

# Взаимосвязь выраженности фрактальных свойств потоков прикладного и сетевого уровней в информационных системах

Д. Е. Соколов, Н. Г. Треногин

ООО «Ростелеком Информационные Технологии» (РКТ ИТ)

*Аннотация:* В статье приведены результаты экспериментальных исследований взаимосвязи степени выраженности фрактальных, или самоподобных, свойств потока событий прикладного уровня (операций над данными) и сетевого трафика (IP-пакетов) в клиент-серверных информационных системах. На основе статистического анализа сетевого трафика для различных потоков событий прикладного уровня, т. е. обращений к данным, установлена зависимость степени самоподобия в трафике от степени самоподобия в потоке событий прикладного уровня.

*Ключевые слова:* фрактальный трафик, самоподобные процессы, моделирование информационных систем.

*Для цитирования:* Соколов Д. Е., Треногин Н. Г. Взаимосвязь выраженности фрактальных свойств потоков прикладного и сетевого уровней в информационных системах // Вестник СибГУТИ. 2025. Т. 19, № 2. С. 89–97. <https://doi.org/10.55648/1998-6920-2025-19-2-89-97>.



Контент доступен под лицензией  
Creative Commons Attribution 4.0  
License

© Соколов Д. Е., Треногин Н. Г., 2025

Статья поступила в редакцию 17.11.2024;  
принята к публикации 13.01.2024.

## 1. Введение

Многочисленными исследованиями последних десятилетий установлено наличие фрактальных свойств пакетного сетевого трафика различной природы. В различных работах предложено множество математических моделей трафика, отражающих фрактальные свойства трафика и пригодных для моделирования сетевой нагрузки и оценки вероятностно-временных характеристик реальных сетей; достаточно хорошо разработан аппарат оценки параметров фрактальных моделей на основе статистического анализа измерений трафика [1].

При этом механизмы возникновения фрактальных свойств в сетевом трафике, а также влияние статистических характеристик прикладных процессов, порождающих трафик, на его свойства часто остаются за рамками исследований.

В настоящей работе экспериментальным путем с помощью статистического анализа сетевого трафика в простейшей модели клиент-серверной информационной системы показано наличие взаимосвязи между степенью выраженности фрактальных свойств потоков событий прикладного уровня (операций над данными) и сетевого уровня (формирования сетевых пакетов). Сформулирован ряд выводов о характере этой взаимосвязи и возможности использования полученных результатов при построении математических моделей информационных систем.

## 2. Фрактальные процессы и фрактальные свойства сетевого трафика

Понятие фрактальных или самоподобных, случайных процессов опирается на геометрическое понятие фрактала – объекта, в котором часть некоторым образом подобна целому [2]. Самоподобный (фрактальный) процесс можно неформально определить как стохастический процесс, статистические характеристики которого проявляют свойства масштабирования по времени. При этом процесс, оставаясь стационарным, сохраняет склонность к всплескам при любом усреднении по шкале времени, быстрого сглаживания не происходит.

Случайный процесс  $X(t)$  является самоподобным с параметром  $H$  (параметр Хёрста), если  $X(t)$  и  $a^{-H}Z(at)$  имеют одинаковые конечномерные распределения вероятностей для всех значений  $a > 0$ , т. е. процесс существенно не меняет вида при масштабировании по шкале времени [2] – часть траектории процесса статистически подобна целому, как во фрактале часть объекта геометрически подобна целому. Отметим, что на практике обычно встречаются не строго самоподобные, а асимптотически самоподобные процессы. Исчерпывающий обзор подходов к определению самоподобия приведен в [1].

Параметр Херста  $H \in [0.5; 1)$  определяет степень выраженности фрактальных свойств процесса – более ярко они проявляются по мере приближения параметра к 1. Предельный случай со строгим равенством  $H=1$  соответствует детерминированному постоянному процессу – его характеристики будут абсолютно одинаковыми на любом масштабе усреднения. Напротив, равенство  $H=0.5$  свидетельствует об отсутствии самоподобия.

Фрактальные процессы характеризуются следующими существенными признаками:

1) Долговременная зависимость [3].

