000681 | 0,0005570 | 0,00011887 |

Для подтверждения эффективности теоретических моделей нами проведено экспериментальное исследование влияния параметра сжимаемости на работу подшипников (табл. 2).

Таблица 2. Результаты экспериментального исследования

| №<br>п/п | Нагрузка $\sigma$ , МПа | Параметр сжимаемости $\Lambda$ |           |          |           |            |
|----------|-------------------------|--------------------------------|-----------|----------|-----------|------------|
|          |                         | 0,5                            | 0,4       | 0,3      | 0,2       | 0,1        |
|          |                         | Коэффициент трения             |           |          |           |            |
| 1        | 8                       | 0,007190                       | 0,0086130 | 0,007500 | 0,0043000 | 0,00047000 |
| 2        | 16                      | 0,003890                       | 0,0030910 | 0,004053 | 0,0023850 | 0,00021150 |
| 3        | 24                      | 0,089893                       | 0,001907  | 0,002040 | 0,0010305 | 0,00025700 |
| 4        | 32                      | 0,089595                       | 0,0016106 | 0,001504 | 0,0015136 | 0,00023793 |
| 5        | 40                      | 0,089497                       | 0,0022105 | 0,001681 | 0,0015570 | 0,00021887 |

Путём применения специализированного экспериментального оборудования удалось собрать точные и важные данные о характеристиках работы подшипников скольжения.

С учетом поставленной задачи подтверждается общая стратегия проведения экспериментальных исследований в соответствии с классическими однофакторными и полнофакторными планами.

## 5. Выводы

Новая математическая модель, разработанная на основе проведённых исследований, позволяет с высокой точностью вычислять ключевые параметры, такие как сила трения, нагрузочная способность и гидродинамическое давление, что является критически важным для разработки и оптимизации различных механизмов и машин.

Расчеты для проектирования втулок подшипников включают учет дополнительного полимерного покрытия, которое не только уменьшает трение, но и защищает металлические компоненты от износа. Выбор конкретного полимера должен базироваться на условиях эксплуатации подшипника.

Применение исследованных радиальных подшипников скольжения значительно увеличивает несущую способность на 8–10 %. Помимо увеличения несущей способности, коэффициент трения радиальных подшипников скольжения снижается на 7–9 %. Это уменьшение трения приводит к снижению энергозатрат оборудования, использование которого становится экономически выгодным и необходимым для соответствия современным стандартам и требованиям.

## Литература

1. *Isaacs N. S.* Liquid phase high pressure chemistry. New York – Chichester Brisbane – Toronto: Wiley-Interscience, 1981. 414 p.
2. *le Noble W. H.* Organic high pressure chemistry. Amsterdam – Oxford – New York – Tokyo: Elsevier, 1988. 489 p.
3. *Marcus Y., Hefter G. T.* The compressibility of liquids at ambient temperature and pressure // *Journal of Molecular Liquids*. 1997. V. 73–74. P. 61–74.
4. *Kiselev V. D., Kashaeva E. A., Konovalov A. I.* Pressure effect on the rate and equilibrium constant of the Diels-Alder reaction 9-chloroanthracene with tetracyanoethylene // *Tetrahedron*. 1999. V. 55. P. 1153–1162.
5. *Киселев В. Д., Болотов А. В., Кашаева Е. А., Коновалов А. И.* Определение изотермической сжимаемости растворителя по изменению оптической плотности раствора красителя под давлением // *Известия РАН. Серия химическая*. 2006. № 12. С. 2049–2052.
6. *Riddick J. A.* Organic solvents. New York: John Wiley & Sons, 1986. 1325 p.
7. *Cibulka I., Zikova M.* Liquid densities at elevated pressures of 1-alkanols from C<sub>1</sub> to C<sub>10</sub>: a critical evaluation of experimental data // *Journal of Chemical & Engineering Data*. 1994. V. 39. P. 876–886.
8. *Cibulka I., Hnedkovsky L.* Liquid densities at elevated pressures of n-alkanes from C<sub>5</sub> to C<sub>16</sub>: a critical evaluation of experimental data // *Journal of Chemical & Engineering Data*. 1996. V. 41. P. 657–668.
9. *Cibulka I., Hnedkovsky L., Takagi T.* P-d-T data of liquids: summarization and evaluation. 3. Ethers, ketones, aldehydes, carboxylic acids, and esters // *Journal of Chemical & Engineering Data*. 1997. V. 42. P. 2–26.
10. *Cibulka I., Hnedkovsky L., Takagi T.* P-d-T data of liquids: summarization and evaluation. 4. Higher 1-alkanols (C<sub>11</sub>, C<sub>12</sub>, C<sub>14</sub>, C<sub>16</sub>), secondary, tertiary, and branched alkanols, cycloalkanoles, alkanediols, alkanetriols, ether alkanols, and aromatic hydroxyl derivatives // *Journal of Chemical & Engineering Data*. 1997. V. 42. P. 415–433.
11. *Cibulka I., Takagi T.* P-d-T data of liquids: summarization and evaluation. 5. Aromatic hydrocarbons // *Journal of Chemical & Engineering Data*. 1999. V. 44. P. 411–429.
12. *Cibulka I., Takagi T.* P-d-T data of liquids: summarization and evaluation. 6. Nonaromatic hydrocarbons (C<sub>n</sub>, n ≥ 5) except n-alkanes C<sub>5</sub> to C<sub>16</sub> // *Journal of Chemical & Engineering Data*. 1999. V. 44. P. 1105–1128.
13. *Cibulka I., Takagi T., Ruzicka K.* P-d-T data of liquids: summarization and evaluation. 7. Selected halogenated hydrocarbons // *Journal of Chemical & Engineering Data*. 2001. V. 46. P. 2–28.
14. *Cibulka I., Takagi T.* P-d-T data of liquids: summarization and evaluation. 8. Miscellaneous compounds // *Journal of Chemical & Engineering Data*. 2002. V. 47. P. 1037–1070.
15. *Циклис Д. С.* Техника физико-химических исследований при высоких и сверхвысоких давлениях. М.: Химия, 1976. 430 с.