Самоподобные процессы обладают гиперболически затухающей корреляционной функцией вида

$$R(k) = \frac{\sigma^2}{2} \left( (k+1)^{2H} - 2k^{2H} + (k-1)^{2H} \right), \quad (1)$$

или

$$R(k) \approx k^{2H-2} L(t) \text{ при } k \rightarrow \infty \quad (2)$$

где  $L(t)$  – медленно меняющаяся функция на бесконечности (т.е.

$$\frac{L(tx)}{L(t)} = 1 \quad (3)$$

для всех  $x > 0$ ).

Следовательно, корреляционная функция является несуммируемой, т.е. ряд, образованный последовательными значениями корреляционной функции, расходится. Это свойство характеризует практически все самоподобные процессы и отличает их от процессов без долговременной зависимости, у которых корреляционная функция убывает по показательному закону и является суммируемой. Долговременная зависимость является причиной ярко выраженных пульсаций процесса, однако позволяет говорить о некоторой предсказуемости в небольших пределах времени.

2) Медленно убывающая дисперсия

При усреднении процесса затухание дисперсии выборочного среднего происходит медленнее, чем величина, обратная размеру выборки, по степенному закону:

$$\sigma^2 \left( X^{(m)} \right) \propto m^{2H-2}, \text{ при } m \rightarrow \infty, \quad (4)$$

в то время как для традиционных стационарных случайных процессов

$$\sigma^2 \left( X^{(m)} \right) = \frac{1}{m} \sigma^2 (X), \quad (5)$$

т. е. уменьшается обратно пропорционально объему выборки.

Свойство медленно убывающей дисперсии говорит о возможности существенных, не сглаживаемых усреднением «выбросов» в случайном процессе, и связывает самоподобие с таким понятием, как распределения с весомыми хвостами (РВХ). Важное следствие свойства медленно затухающей дисперсии состоит в том, что в случае классических статистических тестов (например, вычисление доверительных интервалов) общепринятая мера среднеквадратического отклонения  $\sigma$  не является достоверной.

Из данного свойства следует и особенность поведения индекса разброса для отсчетов процесса (IDC – Index of Dispersion for Counts, или фактора Фано), определяемого как

$$F(T) = \frac{\text{Var}[N(T)]}{E[N(T)]}. \quad (6)$$

Здесь  $N(T)$  – число событий исследуемого потока, наступивших в интервале (окне)  $T$ . Для самоподобных процессов логарифм индекса разброса  $F(T)$  линейно возрастает:

$$\ln[F(T) - 1] = (2H - 1) \ln T + y. \quad (7)$$

### 3. Моделирование потока событий прикладного уровня и полученный сетевой трафик

Для установления характера взаимосвязи выраженности фрактальных свойств потоков событий прикладного и сетевого уровней была проведена серия экспериментов для простейшего клиент-серверного приложения на базе MySQL.

Клиент в заранее определенные моменты времени, последовательность которых предварительно сгенерирована и обладает требуемыми статистическими свойствами, инициирует запросы на выборку (SELECT) фиксированного числа записей из таблицы на сервере СУБД и получает соответствующие записи для отображения. Сервер СУБД MySQL обрабатывает запросы и возвращает клиенту запрошенные выборки. Обмен между клиентом и сервером происходит по IP-протоколу, создаваемый трафик фиксируется пассивным методом, с помощью перехвата пакетов утилитой tcpdump (сниффинг).

Последовательность моментов инициирования запросов представляет собой поток событий прикладного уровня. Как было установлено ранее [4], в реальных системах такие потоки могут обладать существенно выраженными фрактальными свойствами. В ходе экспериментов рассматривались последовательности прикладного уровня с параметром Херста  $H$ , возрастающим от 0.5 (полное отсутствие самоподобия) до 0.75 (существенно выраженные самоподобные свойства). Для  $H = 0.5$  был сгенерирован классический пуассоновский поток (экспоненциальное распределение интервалов между событиями), для  $H = \{0.6; 0.65; 0.7; 0.75\}$  – фрактальный вариант пуассоновского потока – фрактальный дробовой процесс FSNDP, по алгоритму, описанному в [5] с уточнениями, предложенными в [6], с варьированием параметра  $\beta$ , однозначно связанного с  $H$ . Интенсивность во всех случаях принималась постоянной и в полученных последовательностях составляла порядка 0.3. Длительность каждой последовательности – 3600 с (1 час).

На рис. 1 приведены для сравнения профили последовательностей для  $H = 0.5$  и  $H = 0.75$ . Заметно, что поток с выраженными фрактальными свойствами (б) обладает более существенными пиками интенсивности, чем классический пуассоновский (а), причем присутствуют колебания интенсивности со временем – события группируются в пачки как в краткосрочном, так и в более долгосрочных масштабах. На рис. 2 показаны профили полученных пассивным методом (tcpdump) срезов трафика, представленные как последовательности отсчетов – число пакетов в единицу времени, равную 1 с. Заметно более равномерное распределение трафика для случая без самоподобия на прикладном уровне (а) и нарастающая группировка всплесков в пачки по мере усиления фрактальности на прикладном уровне (б-д). Кратность значительной части отсчетов пяти вызвана особенностями реализации сетевого протокола СУБД MySQL.

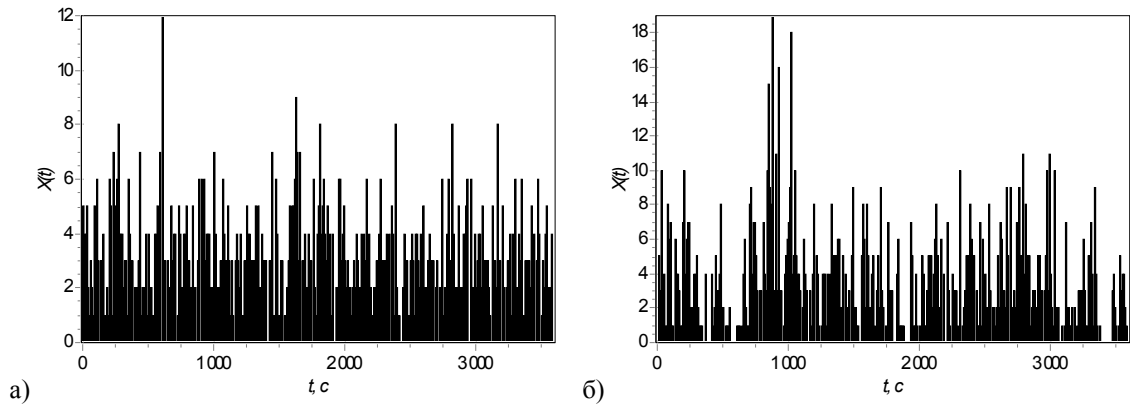


Рис. 1. Профили потоков прикладного уровня для  $H = 0.5$  (а) и  $H = 0.75$  (б), число событий за 10 сек.