16. *Бриджмен П. В.* Физика высоких давлений. М.: Объединен. науч.-техн. изд-во НКТП СССР, 1935. 402 с.
17. *Разумихин В. Н.* Гидростатический метод определения плотности жидкостей при давлении до 5000 кгс/см<sup>2</sup> // Труды институтов Комитета стандартов мер и измерительных приборов. 1960. Т. 46(106). С. 96–106.
18. *Hayward A. T. J.* How to measure the isothermal compressibility of liquids accurately // Journal of Physics D: Applied Physics. 1971. V. 4. P. 938–950.
19. *Hayward A. T. J.* Compressibility equations for liquids: A comparative study // British Journal of Applied Physics. 1967. V. 18. P. 965–977.
20. *Киселев В. Д., Болотов А. В., Сатонин А. П., Кашаева Е. А., Коновалов А. И.* Сжимаемость жидкости и её внутреннее давление // Ученые записки Казанского государственного университета. 2008. Т. 150, № 3. С. 76–90.
21. *Василенко В. В., Кирищев В. И., Мукутадзе М. А., Шведова В. Е.* Исследование износостойкости подшипника скольжения с полимерным покрытием опорного кольца, имеющего канавку // Advanced Engineering Research (Ростов-на-Дону). 2022. Т. 22, № 4. С. 365–372.
22. *Ахвердиев К. С., Лагунова Е. О., Василенко В. В.* Расчетная модель радиального подшипника, смазываемого расплавом, с учетом зависимости вязкости от давления // Вестник Донского государственного технического университета. 2017. № 17(3). С. 27–37.

#### **Мукутадзе Мурман Александрович**

д.т.н., профессор кафедры «Высшая математика», Ростовский государственный университет путей сообщения (РГУПС, 344038, г. Ростов-на-Дону, пл. Ростовского Стрелкового Полка Народного Ополчения, д. 2), тел. + 7 919 8823 061, e-mail: murman1963@yandex.ru, ORCID ID: 0000-0003-2810-3047.

#### **Чуб Елена Григорьевна**

к.т.н., доцент кафедры «Высшая математика», Ростовский государственный университет путей сообщения (РГУПС, 344038, г. Ростов-на-Дону, пл. Ростовского Стрелкового Полка Народного Ополчения, д. 2), тел. + 7 951 8496 243, e-mail: elenachub111@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-3012-4181.

#### **Болгова Екатерина Александровна**

аспирант кафедры «Высшая математика», Ростовский государственный университет путей сообщения (РГУПС, 344038, г. Ростов-на-Дону, пл. Ростовского Стрелкового Полка Народного Ополчения, д. 2), тел. + 7 961 2797 444, e-mail: bolgova\_katya6@mail.ru, ORCID ID: 0000-0002-0737-1846.

#### **Задорожная Наталья Сергеевна**

к.ф.-м.н., доцент кафедры «Высшая математика», Ростовский государственный университет путей сообщения (РГУПС, 344038, г. Ростов-на-Дону, пл. Ростовского Стрелкового Полка Народного Ополчения, д. 2), тел. + 7 904 5008 856, e-mail: simon@srfedu.ru, ORCID ID: 0000-0002-6783-3566.

*Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*

*Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.*

*Вклад соавторов: Каждый автор внес равную долю участия как во все этапы проводимого теоретического исследования, так и при написании разделов данной статьи.*

## Development of a new mathematical method for modeling the movement of a micropolar lubricant in the working gap of a modified bearing structure

Murman A. Mukutadze, Elena G. Chub, Ekaterina A. Bolgova, Natalya S. Zadorozhnaya

Rostov State Transport University (RSTU)

**Abstract:** The liquid lubricant moving in the gap inevitably contains atmospheric gases, which significantly affect such an operational property of the lubricant as compressibility.

This study includes the development and analysis of a mathematical model of a micro-polar lubricant in a bearing with composite fluoroplastic coatings and a support profile adapted to specific friction conditions. Based on the equation of motion of the liquid lubricant under study, the continuity equation and the equation of state, new mathematical models are obtained that additionally take into account the compressibility of the lubricant. The possibilities of applying in practice the mathematical models of the modified radial bearing structure obtained by the authors have been significantly expanded, taking into account new factors that make it possible to evaluate the performance characteristics of radial bearings. The modified design of the radial sliding bearing made it possible to clarify, taking into account an additional factor – the compressibility of the lubricant, the bearing capacity by 8–10 %, and the coefficient of friction by 7–9 % in the range of the studied modes.

**Keywords:** compressibility, modified design, coating, hydrodynamic mode, micropolar lubricant, adapted profile.

**For citation:** Mukutadze M. A., Chub E. G., Bolgova E. A., Zadorozhnaya N. S. Development of a new mathematical method for modeling the movement of a micropolar lubricant in the working gap of a modified bearing structure. *Vestnik SibGUTI*, 2025, vol. 19, no. 1, pp. 54–64 <https://doi.org/10.55648/1998-6920-2025-19-1-54-64>.



Content is available under the license  
Creative Commons Attribution 4.0  
License

© Mukutadze M. A., Chub E. G.,  
Bolgova E. A., Zadorozhnaya N. S., 2025

The article was submitted: 26.06.2024;  
revised version: 25.07.2024;  
accepted for publication 06.08.2024.

## References

1. Isaacs N. S. Liquid phase high pressure chemistry. New York – Chichester Brisbane – Toronto, Wiley-Interscience, 1981. 414 p.
2. le Noble W. H. Organic high pressure chemistry. Amsterdam – Oxford – New York – Tokyo, Elsevier, 1988. 489 p.
3. Marcus Y., Hefter G. T. The compressibility of liquids at ambient temperature and pressure. *Journal of Molecular Liquids*. 1997, vol. 73–74, pp. 61–74.
4. Kiselev V. D., Kashaeva E. A., Konovalov A. I. Pressure effect on the rate and equilibrium constant of the Diels-Alder reaction 9-chloroanthracene with tetracyanoethylene. *Tetrahedron*, 1999, vol. 55. pp. 1153–1162.
5. Kiselev V. D., Bolotov A. V., Kashaeva E. A., Konovalov A. I. Opredelenie izotermicheskoy szhimaemosti rastvoritelya po izmeneniyu opticheskoy plot-nosti rastvora krasitelya pod davleniem [Determination of the isothermal compressibility of a solvent by changing the optical density of a dye solution under pressure]. *Izvestiya RAN. Seriya himicheskaya*, 2006, no. 12, pp. 2049–2052.
6. Riddick J. A. Organic solvents. New York: John Wiley & Sons, 1986. 1325 p.
7. Cibulka I., Zikova M. Liquid densities at elevated pressures of 1-alkanols from C1 to C10: a critical evaluation of experimental data. *Journal of Chemical & Engineering Data*, 1994, vol. 39, pp. 876–886.