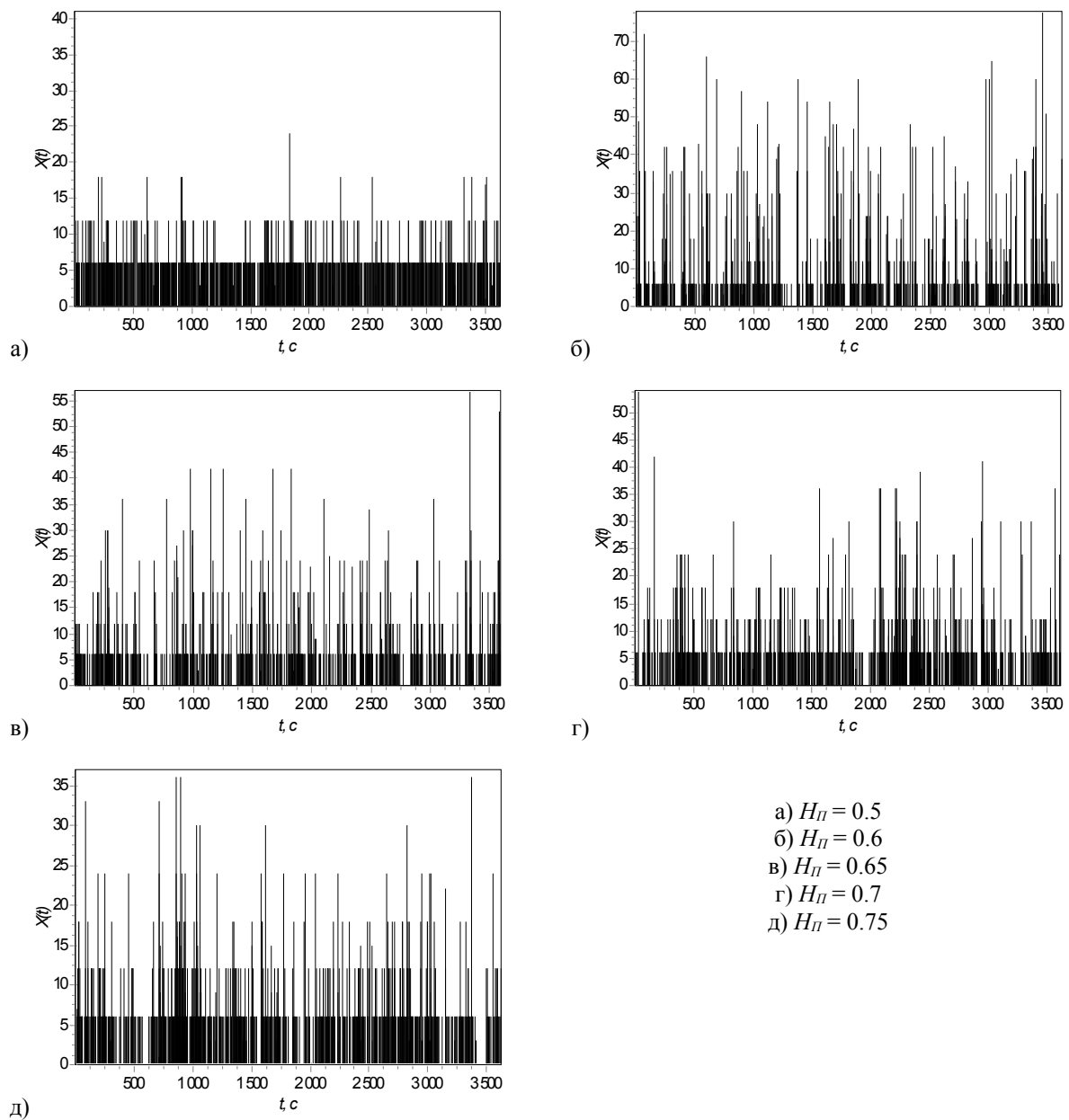


Рис. 2. Профили сетевого трафика, порожденного последовательностями событий прикладного уровня с разной выраженностью фрактальных свойств ( $H_n = 0.5 \dots 0.75$ )

## 4. Статистические характеристики и фрактальные свойства трафика на сетевом уровне

Корреляционная структура срезов трафика (рис. 3) демонстрирует движение от слабокоррелированного на всем отрезке процесса в сторону гиперболического убывания коэффициента корреляции, характерного для фрактальных процессов.

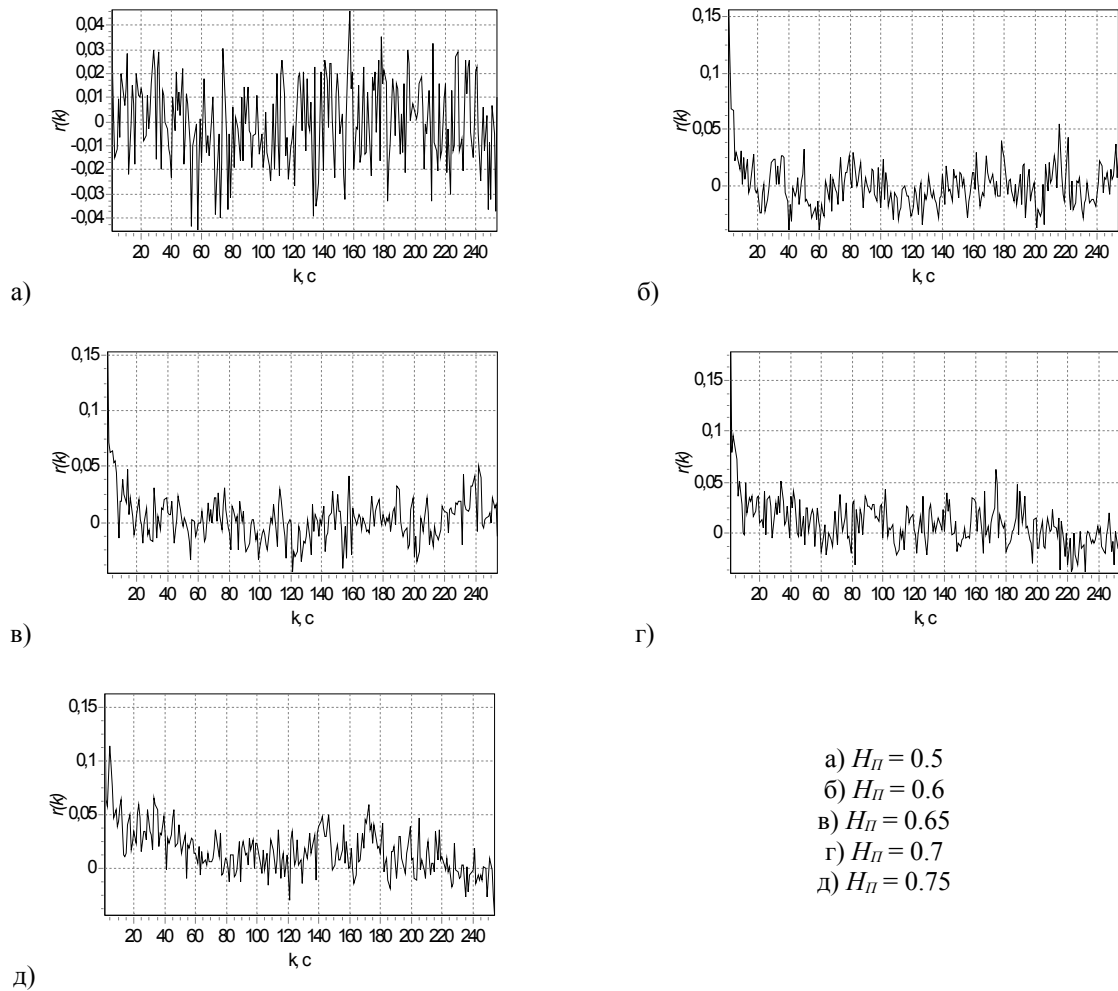


Рис. 3. Коэффициент корреляции для срезов сетевого трафика, порожденного последовательностями событий прикладного уровня с разной выраженностью фрактальных свойств ( $H_H = 0.5 \dots 0.75$ ).

Зависимость параметра Херста  $H_C$ , означающего степень выраженности фрактальных свойств, в потоке сетевого трафика от параметра Херста потока событий прикладного уровня  $H_H$  приведена в табл. 1 и на графиках рис. 4. Параметр Херста, вычисленный двумя различными способами – на основе логарифма индекса разброса IDC и на основе убывания дисперсии при суммировании – демонстрирует практически идентичное поведение с ростом фрактальности потока прикладного уровня.

Таблица 1. Зависимость параметра Херста в потоке сетевого уровня от параметра Херста потока прикладного уровня при различном способе оценки

Прикладной уровень. Значение $H_{\Pi}$	Сетевой уровень. Значение $H_c$	
	Оценка по IDC	Оценка по дисперсии
0.5	0.533574	0,563551
0.6	0.593530	0,597378
0.65	0.610178	0,618511
0.7	0.652900	0,650000
0.75	0.680897	0,670409

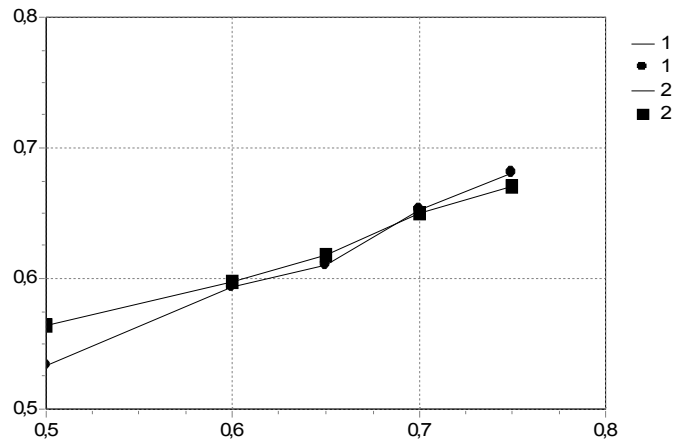


Рис. 4. Зависимость степени выраженности фрактальных свойств сетевого трафика ( $H_c$ ) от параметра Херста ( $H_{\Pi}$ ) потока событий прикладного уровня: 1 – оценка по IDC, 2 – оценка по убыванию дисперсии.