8. *Cibulka I., Hnedkovsky L.* Liquid densities at elevated pressures of n-alkanes from C5 to C16: a critical evaluation of experimental data. *Journal of Chemical & Engineering Data*, 1996. vol. 41, pp. 657–668.
9. *Cibulka I., Hnedkovsky L., Takagi T.* P-d-T data of liquids: summarization and evaluation. 3. Ethers, ketones, aldehydes, carboxylic acids, and esters. *Journal of Chemical & Engineering Data*, 1997, vol. 42, pp. 2–26.
10. *Cibulka I., Hnedkovsky L., Takagi T.* P-d-T data of liquids: summarization and evaluation. 4. Higher l-alkanols (C11, C12, C14, C16), secondary, tertiary, and branched alkanols, cycloalkanols, alkanediols, alkanetriols. ether alkanols, and aromatic hydroxyl derivatives. *Journal of Chemical & Engineering Data*, 1997, vol. 42, pp. 415–433.
11. *Cibulka I., Takagi T.* P-d-T data of liquids: summarization and evaluation. 5. Aromatic hydrocarbons. *Journal of Chemical & Engineering Data*, 1999, vol. 44, pp. 411–429.
12. *Cibulka I., Takagi T.* P-d-T data of liquids: summarization and evaluation. 6. Nonaromatic hydrocarbons (C<sub>n</sub>, n ≥ 5) except n-alkanes C5 to C16. *Journal of Chemical & Engineering Data*, 1999, vol. 44, pp. 1105–1128.
13. *Cibulka I., Takagi T., Ruzicka K.* P-d-T data of liquids: summarization and evaluation. 7. Selected halogenated hydrocarbons. *Journal of Chemical & Engineering Data*, 2001, vol. 46, pp. 2–28.
14. *Cibulka I., Takagi T.* P-d-T data of liquids: summarization and evaluation. 8. Miscellaneous compounds. *Journal of Chemical & Engineering Data*, 2002, vol. 47, pp. 1037–1070.
15. *Tsiklis D. S.* Tekhnika fiziko-himicheskikh issledovaniy pri vysokih i sverhvysokih davleniyah [Technique of physico-chemical research at high and ultrahigh pressures]. Moscow, Chemistry, 1976. 430 p.
16. *Bridgman P. V.* Fizika vysokih davlenij [Physics of high pressures]. Moscow, Ob"edinyonnoe nauchno-tekhnicheskoe izdatel'stvo NKTP SSSR, 1935. 402 p.
17. *Razumikhin V. N.* Hidrostaticheskij metod opredeleniya plotnosti zhidkostej pri davlenii do 5000 kgs/sm<sup>2</sup> [Hydrostatic method for determining the density of liquids at pressures up to 5000 kgf/cm<sup>2</sup>]. *Trudy institutov Komiteta standartov mer i izmeritel'nyh priborov*, 1960, vol. 46(106), pp. 96–106.
18. *Hayward A. T. J.* How to measure the isothermal compressibility of liquids accurately. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 1971, vol. 4, pp. 938–950.
19. *Hayward A. T. J.* Compressibility equations for liquids: A comparative study. *British Journal of Applied Physics*, 1967, vol. 18, pp. 965–977.
20. *Kiselev V. D., Bolotov A. V., Satonin A. P., Kashaeva E. A., Konovalov A. I.* Szchimaemost' zhidkosti i eyo vnutrennee davlenie [Compressibility of a liquid and its internal pressure]. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta*, 2008, vol. 150, no. 3. pp. 76–90.
21. *Vasilenko V. V., Kirishchieva V. I., Mukutadze M. A., Shvedova V. E.* Issledovanie iznosostojkosti podshipnika skol'zheniya s polimernym pokrytiem opornogo kol'ca, imeyushchego kanavku [Investigation of the wear resistance of a sliding bearing with a polymer coating of a support ring having a groove]. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*, 2022, vol. 22, no. 4. pp. 365–372.
22. *Akhverdiev K. S., Lagunova E. O., Vasilenko V. V.* Raschetnaya model' radial'nogo podshipnika, smazyvaemogo rasplavom, s uchetom zavisimosti vyazkosti ot davleniya [Calculation model of a radial bearing lubricated by melt, taking into account the dependence of viscosity on pressure]. *Vestnik Donskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta*, 2017, no. 17(3), pp. 27–37.

### **Murman A. Mukutadze**

Dr. of Sci. (Engineering), Professor; Professor of the Department of Higher Mathematics, Rostov State Transport University (RSTU, Russia, 344038, Rostov-on-Don, Rostovskogo Strelkovogo Polka Narodnogo Opolcheniya Sq. 2), phone + 7 919 8823 061, e-mail: murman1963@yandex.ru, ORCID ID: 0000-0003-2810-3047.

### **Elena G. Chub**

Ph. D., Associate Professor; Associate Professor of the Department of Higher Mathematics, Rostov State Transport University (RSTU, Russia, 344038, Rostov-on-Don, Rostovskogo Strelkovogo Polka Narodnogo Opolcheniya Sq. 2), phone +7 951 8496 243, e-mail: elenachub111@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-3012-4181.

**Ekaterina A. Bolgova**

postgraduate student of the Department of Higher Mathematics, Rostov State Transport University (RSTU, Russia, 344038, Rostov-on-Don, Rostovskogo Strelkovogo Polka Narodnogo Opolcheniya Sq. 2), phone + 7 961 2797 444, e-mail: [bolgova\\_katya6@mail.ru](mailto:bolgova_katya6@mail.ru), ORCID ID: 0000-0002-0737-1846.

**Natalya S. Zadorozhnaya**

Ph. D., Associate Professor; Associate Professor of the Department of Higher Mathematics, Rostov State Transport University (RSTU, Russia, 344038, Rostov-on-Don, Rostovskogo Strelkovogo Polka Narodnogo Opolcheniya Sq. 2), phone + 7 904 5008 856, e-mail: [simon@sfedu.ru](mailto:simon@sfedu.ru), ORCID ID:0000-0002-6783-3566.