На рис. 5 приведен вид статистических оценок [7, 8], используемых при определении параметра Херста в сетевом трафике, для граничных случаев эксперимента :

а) Логарифм индекса разброса IDC, прикладной поток без самоподобия ( $H_{\Pi}=0.5$ ). Сетевой поток обладает слабо выраженными признаками самоподобия:  $H_c = 0.53$ .

б) Убывание дисперсии при усреднении, логарифмические шкалы, прикладной поток без самоподобия ( $H_{\Pi}=0.5$ ). Сетевой поток обладает слабо выраженными признаками самоподобия:  $H_c = 0.56$ .

в) Логарифм индекса разброса IDC, прикладной поток существенно самоподобный ( $H_{\Pi}=0.75$ ). Сетевой поток обладает заметно выраженными признаками самоподобия:  $H_c = 0.68$ .

г) Убывание дисперсии при усреднении, логарифмические шкалы, прикладной поток существенно самоподобный ( $H_{\Pi}=0.75$ ). Сетевой поток обладает заметно выраженными признаками самоподобия:  $H_c = 0.68$ .

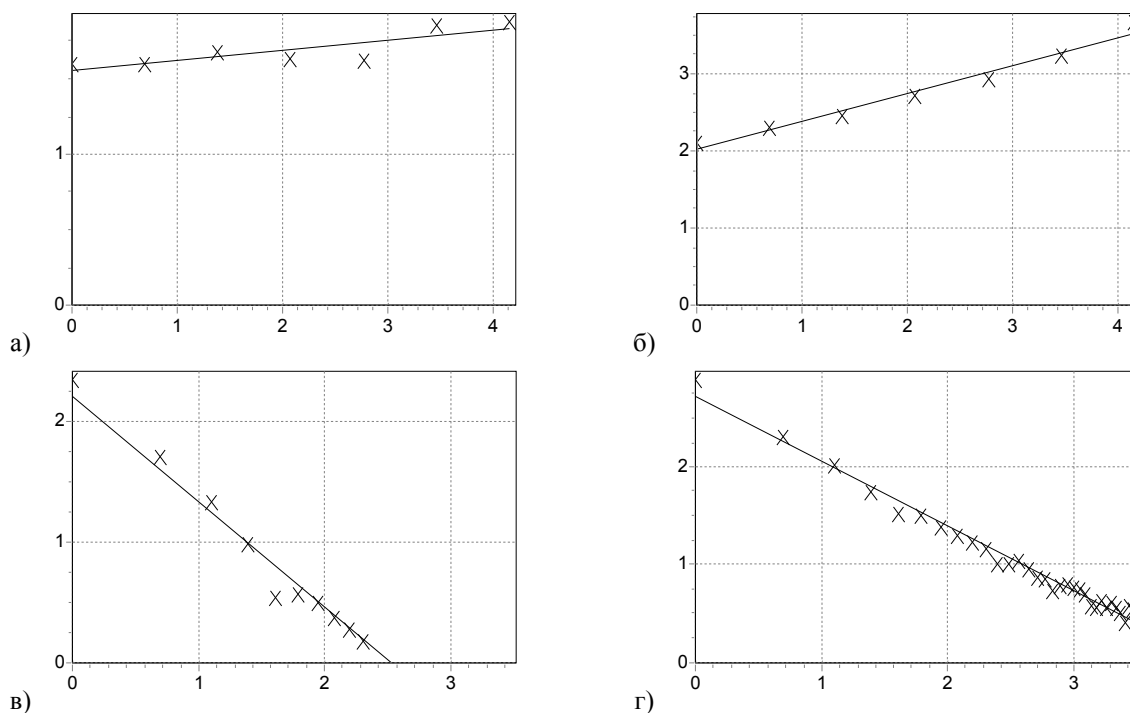


Рис.5. Индекс разброса IDC и убывание дисперсии при усреднении в сетевом трафике для крайних значений  $H_p$ .

Видно, что для эксперимента с более выраженными фрактальными свойствами на прикладном и сетевом уровне логарифм индекса разброса растет существенно быстрее, а дисперсия при суммировании убывает существенно медленнее.

## 5. Заключение

Эксперимент позволяет сделать ряд выводов о взаимосвязи фрактальных свойств потока событий прикладного уровня в модели информационной клиент-серверной системы и порождаемого этими событиями сетевого трафика на клиентском участке сети.

1. Даже в случае полного отсутствия фрактальных свойств на прикладном уровне сетевой трафик обладает несущественно выраженными фрактальными свойствами. Как упоминалось ранее, особенности реализаций сетевых протоколов сами по себе являются одним из источников появления фрактальных свойств сетевого трафика, и этот процесс до сих пор является областью исследований в прикладной науке.

2. По мере нарастания выраженности фрактальных свойств в потоке событий прикладного уровня (с ростом параметра Херста  $H$ ) фрактальные свойства сетевого трафика становятся более выраженными, причем эта зависимость на реалистичных значениях  $0.5 < H_p < 0.75$  близка к линейной. Отметим, что при  $H = 0.8$  и более процесс является настолько сильно пульсирующим, что достоверно оценить его статистические свойства на реалистичном отрезке времени проблематично за счет выраженных свойств РВХ. На практике оценки  $H = 0.8$  и выше встречаются редко и могут являться признаком не столько самоподобия, сколько присутствия в процессе нестационарности какой-либо природы [1].

3. Значение  $H_p$  не равно  $H_c$ , т.е. при построении модели информационной системы, учитывающей фрактальные свойства на прикладном и сетевом уровне, недостаточно ввести единую оценку параметра Херста для обоих уровней. Оптимальным вариантом будет нахождение двух или более пар значений ( $H_p, H_c$ ), после чего можно делать предположения о значении второго параметра по одному заданному путем линейной экстраполяции.

4. Полученные результаты могут использоваться при построении моделей трафика в информационных системах, в том числе на основе соотношений для оценки очереди в системах массового обслуживания с фрактальным потоком, полученных в [9].

## Литература

1. Шелухин О. И., Тенякиев А. М., Осин А. В. Фрактальные процессы в телекоммуникациях. Монография. М.: Радиотехника, 2003. 480 с.
2. Кроновер Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. М.: Постмаркет, 2000. 352 с.
3. Cox D.R. Long-Range Dependence: a Review. // Statistics: An Appraisal, Iowa State University Press, 1984, P. 55-74.
4. Треногин Н. Г., Соколов Д. Е. Фрактальные свойства потоков событий прикладного уровня в информационных системах // Вестник СибГУТИ. 2017. №4. С.97-103.
5. Ryu B., Lowen S. Modeling, analysis and simulation of self-similar traffic using the fractal-shot-noise-driven Poisson process. // Proc. IASTED Modeling and Simulation, Pittsburgh, PA, 1995.
6. Треногин Н. Г., Соколов Д. Е. Моделирование сетевого трафика в информационных системах на основе фрактального точечного процесса // Вестник университетского комплекса: сб. научных трудов. Под общей ред. проф. Н. В. Василенко. Вып. 2(16). Красноярск. ВСФ РГУИТП, НИИ СУВПТ. 2004. С.12-21.
7. Lowen S. B., Teich M. C. Estimation and simulation of fractal stochastic point processes // Fractals, 1995, 3. P. 183-210.
8. Ryu B. K. Fractal Network Traffic: From Understanding to Implications. Ph.D. thesis. Columbia University, 1996. 143 p.
9. Trenogin N. G., Petrov M. N., Sokolov D. E. Empirical Relationship for Queue Length Estimation in a System With Fractal Shot Input. // Siberian Journal of Science and Technology. 2017, Vol. 18. No. 2. P.294-299.

### **Соколов Дмитрий Евгеньевич**

начальник отдела внедрения систем расчетов центра компетенций по внедрению систем программы трансформации, ООО «Ростелеком Информационные Технологии» (ООО «РТК ИТ», 630004, Новосибирск, Вокзальная магистраль 1/1, офис 601), тел. +7 923 250 8740, e-mail: dmsokolov@gmail.com.

### **Треногин Николай Геннадьевич**

к.т.н., доцент кафедры телекоммуникационных сетей и вычислительных средств Сибирского государственного университета геосистем и технологий (630108, г. Новосибирск, ул. Плеханова, 10); директор департамента развития информационных систем и платформ ООО «Ростелеком Информационные Технологии» (ООО «РТК ИТ», 630004, Новосибирск, Вокзальная магистраль 1/1, офис 601), e-mail: trenogin@mail.ru.

*Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*

*Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.*

*Вклад соавторов: Каждый автор внес равную долю участия как во все этапы проводимого теоретического исследования, так и при написании разделов данной статьи.*

## **The relationship between the expression of fractal properties of application and network level flows in information systems**

Dmitry E. Sokolov, Nikolay G. Trenogin

Rostelecom Information Technologies (RTK IT)

*Abstract:* The article presents the results of experimental studies of the relationship between the degree of expression of fractal (self-similar) properties of the flow of application level events



and network traffic in client-server information systems. Based on statistical analysis of network traffic for various flows of application level events (data accesses), the dependence of the degree of self-similarity in traffic on the degree of self-similarity in the flow of application level events was established.

*Keywords:* fractal traffic, self-similar processes, information systems modeling.

For citation: Sokolov D. E., Trenogin N.G. Vzaimosvyaz' vyrazhennosti fraktal'nyh svoystv potokov prikladnogo i setevogo urovnej v informacionnyh sistemah [The relationship between the expression of fractal properties of application and network level flows in information systems]. Vestnik SIBGUTI, 2025, vol. 19, no. 2, pp. 89–97. <https://doi.org/10.55648/1998-6920-2025-19-2-89-97>.



Content is available under the license  
Creative Commons Attribution 4.0  
License

© Sokolov D. E., Trenogin N. G., 2025

The article was submitted: 17.11.2024;  
accepted for publication 13.01.2024.

## References

1. Shelukhin O.I, Tenyakshev A.M., Osin A.V. *Fraktal'niye Processy V Telekommunikatsiyakh* [Fractal Processes In Telecommunications]. Moscow, Radiotekhnika, 2003. 480 p.
2. Crownover R.M. *Fraktaly I Khaos V Dinamicheskikh Sistemakh* [Fractals And Chaos In Dynamic Systems]. Moscow, Postmarket, 2000. 352 p.
3. Cox D.R. Long-Range Dependence: a Review. // *Statistics: An Appraisal*, Iowa State University Press, 1984, P. 55-74.
4. Trenogin N.G., Sokolov D.E. Н.Г.Треногин, Д.Е.Соколов. Fraktal'nye svoystva potokov sobytij prikladnogo urovnya v informacionnyh sistemah [Fractal properties of event series in information systems] // *Vestnik SibGUTI*. 2017. №4. P.97-103.
5. Ryu B., Lowen S. Modeling, analysis and simulation of self-similar traffic using the fractal-shot-noise-driven Poisson process. // *Proc. IASTED Modeling and Simulation*, Pittsburgh, PA, 1995.
6. Trenogin N.G., Sokolov D.E. Modelirovanie setevogo trafika v informacionnyh sistemah na osnove fraktal'nogo tochechnogo processa [Modeling of network traffic in informational systems basing on fractal point process] // *Vestnik universitetskogo kompleksa: sb. nauchnyh trudov*. Ed. Vasilenko N.V. Vol. 2(16). Krasnoyarsk. 2004. P.12-21.
7. Lowen S.B., Teich M.C. Estimation and simulation of fractal stochastic point processes // *Fractals*, 1995, 3. P. 183-210.
8. Ryu B.K. Fractal Network Traffic: From Understanding to Implications. Ph.D. thesis. Columbia University, 1996. 143 p.
9. Trenogin N.G., Petrov M.N., Sokolov D.E. Empirical Relationship for Queue Length Estimation in a System With Fractal Shot Input. // *Siberian Journal of Science and Technology*. 2017, Vol. 18. No. 2. P.294-299.

### **Dmitry E. Sokolov**

Head of group of billing systems implementation (RTK IT, Russia, 630004, Novosibirsk, Vokzalnaya magistral 1/1 office 601), e-mail: [dmsokolov@gmail.com](mailto:dmsokolov@gmail.com)

### **Nikolay G. Trenogin**

PhD, Docent of the Department of Telecommunication Networks and Computing Facilities of SibGUTI, Director of the Department of Development of Information Systems and Platforms (RTK IT, Russia, 630004, Novosibirsk, Vokzalnaya magistral 1/1 office 601), e-mail: [trenogin@mail.ru](mailto:trenogin@mail.ru)